

Обобщенные золотые сечения и их проявления в природных системах

О взаимодействиях частиц в системе. Каждая система лишь частично заполнена массой вещества. Остальная часть остается условно пустой. Условно потому, что на самом деле в ней “растворены” (взвешены) мельчайшие частицы, размеры, масса и время жизни которых суммарно меньше одной частицы, принятой за элементарную. Т.е. “пустота” по суммарной массе этих “растворенных” частиц, занимаемому ими объему и времени их существования несколько меньше “элементарной” частицы (субсистемы), которая не поддается измерению. Свободное пространство используется частицами для отправления своих “жизненных” функций (колебаний – в широком смысле). Емкость системы можно представить как единичную сумму ее вещественной (χ) и свободной (Y) части. Но вещественная часть сама состоит из множества (n) мелких частиц. Чтобы отразить их индивидуальность, хотя бы в усредненном виде, вещественную часть системы выразим через среднее геометрическое из числа этих частиц $X = \chi^{1/n}$. Тогда

$$\chi + Y = X^n + Y = 1, \quad (1)$$

Величину X условно принимаем за элементарную частицу (субсистему) данной сложной многокомпонентной системы. Формула (1) отражает противостояние Y и X^n - математических абстракций, под которыми можно понимать любые оппозиции, выраженные в относительном виде, например, свободную (кинетическую) и связанную (потенциальную) энергии, в сумме составляющих полную энергию (энергоёмкость) системы; негэнтропию и энтропию; хаос и порядок; избыточность и достаточность; вероятность и невероятность; молодость и старость и т.п.

Обобщенные Золотые сечения (ОЗС). На рис.1 дан график формулы (1), из которого видно, что при всех n с увеличением X величина Y уменьшается. Существуют точки, в которой они сравниваются, функция становится равной аргументу: $Y=X=\Phi$. Очевидно, что в этих точках “беспорядок” и “порядок”, между которыми развивается и функционирует система, максимально уравновешены, гармоничны, а сама система максимально устойчива, продуктивна и жизнеспособна.

С учетом $Y=X=\Phi$, формула (1) преобразуется в полином n -й степени:

$$\Phi^n + \Phi - 1 = 0 \quad (2)$$

Значения $\Phi = \Phi_n$, характеризующие оптимальное соотношение вещества и “пустоты” в системе при разном количестве слагающих ее частиц n , по данным Э.М.Сороко [14], приведены в табл. 1.

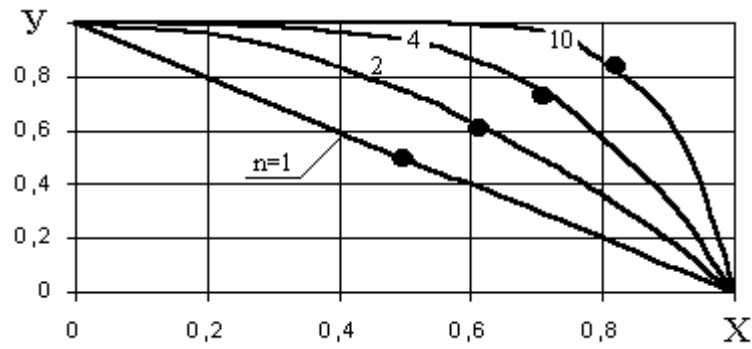


Рис. 1. График функции Y от X при разных n (кружки – значения Φ).

Таблица 1

Значения Φ_n при разных n

n	Φ_n	n	Φ_n	n	Φ_n
1	0,5	8	0,81165	16	0,87727
2	0,61803	9	0,82430	17	0,88191
3	0,68233	10	0,83508	18	0,88624
4	0,72449	11	0,84440	20	0,89390
5	0,75488	12	0,85255	23	0,90338
6	0,77809	14	0,86618	27	0,91338

Значения Φ_n при $n < 1$ равны $(1 - \Phi_n)$ для $1/n$ при $n > 1$. Например, величины Φ_n для $n=0,5$; $0,33$ и $0,25$ равны, соответственно, $0,38=1-\Phi_2$; $0,32=1-\Phi_3$ и $0,28=1-\Phi_4$. Кроме того, при $0,05 < n < 10$ достоверна одинаковая логарифмическая аппроксимация обеих функций: $\Phi(1/n)$ – рис. 2а и $\Phi(n)$ – рис. 2б.

