7.6. Концепция «Математики Гармонии»

Мир Гармонии

Главным достижением своего «ливийского» периода является разработка концепции «Математики Гармонии», основанной на «золотом сечении». При разработке этой концепции я основывался на своем «фибоначчиевом» опыте и руководствовался следующими соображениями.

Человечество давно осознало, что оно является участником и свидетелем огромного количества различных «миров», окружающих человека. В каждом из них действуют свои законы. Прежде всего – это «механический» мир и мир «астрономических явлений», в которых действуют «законы тяготения Ньютона», мир «электромагнитных» явлений, в котором действуют «уравнения Максвелла», мир «живой природы», мир «информации», мир «бизнеса», «социальный» мир, мир «искусства и т.д.

Человеческая наука в процессе своего развития создавала соответствующие математические теории, адаптированные к моделированию процессов того или иного «мира» - и таким путем математика удовлетворяла «социальный заказ». Наиболее ярким примером в этом отношении является «интегральное и дифференциальное исчисление», которое было создано для описания законов движения и законов тяготения механических и астрономических объектов. И не случайно, что именно Ньютон считается не только создателем «законов тяготения», но и нового математического аппарата - интегрального и дифференциального исчисления. Другим примером является «мир электромагнитных явлений». Для его моделирования гениальным английским ученым Максвеллом был создан специальный математический аппарат (теория электромагнетизма), идеально приспособленный для моделирования этого сложного физического явления, недоступного органам чувств человека.

У каждого ученого, кто изучал числа Фибоначчи, золотое сечения и их многочисленные приложения в Природе, Науке и Искусстве, неявно возникает ощущение, что нас окружает еще один мир – «Мир Фибоначчи», под которым мы понимаем «Мир Гармонии».

И подобно тому, как исследование «проблемы движения» привело к созданию важнейшего математического аппарата современной математики – дифференциального и интегрального исчисления, а исследование электромагнитных явлений к созданию электромагнитной теории Максвелла, современные научные открытия, основанные на числах Фибоначчи и золотом сечении, требуют развития нового математического аппарата, адекватного «Миру Фибоначчи» или «Миру Гармонии».

В последние десятилетия «теория чисел Фибоначчи» дополнилась новыми математическим результатами, к которым относятся: *обобщенные числа Фибоначчи, вытекающие из треугольника Паскаля, обобщенные золотые сечения, алгоритмичесекая теория измерения, система счисления Бергмана, гиперболические функции Фибоначчи и Люка, новое геометрическое определение числа* и т.д. Все эти новые математические результаты, полученные в развитие «фибоначчиевого» направления, расширяют предмет «теории чисел Фибоначчи» и требуют систематизации всех «фибоначчиевых» теорий в рамках некоторой общей концепции. Новые результаты значительно расширили предмет «фибоначчиевых» исследований. Более того, оказалось, что само название «Теория чисел Фибоначчи» значительно сужает предмет этой теории, которая по существу направлена на создание математических моделей «гармонических процессов и объктов», существующих в реальном мире. И мне показалось, что необходимо не только систематизировать все современные «фибоначчиевые» теории, но и присвоить этой новой более общей теории новое название «Математики Гармонии».

Основные этапы в развитии математики

Что такое математика? Для ответа на этот вопрос обратимся к книге «Математика в ее историческом развитии», написанной выдающимся российским математиком академиком А.Н. Колмогоровым.

Согласно Колмогорову математика - это *«наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира».*

Колмогоров отмечает, что *«ясное понимание самостоятельного положения математики как особой науки, имеющей собственный предмет и метод, стало возможным только после накопления достаточно большого фактического материала и возникло впервые в Древней Греции в 6-5 вв. до н.э.».*

Колмогоров выделяет следующие этапы в развитии математики:

(1) **Период зарождения математики**, предшествующий греческой математике.

(2) **Период элементарной математики**. Начало этого периода Колмогоров относит к 6-5 вв. до н.э., а его завершение к 17 в. Запас знаний, которые имела математика до начала 17 в., составляет и до настоящего времени основу «элементарной математики», преподаваемой в начальной и средней школе.