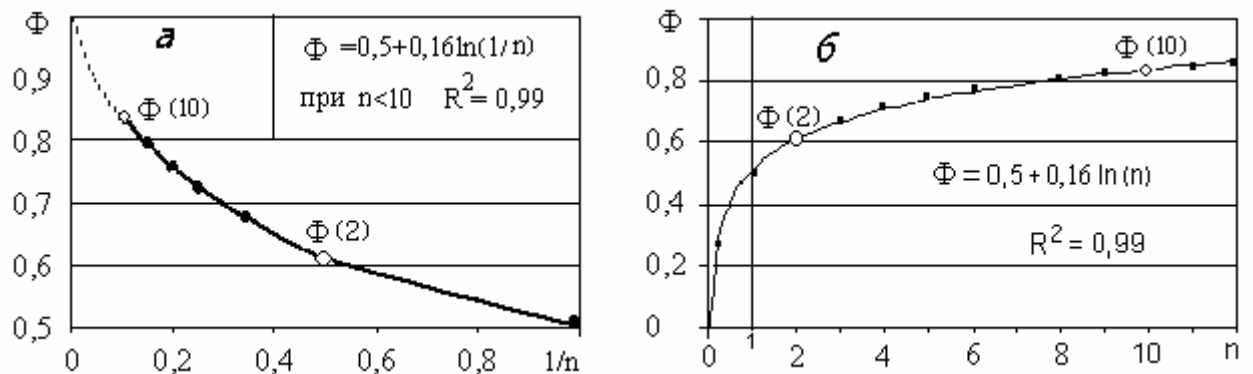


Рис. 2. Зависимости Φ от $1/n$ (а) и Φ от n (б); точки – данные табл.1, формулы и кривые на графике – их аппроксимации, R^2 – достоверность аппроксимаций.

Формула (2) действительна при всех n от 0 и выше. Целые n соответствуют четким границам между фазовыми состояниями систем, разным траекториям их развития; дробные заключают в себе причудливый мир фракталов.

Каждая система представляет собой сложную, многоуровневую иерархию взаимодействующих частиц и каждому уровню n соответствует своя идеальная (золотая) пропорция, свое Золотое сечение Φ_n (или $\phi_n = 1/\Phi_n$). Их совокупность составляет

последовательность Обобщенных Золотых сечений (ОЗС) [14, 15]. По определению открывшего ее Э.М. Сороко [14], ОЗС есть “инварианты на основе и посредством которых в процессе самоорганизации естественные системы обретают гармоническое строение, стационарный режим существования, структурно-функциональную устойчивость”.

Величины n – это натуральные числа, первоэлементы счисления в классической математике, ее основания. Поэтому формулу (2) (и табл.1) можно трактовать еще шире: как выражение соответствия первоэлементов классической и некой другой, “параллельной” математики, основанной на Золотых сечениях – Математики Гармонии по терминологии одного из основоположников и лидера этого научного направления А.П. Стахова [15]. Сущностная разница между ними в том, что натуральный ряд чисел отражает внешнюю сторону системы, ее количественный состав, а ряд ОЗС – ее внутреннюю структуру, отвечающую за качество.

В то же время, ОЗС можно рассматривать и как своего рода *натуральные числа, лежащие в основании всей Математики Гармонии*.

ОЗС включают две константы, большую (характеристическую) Φ и меньшую $1-\Phi=\Phi^n$, сосуществующие как дихотомия, в режиме единства и противостояния. Они определяют соотношение свободной $1-\Phi$ и связанной Φ энергии на каждом структурном уровне n . С увеличением n растет связанная энергия (и энтропия) и уменьшается свободная (и негэнтропия).

Все ОЗС, кроме первого $\Phi_1=0,5$, иррациональные числа. Поэтому равенство ОЗС реальным величинам может быть *только приближенным* (обычно его принимают точным при совпадении не менее двух знаков после запятой – 0,62 (0,38); 0,68 (0,32); 0,72 (0,28)...

Анализ показал, что в области $n \geq 1$ хорошее совпадение (до десятых долей процента) с табличными значениями Φ дает выражение:

$$\Phi_n = (\Phi_{n-1})^z, \quad z=0,5^{1/n}, \quad (3)$$

что подтверждается табл. 2.