(3) **Период математики переменных величин**, который можно условно назвать **периодом «высшей математики».** Этот период начинается с употребления переменных величин в аналитической геометрии Р. Декарта и создания *дифференциального и интегрального исчисления.*

(4) Период современной математики. Началом этого периода Колмогоров считает создание Н.И. Лобачевским так называемой «воображаемой геометрии», которая положила начало расширению круга количественных отношений и пространственных форм, изучаемых математикой. Развитие подобного рода исследований внесло в строение математики столь важные новые черты, что математику 19 и 20 веков естественно отнести к особому *периоду современной математики*.

Проблема счета – первая «ключевая» проблема античной математики

На этапе зарождения математики Колмогоров выделяет несколько «ключевых» проблем, которые стимулировали развитие математики и возникновение ее фундаментальных понятий. Первая из них – это **проблема счета.** Как подчеркивается в [1], *«счет предметов на самых ранних ступенях развития культуры привел к созданию простейших понятий арифметики натуральных чисел. Только на основе разработанной системы устного счисления возникают письменные системы счисления и постепенно вырабатываются приемы выполнения над натуральными числами четырех арифметических действий».*

На этапе зарождения математики было сделано одно из крупнейших, то есть, «ключевых» математических открытий. Речь идет о *позиционном принципе представления чисел.* Известно, что первой известной нам системой счисления, основанной на позиционном принципе, является шестидесятеричная система древних вавилонян, возникшая примерно за 2000 лет до н.э.. Именно это открытие лежит в основе всех ранних систем счисления, которые были созданы на этапе зарождения математики и в период элементарной математики (включая Вавилонскую 60-ричную систему, десятичную и двоичную и другие системы счисления).

Каждый человек на земном шаре, окончивший хотя бы четыре класса начальной или «церковно-приходской» школы, знает, по меньшей мере, две полезные вещи: он умеет писать и читать и использовать *десятичную систему счисления* для выполнения простейших арифметических операций. И эта система кажется нам настолько простой и элементарной, что многие из нас с большим недоверием отнесутся к утверждению, что десятичная система является одним из *крупнейших математических открытий за всю историю математики.* Именно так утверждают многие выдающиеся математики, в частности, Лаплас, Остроградский, Таннери и другие. В качестве примера приведем высказывание выдающегося проссийского математика, академика М.В. Остроградского:

«Нам кажется, что после изобретения письменности самым большим открытием было использование так называемой десятичной системы счисления. Мы хотим сказать, что соглашение, с помощью которого мы можем выразить все полезные числа двенадцатью словами и их окончаниями, является одним из самых замечательных созданий человеческого гения …»

Следует отметить, что позиционный принцип представления чисел и вытекающие из них позиционные системы счисления (в частности, двоичная система), созданные на этапе зарождения математики, стали одной из «ключевых» идей современных компьютеров. В этой связи стоит также напомнить, что алгоритмы умножения и деления чисел, лежащие в основе современных компьютеров, созданы древними египтянами («метод удвоения»).

Однако, главным итогом развития арифметики на этапе зарождения математики является формирование понятия **натурального числа,** которое является одним из важнейших и фундаментальных понятий математики, без которого немыслимо существование самой математики. Для изучения свойств натуральных чисел еще в античный период возникает **теория чисел,** одна из фундаментальных теорий математической науки.

Проблема измерения – вторая «ключевая» проблема античной математики

Вторая «ключевая» проблема, стимулировавшая развитие математики на стадии ее зарождения – это **проблема измерения.** Как подчеркивает Колмогоров, *«потребности измерения (количества зерна, длины дороги и т.д.) приводят к появлению названий и обозначений простейших дробных чисел и к разработке приемов выполнения арифметических действий над дробями ... Измерение площадей и объемов, потребности строительной техники, а несколько позднее – астрономии, вызывают развитие начатков геометрии».*

«Ключевым» математическим открытием в этой области по праву считается открытие **«несоизмеримых отрезков».** Считается, что это открытие было сделано в 5-м веке до н.э. в научной школе Пифагора при исследовании отношения диагонали к стороне квадрата. Методом от противного пифагорейцам удалось доказать, что рассматриваемое отношение, равное $\sqrt{2}$, не может быть выражено в виде отношения двух натуральных чисел, и такие отрезки были названы несоизмеримыми, а числа, выражающие подобные отношения, были названы иррациональными.