Таблица 2

Значения Φ_n , найденные по табл.1 -I и рассчитанные по формуле (3) -II.

n	1	2	6	10	16	20	23	27
Φ_n - I	0,5	0,618	0,778	0,835	0,877	0,894	0,903	0,913
Φ_n - II	0,5	0,613	0,776	0,834	0,875	0,892	0,901	0,911

В области $n > 1$ зависимость $\Phi_n(n)$ дает представление о росте вещества в системе, связывании его в целое, а $\Phi_n(1/n)$ – деградации системы, постепенного ее распада вследствие накопления разрывов связей частиц. Сказанное справедливо и для области $n < 1$, где вероятно существование не фиксируемых наблюдениями частиц (меньших

элементарной), но в этом случае и речь может идти не о реальном их росте или деградации, а их вероятности.

Обнаружена связь ОЗС с относительной долговечностью твердых (“мерзлых”) тел, в частности мерзлых грунтов и льда [5]:

$$(\tau_3 / \tau)^{j_{пл}} = \xi = (P / P_M), \quad (4)$$

где P – давление на мерзлое тело; P_M – максимальное давление, которое это тело может выдержать в течение элементарного времени; τ_3 - минимальный (элементарный) отрезок времени, измеряемый в данном опыте (в пределе $\tau_3 \approx 10^{-13}$ с – период тепловых колебаний атома); τ – долговечность (время до разрушения); $j_{пл} = 0,083$ – предельная деформация, равная относительному уменьшению объема льда при плавлении, совпадающая с частотой месячных оборотов в годовом цикле ($1/12 = 0,083$; $30^\circ/360^\circ = 0,083$).

В табл. 3 приведены: значения первых одиннадцати ОЗС (их можно и продолжить), относительной долговечности τ / τ_3 и $(\tau_3 / \tau)^{0,083} = \xi$. Величины τ / τ_3 представлены последовательностью, первый член которой равен 4380, второй в 12 раз меньше – 365, а начиная с третьего она превращается в геометрическую прогрессию: $365/4 \cdot 1 = 91$; $365/4 \cdot 2 = 46$; $365/4 \cdot 3 = 30$; $365/4 \cdot 4 = 23$; $365/4 \cdot 5 = 18$; $365/4 \cdot 6 = 15$; $365/4 \cdot 7 = 13 \dots$, инвариантом которой является четверть орбиты вращательных циклов Земли, примерно 90° , совпадающая с продолжительностью основных фаз вращения Земли (весна, лето, осень, зима или утро, день, вечер, ночь). Эти числа также почти совпадают с календарными отрезками года (полугодием, кварталом, месяцем и т.п.). Например, если принять $\tau_3 = 1$ час, то эти числа, до 6-го включительно, примерно соответствуют количеству часов в полугодии, в полумесяце, в полунеделе, в четверти недели, в ее шестой части и в сутках. При $\tau_3 = 1$ сутки эти же числа (4380, 365, 91, 46, 30 и 23) соответствуют количеству суток: в 12(11) годах (цикл солнечной активности Вольфа), в году, в квартале, в половине квартала, в месяце и в четверти квартала.

Таблица 3

Значения ОЗС (Φ_n), $D = \ln(\tau / \tau_3)$ и $\xi = (\tau_3 / \tau)^{0,083}$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Φ_n	0,5	0,618	0,682	0,724	0,755	0,778	0,796	0,812	0,824	0,835	0,844
τ / τ_3	4380	365	91	46	30	23	18	15	13	11	10
D	8,38	5,9	4,51	3,83	3,4	3,14	2,89	2,71	2,56	2,4	2,3
ξ	0,497	0,613	0,687	0,728	0,753	0,771	0,79	0,800	0,810	0,820	0,846

Как видно из табл.3, разница между величинами ОЗС и ξ , рассчитанными для выделенных отношений τ / τ_3 , составляет сотые доли процента. Так как границы между

частицами тела являются концентраторами напряжений и вакансиями разрушения, то увеличение n (числа частиц) сопровождается уменьшением долговечности τ/τ_0 , как это и следует из табл.3. Таким образом, странное, на первый взгляд, совпадение ОЗС с относительной прочностью ледяного тела $\xi = (P/P_m)$ получает физическое объяснение.