Открытие «несоизмеримых отрезков» стало поворотным пунктом в развитии математики. Благодаря этому открытию в математику вошло понятие **иррационального числа,** второго (после натуральных чисел) фундаментального понятия математики. Для преодоления первого кризиса в основаниях математики, вызванного открытием «несоизмеримых отрезков», выдающийся геометр Евдокс разработал **теорию величин,** которая позже трансформировалась в **математическую теорию измерения,** еще одну фундаментальную теорию математической науки. К этой теории, основным результатом которой является формирование понятие **иррационального числа,** в конечном итоге, восходит вся **непрерывная математика**, включая дифференциальное и интегральное исчисление.

Влияние «проблемы измерения» на развитие математики настолько велико, что это дало право болгарскому математику академику Илиеву заявить, что *«на протяжении первой эпохи своего развития – от античности и вплоть до открытия дифференциального и интегрального исчисления – математика, исследуя в первую очередь проблемы измерения величин, создала геометрию Евклида и учение о числах»*.

Таким образом, две «ключевые» идеи античной математики – проблема счета и проблема измерения – привели к формированию двух фундаментальных понятий математики – понятия натурального числа и понятия иррационального числа, которые вместе с теорией чисел, позиционными системами счисления и теорией измерения и стали тем фундаментом, на котором позже была построена вся «классическая

математика», а затем «классическая теоретическая физика» и «классическая информатика».

«Проблема Гармонии» в истории науки

Деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Однако, в античной науке существовала еще одна «ключевая» проблема, о которой не упоминает А.Н. Колмогоров и которая сыграла фундаментальную роль в развитии науки, в том числе, математики. Речь идет о «проблеме гармонии», которую, начиная с античного периода, постоянно держит в поле зрения исследовательская мысль. С этим периодом человеческой культуры связывают также разработку первых математических способов выражения пропорций в строении естественных систем. Именно к античному периоду относится «ключевое» открытие в этой области – формулировка **задачи о делении в крайнем и среднем отношении,** получившей позже название **золотого сечения.** Гениальный русский философ Алексей Лосев оценил основные достижения древних греков в этой области в следующих словах: *"С точки зрения Платона, да и вообще с точки зрения всей античной космологии мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиняющееся закону гармонического деления - золотого сечения... Их (древних греков) систему космических пропорций нередко в литературе изображают как курьезный результат безудержной и дикой фантазии. В такого рода объяснениях сквозит антинаучная беспомощность тех, кто это заявляет. Однако понять данный историко-эстетический феномен можно только в связи с целостным пониманием истории, то есть, используя диалектико-материалистическое представление о культуре и ища ответа в особенностях античного общественного бытия».*

В этой связи уместно рассмотреть «Начала» Евклида именно с этой точки зрения, то есть, с точки зрения «проблемы гармонии». Как известно, 13-я, то есть заключительная книга «Начал» Евклида, посвящена изложению теории Платоновых тел, которые выражали гармонию Вселенной в космологии Платона. Этот факт породил весьма распространенную гипотезу о том, что главная цель, которую преследовал Пифагор при написании своих «Начал», состояла в том, чтобы дать описание теории Платоновых тел, то есть, главных «гармонических» фигур Мироздания. Но чтобы дать завершенную геометрическую теорию Платоновых тел, в частности Додекаэдра, Евклиду понадобилось ввести в Книге II задачу о **«делении в крайнем и среднем отношении»** (Теорема II, 11), которую можно считать **«ключевым» математическом открытием в развитии «проблемы гармонии»**. Такое деление, названное позже «золотым сечением», было использовано Евклидом для геометрического построения равнобедренного треугольника с углами 72°, 72° и 36° («золотого» равнобедренного треугольника), регулярного пятиугольника (пентагона) и затем Додекаэдра, основанного на «золотом сечении». Таким образом, нет никаких сомнений в том, что знаменитая **«Пифагорейская Доктрина о Числовой Гармонии Мироздания»** была воплощена в величайшем математическом сочинении античной науки, «Началах» Евклида, то есть, с этой точки зрения **«Начала» Евклида можно рассматривать, как первую попытку построить «Математическую Теорию Гармонии», что было едва ли не главной идеей греческой науки.** Как подчеркивает Э.М. Сороко, *«впервые в истории последовательное представление о мире как внутренне противоречивом, гармоничном целом было выработано древними греками. Основное достижение античной мысли – обнаружение всеобщей и повсеместной связи природы, отношения, соединяющего все ее элементы в одно великое биполярное целое. С одной стороны, это макрокосмос, а с другой – микрокосмос, человек как «маленькая вселенная», говоря современным языком, голограммно несущая в себе всю «маточную» универсальность и полноту великого мира природы, космоса, «большой вселенной».*

В процессе своего исторического развития «классическая математика» потеряла «гармоническую идею» Пифагора и Платона, воплощенную Евклидом в своих «Началах». В результате математика оказалась разделенной на ряд математических теорий (геометрия, теория чисел, алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление и т.д.). **К сожалению,**

значение «золотого сечения» было незаслуженно принижено в современной математике и теоретической физике. Для многих современных математиков «золотое сечение» напоминает «красивую сказку», которая не имеет никакого отношения к серьезной математике.

Начальные этапы в развитии «Математики Гармонии»

Эти этапы хорошо известны. В 13-м векев математику были введены знаменитые *числа Фибоначчи* 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 32, … , открытые итальянским математиком Леонардо из Пизы (Фибоначчи) при решении *задачи о размножении кроликов.* Следует отметить, что *рекуррентное соотношение Фибоначчи* считается первой в истории математики рекуррентной формулой, то есть Фибоначчи своим открытием предвосхитил *метод рекуррентных соотношений,* один из наиболее мощных методов комбинаторного анализа. Позже числа Фибоначчи были обнаружены во многих природных объектах и явлениях, в частности, в ботаническом явлении *филлотаксиса.*

В эпоху Итальянского Возрождения интерес к «золотому сечению», как одному из важных геометрических открытий, возникает с новой силой. Универсальный гений Возрождения Леонардо да Винчи никак не мог пройти мимо «деления отрезка в крайнем и среднем отношении» («золотое сечение»). Существует мнение, что именно Леонардо ввел в культуру Возрождения сам термин «золотое сечение». Под непосредственным влиянием Леонардо выдающийся итальянский математик Лука Пачиоли опубликовал в 1509 г. книгу “Divina Proportione”, первую в мировой истории специальную книгу по золотому сечению.

В 17 в. гениальный астроном и математик и исследователь Гармонии Иоганн Кеплер создал оригинальную геометрическую модель Солнечной системы, основанную на Платоновых телах. Свое восхищение «золотым сечением» он выразил в следующих словах: *«В геометрии существует два сокровища – теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем».*

После смерти Кеплера о «золотом сечении», одном из двух «сокровищ геометрии», забывают. И такое странное забвение продолжается в течение двух столетий. Активный интерес к «золотому сечению» вновь возрождается в математике только в 19-м столетии. В этот период математические работы, посвященные числам Фибоначчи и золотому сечению, по меткому выражению одного математика, *«начинают размножаться, как кролики Фибоначчи»*. Французские математики Люка и Бине становятся лидерами этих исследований в 19-м веке. Люка вводит в математику сам термин «Числа Фибоначчи», а также понятие «обобщенных последовательностей Фибоначчи», одной из которых являются *числа Люка* 1, 3, 4, 7, 11, 18, ... Бине выводит знаменитые *формулы Бине,* которые связывают золотое сечение с числами Фибоначчи и Люка. В 19-м веке выдающийся немецкий математик Феликс Клейн попытался объединить все области математики на основе икосаэдра, Платонового тела, дуального додекаэдру. **Клейн трактует икосаэдр, основанный на золотом сечении, как геометрический объект, из которого вытекают ветви пяти математических теорий: *геометрии, теории Галуа, теории групп, теории инвариантов и дифференциальные уравнения.* Главная идея Клейна предельно проста: *"Каждый уникальный геометрический объект так или иначе связан со свойствами икосаэдра».*** К сожалению, эта замечательная идея не была реализована в математике.