Согласно формуле (2) все члены последовательности ОЗС обладают замечательным свойством – результаты их возведения в степень n и вычитания их из единицы одинаковы: 1) $0,5^1 = 0,5$ и $1 - 0,5 = 0,5$; 2) $0,618^2 = 0,372$ и $1 - 0,618 = 0,372$; 3) $0,682^3 = 0,318$ и $1 - 0,682 = 0,318$ и т.д. Из этого следует, что связанная энергия, использованная на производство (или на произведение $X \cdot X \dots = X^n$) вещественной части, и свободная энергия ($Y = 1 - X^n$) равны.

Все равновесные гармоничные системы подобны самим себе на каждом шаге (в каждом цикле) развития. С учетом равновесия свободной и связанной энергии это возможно, если на каждом последующем шаге энергия, неиспользованная на предыдущем шаге, связывается производением или производством (оба выделенных слова синонимичны, имеют общий корень и схожий смысл) новой субстанции. Тогда пошаговый алгоритм развития, например двухкомпонентной системы выглядит так: первый шаг – $X_1 = X \cdot X = X^2$ (энергия, затраченная на производство новой субстанции или связанная энергия), $Y_1 = 1 - X_1^2$ (оставшаяся или свободная энергия); второй шаг – $X_2 = Y_1$, $Y_2 = 1 - X_2^2$; третий шаг – $X_3 = Y_2$, $Y_3 = 1 - X_3^2$; ... и т.д.

На графиках рис.3 показана реализация этого алгоритма при разной точности представления величины второго члена ОЗС $X = \Phi_2$ - с тремя и пятью знаками после запятой (графики а и б), а также для третьего члена $X = \Phi_3$ (по табл.1) с пятью знаками после запятой.

Согласно этой модели близкие к равновесию системы развиваются в “коридоре” между $1 - \Phi$ (вход в коридор) и Φ (выход) в режиме колебаний около отметки 0,5. Это область зрелости системы, где ее развитие гармонично, производство энтропии минимально, а жизнеспособность максимальна. Ее протяженность зависит от точности задания величины Φ и количества частиц n в системе. Чем она точнее, т.е. чем больше в ней знаков после запятой, тем длиннее этот коридор гармонии. В приведенном примере уточнение начального значения $X = \Phi_2$ до пяти знаков увеличивает его длину, которую можно интерпретировать как долговечность системы, более, чем втрое, с 25 до 82. Количество знаков после запятой в величине Φ видимо определяет “жизнеспособность” системы, ее способность длительное время совершать гармонические (полностью обратимые, упругие) колебания в интервале $(1 - \Phi_n) \dots \Phi_n$, т.е. устойчиво функционировать. Последовательности таких гармонических колебаний составляет

геометрическую прогрессию, инвариантную величине Φ_n или $\varphi_n = 1/\Phi_n$ типа чисел Фибоначчи (см. ниже), длина которой совпадает с долговечностью. Что касается n , то с его увеличением растет ширина коридора гармонии, но убывает пространство свободной энергии, нужной для воспроизводства (живущие на “широкую ногу” раньше растрачивают свои жизненные силы). Чем больше n , а значит и частиц в системе, тем меньше ее долговечность – сравните графики *a* и *б* на рис. 3 (см. также табл. 3). При одинаковом числе знаков после запятой максимум долговечности системы достигается при $n=2$, в обе стороны от этого значения n она убывает.

Ширину коридора гармонии, можно сопоставить со стадией зрелости в эволюционном (жизненном) цикле [5, 6], на которой система обладает упругостью и характеризуется максимальной производительностью, жизнеспособностью и устойчивостью. И гармония и упругость ограничены одинаковыми пространственно-временными пределами, равными константам ОЗС - $(1 - \Phi_n)$ и Φ_n , при всех n имеющими одну и ту же ось симметрии, совпадающую по величине с $\Phi_1 = 0,5$, которую можно интерпретировать как внутреннюю энергию системы в безразмерном виде. В терминах механики стадия зрелости соответствует линейной (стационарной) ползучести деформируемого тела [2, 4], когда скорости деформации и производства энтропии постоянны и минимальны за весь эволюционный цикл. Φ_n – порог, за которым начинается стадия старения, деградаци, системы, когда энтропия начинает увеличиваться по нарастающей. Но при всех Φ_n , кроме $\Phi_n=1$, это еще не максимум энтропии, не полная утрата упругости (обратимости) и устойчивости. В условиях колебательного режима Φ_n - не точка, а пространственно-временная протяженность состояния гармонии, увеличивающаяся с ростом числа колебаний, составляющих жизненный цикл, каким-то образом связанного с ростом количества знаков после запятой в величине Φ_n .