Золотое сечение и числа Фибоначчи в математике 20-го века

Во второй половине 20-го века интерес к числам Фибоначчи и золотому сечению в математике возрождается с новой силой. Русский математик Николай Воробьев был первым математиком, который почувствовал новые тенденции в математике. Его брошюра «Числа Фибоначчи» [9], опубликованная в 1961 г., стала научным бестселлером 20-го века и была переведена на многие языки. В 1963 г. группа американских математиков во главе с Вернером Хоггаттом организовала Фибоначчи-Ассоциацию и начала издавать

математический журнал “The Fibonacci Quarterly”. Благодаря деятельности Фибоначчи-Ассоциации и книгам Воробьева [9], Хогатта [10], Вайды [11] и других математиков в современной математике сформировалось новое научное направление, которое получило название **«теории чисел Фибоначчи».**

В 1992 г. группа славянских ученых из России, Украины, Беларуси и Польши организовали так называемую **“Славянскую «Золотую» Группу».** По инициативе этой группы были проведены **Международные симпозиумы «Золотое Сечение и Проблемы Гармонии Систем»** сначала в Киеве (Украина, 1992, 1993), а затем в Ставрополе (Россия, 1994, 1995, 1996). В последние десятилетия западными и славянскими учеными было опубликовано ряд интересных книг в области золотого сечения [8-35]. Сам факт публикации обширного перечня книг по проблеме золотого сечения является достаточно симптоматичным и свидетельствует об актуальности проблемы золотого сечения в современной науке

Современные научные открытия, основанные на золотом сечении и Платоновых телах.

Золотое сечение, пентаграмма и Платоновы тела широко использовались астрологией и эзотерическими науками, что стало одной из причин негативного отношения классической «материалистической» науки к золотому сечению и Платоновым телам. Однако, все попытки «материалистической» науки и математики забыть «золотое сечение» и Платоновы тела и выбросить их вместе с астрологией и эзотерическими науками на «свалку сомнительных научных концепций», закончились полным провалом. Уже Иоганн Кеплер нашел «фибоначчиевые» спирали на поверхности филлотаксисных объектов. «Геометрия Боднара» стала блестящим доказательством того факта, что именно золотое сечение и числа Фибоначчи лежат в основе геометрии живой Природы. «Закон структурной гармонии систем», сформулированный Эдуардом Сороко, подтвердил всеобщий характер процессов самоорганизации систем любой природы и показал, что все самоорганизующиеся системы основаны на «золотых *p*-пропорциях». Квази-кристаллы Шехтмана и фуллерены (Нобелевская Премия 1996 г.) подтвердили гениальное предсказание Феликса Клейна о фундаментальной роли икосаэдра в науке и математике. **Наконец, «золотые» геноматрицы Сергея Петухова завершают перечень выдающихся современных научных открытий, основанных на «золотом сечении» и Платоновых телах.**

Золотое сечение в науке 21-го века

Начало 21-го века отмечено рядом интересных публикаций и событий, которые имеют прямое отношение к числам Фибоначчи и золотому сечению. Прежде всего, необходимо отметить проведение **Международных конференций по числам Фибоначчи и их приложениям**, организованных Фибоначчи-Ассоциацией в 2002 г. (штат Аризона, США), в 2004 г. (Брауншвейг, Германия) и в 2006 г. (Сан Франциска, Калифорния, США). В 2003 г. на Украине (Винница) была проведена **Международная конференция «Проблемы Гармонии, Симметрии и Золотого Сечения в Природе, Науке и Искусстве».** Конференция была проведена по инициативе Славянской «Золотой» Группы, которая на Конференции была преобразована в **Международный Клуб Золотого Сечения**. В 2005 г. Академия Тринитаризма (Россия) организовала **Институт Золотого Сечения**, который является официальным органом Международного Клуба Золотого Сечения.

На рубеже 20-го и 21-го столетий западными и славянскими авторами было опубликовано ряд научных книг в области золотого сечения и его приложений. Наиболее интересными из них являются следующие:

(1) Gazale Midhat J. Gnomon. From Pharaons to Fractals. 1999 (русский перевод, 2002).

(2) Kappraff Jay. Connections. The geometric bridge between Art and Science. Second Edition, 2001.