Вообще понятие устойчивости перегружено разными смыслами. Чаще всего под устойчивостью подразумевают способность системы сохранять или самостоятельно возвращать свое начальное состояние, т.е. быть упругой. Устойчивость связана с равновесностью. Система настолько же устойчива, насколько и равновесна. Максимальная устойчивость (устойчивое равновесие) достигается при $n=1$ ($\Phi_1 = 0,5$), когда доли вещества и “пустоты” одинаковы, но в этом случае вещественная часть системы вырождается в монолит, сплошное тело, реальное или отраженное, в котором нет субъектов самоорганизации – частиц. Способность самоорганизации (гармонии), которую можно сопоставить с упругостью, появляется при $n>1$, достигает максимума при $n=2$ и затем, как и устойчивость естественно убывает с увеличением числа взаимодействующих компонентов (n).

Именно эта способность делает все системы похожими на живые. Если при $n=1$ в устойчивом равновесии находится вещество и пустота, то при $n=2$ устойчиво уравновешены (самоорганизованы) также и частицы вещества.

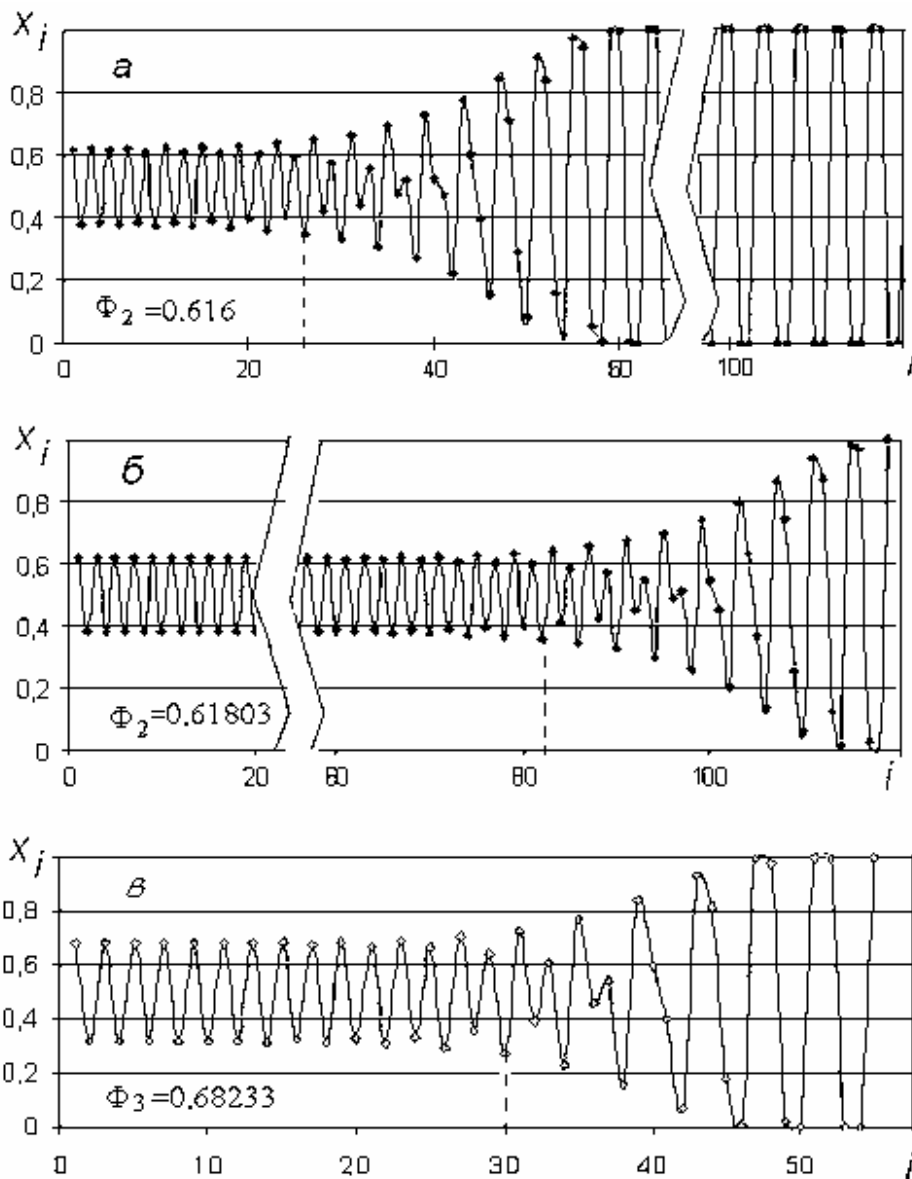


Рис. 3. Схематическая модель пошагового развития (i – число шагов (циклов); a – при $X = \Phi_2 = 0,616$; $б$ – при $X = \Phi_2 = 0,61803$; $в$ – при $X = \Phi_3 = 0,68233$)