(3) Kappraff Jay. Beyond Measure. A Guided Tour Through Nature, Myth, and Number. Singapore, Second edition, 2002.

(4) Шевелев И.Ш. Метаязык живой природы. Москва: Воскресение, 2000.
(5) Vera W. de Spinadel, From the Golden Mean to Chaos, Nueva Libreria, Second edition, Nobuko, 2004.
(6) Петруненко В.В. Золотое сечение в квантовых состояниях и своих астрономических и физических проявлениях. Минск: Право и экономика, 2005.
(7) Боднар О.Я. Золотий переріз і невклідова геометрія в нвуці та мисецтві. Львів: Українські технології, 2005
(8) Сороко Э.М. Золотые сечения, процессы самоорганизации и эволюции систем. Введение в общую теорию гармонии систем. Москва: Изд-во "URSS", 2006.
(9) Стахов А.П., Слученкова А.А., Щербаков И.Г. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. Санкт-Петербург: Питер, 2006.
(10) Olsen Scott. The Golden Section: Nature's Greatest Secret, 2006.

Этот перечень подтверждает огромный интерес к золотому сечению в науке 21-го века. Этот интерес подтверждается и огромным количеством научных статей на эту тему, опубликованных на рубеже 20-21-го столетий. Особенностью науки 21-го века является возрастание интереса к золотому сечению в теоретической физике. Характерным примером в этом отношении является публикация книги В.В. Петруненко «Золотое сечение в квантовых состояниях и своих астрономических и физических проявлениях» (2005), а также научного сборника «Метафизика. Век XXI», подготовленного известным российским физиком-теоретиком Ю.С. Владимировым. В этой книге «золотому сечению» уделянтся особое внимание. Оно рассаматривается как одна из важнейщих констант Мироздания, как «универсальный код Природы».

Таким образос, на заре зарождения математики возникло три «ключевые» проблемы, которые стимулировали развитие математики:

(1) **Проблема счета**
(2) **Проблема измерения**
(3) **Проблема гармонии**

В каждом из этих направлений уже в античный период были сделаны «ключевые» математические открытия:

(1) **Позиционный принцип представления чисел,** который был положен в основу всех основных систем счисления (Вавилонской 60-ричной, десятичной, двоичной). Развитие этого направления, в конечном итоге, привело к формированию понятия **натурального числа** и созданию **теории чисел –** первой фундаментальной теории математики.

(2) **Открытие несоизмеримых отрезков,** сделанное пифагорейцами, привело к первому кризису в основаниях математики. Развитие этого направления привело к открытию **иррациональных чисел** и созданию **теории измерения,** второй фундаментальной теории математики. В конечном итоге, понятие натурального и иррационального числа и стали теми основополагающими понятиями, которые были положены в основу всех математических теорий «классической математики», включая, теорию чисел, алгебру, геометрию, интегральное и дифференциальное исчисление. Важными задачами «классической математики» является создание математического аппарата для моделирования физических явлений (теоретическая физика) и процессов обработки информации («классическая информатика»).

Однако одновременно с «классической математикой» в античной науке начало развиваться еще одно математическое направление – Математика Гармонии, которое берет начало от еще одной «ключевой» идеи античной науки – проблемы Гармонии, которая лежит в основе Учения о Числовой Гармонии Мироздания, разработанного Пифагором.

«Ключевым» математическим открытием античной математики в этом направлении является **«деление в крайнем и среднем отношении»** («золотое сечение»), введенное Евклидом в Книге II его «Начал» (Теорема II, 11). Развитие этого направления привело к созданию в современной науке «Теории чисел Фибоначчи и золотого сечения». Однако, расширение приложений чисел Фибоначчи и Золотого Сечения в современной науке, а также их обобщения привели к выдвижению концепции «Математики Гармонии» как нового

междисциплинарного направления современной науки и математики, которое может привести к созданию новой теоретической физики – «золотой» теоретической физики, основанной на новых «золотых» гиперболических моделях природы, а также новой информатике – «золотой» информатике, основанной на новой теории кодирования и криптографии.

Путь развития математики, начиная с ее «ключевых» проблем, показан на следующем рисунке.