Поскольку с увеличением n устойчивость убывает от 1 до 0, то для ее определения удобно использовать отношение $1/n = \eta$, показывающее во сколько раз уменьшилась устойчивость при данном n по сравнению с его максимальным (единичным) значением. Величина n , а затем и η , определяется из преобразования (2):

$$n = \ln(1-\Phi) / \ln(\Phi) \quad (5)$$

Абсолютная устойчивость системы, отвечающая постоянному пребыванию в гармоническом состоянии, недостижима, так как Φ при любом n (т.е., Φ_n) - число с бесконечным количеством знаков после запятой. При любой точности задания величины Φ_n стенки коридора однажды начинают расходиться, связи между частицами рвутся и каждая из них переходит на свободные (произвольные) колебания между 0 и 1. Такое состояние философы называют “дурной бесконечностью”. Это понятие, введенное Гегелем, относится к представлению о развитии природы как о бесконечной череде круговоротов материи с постоянным возвратом к одним и тем же исходным пунктам. Диалектический материализм “исходит из признания неисчерпаемости материального мира, существования бесчисленного множества различных уровней структурной организации материи, вечного саморазвития и качественных изменений материи и форм ее движения” [16]. Натуральный ряд чисел Математики Гармонии – ОЗС, как раз и дает возможность количественной оценки этого “бесчисленного множества качественных изменений материи и форм ее движения” в конечных величинах, вполне реальных для данного уровня развития науки и техники.

Таким образом, гармония невозможна без определенной доли хаоса (свободы, неустойчивости, неравновесности), увеличивающейся с ростом числа частиц (n) в системе. Эта доля и отражается в величинах ОЗС.

Золотое сечение (ЗС). Собственно Золотым сечением (ЗС) называется решение (2) при $n=2$: $\Phi_2 = 0,618$ или его обратная величина $\phi = 1/\Phi_2 = 1,618$. ЗС делит единичное целое на две неравные части так, что отношение большей части к целому равно отношению меньшей части $(1-\Phi)$ к большей (Φ):

$$\Phi/1 = (1-\Phi)/\Phi = 0,618/1 = 0,382/0,618 = 0,618 \quad (6)$$

Формула (6) в том виде, как она записана, справедлива только для $n=2$. Однако ее можно обобщить на весь ряд ОЗС. Для этого перепишем (6) в виде, не влияющем на результат расчета Φ_2 :

$$(\Phi_n/1)^{(n-1)} = [(1-\Phi_n)/\Phi_n] = (0,618/1)^{(2-1)} = 0,382/0,618 = 0,618 \quad (7)$$

Например, для $n=3$ имеем $(0,68/1)^2 = (0,32/0,68) = 0,46$; для $n=8$: $(0,81/1)^7 = 0,19/0,81 = 0,23$. Т.е. (6) является частным случаем (7) при $n=2$.

Вообще в любой системе взаимодействие частиц обычно сводится к противостоянию доминантной и не доминантной групп (например, в социальных дихотомиях – большинства и меньшинства, “левых и правых”, богатых и бедных), и для установления закономерностей ее развития достаточно рассматривать взаимодействие только этих двух

главных групп, а не всех частиц в отдельности. Сама последовательность ОЗС в табл. 1 указывает на быстрое уменьшение разницы между ее членами с возрастанием n , а табл. 3 и рис.3 - на сокращение их долговечности и, соответственно, устойчивости. Отсюда и более частая встречаемость и преимущественная значимость (выделенность) для функционирования системы именно ЗС (0,618) по сравнению с другими ОЗС.

ЗС - это наиболее часто встречающаяся пропорция близких к равновесию оппозиций во всех системах Мироздания, известная с древности, отражающая энергетически наиболее выгодное, оптимальное (гармоническое), соотношение его частей, обеспечивающее их устойчивость и длительное существование.

Закономерности ЗС проявляются в строении и свойствах химических веществ, в генных структурах, в планетарных и космических системах, в распределении суши и моря, во многих других процессах и явлениях. В [10] прослеживается связь таких, казалось бы, несопоставимых явлений, как колебания солнечной оси, процент поверхности, пораженной засухой, активность питания термитов, интенсивность действия обезболивающих препаратов, индекс военной активности, вероятности рождения мальчиков - и везде колебания рассматриваемых величин находятся в отношении ЗС.

Проблеме Золотого Сечения посвящена обширная литература, сводка которой с многочисленными примерами соответствия параметров процессов и систем разной природы закономерностям ЗС содержится, например, в работах А.П. Стахова, Э.М. Сороко, Т. Ландшейдта и др. [10, 14, 15].

“Фибоначчиевы” последовательности. Как уже отмечалось, совокупность гармонических колебаний в интервале $[(1 - \Phi_n) \dots \Phi_n]$ (рис.5) составляет геометрическую прогрессию с постоянным множителем $\varphi_n = 1/\Phi_n$. Как в классической математике, используя натуральные числа в качестве множителя, можно составить бесчисленное множество геометрических прогрессий, так и в Математике Гармонии, используя ее аналоги натуральных чисел – ОЗС, также можно составить бесчисленное множество рядов типа известной последовательности Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8 ... , примерно с 7-го члена переходящей в геометрическую прогрессию с множителем, равным $\varphi_2 = 1,62$ [66]. Французский математик Люка показал [15], что вообще в любой последовательности с произвольными первыми двумя числами, включая дробные, а далее составленной так, что каждый член ряда равен сумме двух предшествующих, отношение последующего члена к предыдущему довольно быстро становится примерно постоянной величиной, близкой к 1,62 (а предыдущего к последующему – к 0,62). Например, возьмем ряд, первые два числа (подчеркнуты) которого выбраны совершенно произвольно, а остальные, составлены по указанному правилу: 0,8; 4; 4,8; 8,8; 13,6; 22,4; 36; 58,4; 94,4; 152,8; ... В этом ряду,

начиная с 7-го члена, отношение последующего к предыдущему примерно равно 1,62. Сам Люка нашел последовательность: 1; 3; 4; 7; 11; 18; ..., в которой как и в “фибоначчиевой”, каждый последующий член равен сумме двух предыдущих, а их отношение стремится к 1,62.

Последовательности, подобные “фибоначчиевой”, в которых отношение последующего члена к предыдущему стремится к n – му члену ОЗС можно составить для любого из них, руководствуясь простым правилом: количество единиц, с которых начинаются такие последовательности должно совпадать с порядковым номером ОЗС, а последующие члены (F_m), считая от последней единицы, определяться по формуле:

$$F_m = F_{m-1} + F_{m-n} \quad (8)$$

Например, для первого, второго, третьего и четвертого членов ОЗС согласно этому правилу получаются следующие ряды: 1) 1, 2, 4, 8, 16, 32...; 2) 1, 1, 2, 3, 5, 8... (собственно ряд Фибоначчи); 3) 1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60...; 4) 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 14, 19, 26, 36... (подчеркнуты единицы, указывающие на количество компонентов в вещественной части системы). Например: 7-й член 4-го ряда равен: $F_7 = F_6 + F_{7-4} = 7 + 3 = 10$; 9-й член 3-го ряда равен: $F_9 = F_8 + F_{9-3} = 19 + 9 = 28$. Нетрудно удостовериться, что частное от деления последующего члена на предыдущий в этих рядах стремится (в первом ряду, равно), соответственно, к первому ($\varphi_1 = 2$), второму ($\varphi_2 = 1,62$), третьему ($\varphi_3 = 1,47$) и четвертому ($\varphi_4 = 1,38$) членам ОЗС. При делении предыдущего члена на последующий, получаются обратные величины: $1/\varphi_1 = \Phi_1 = 0,5$; $1/\varphi_2 = \Phi_2 = 0,62$; $\Phi_3 = 0,68$ и т.д.

На рис. 4 показана зависимость членов “фибоначчиевых” рядов от их порядкового номера (m) для первых трех членов ОЗС в полулогарифмическом масштабе и даны ее формулы. С хорошей достоверностью ($R^2 > 0,999$) они линейны. Анализ показывает, что коэффициент пропорциональности в формулах, стремится к величине логарифма соответствующего члена ОЗС: 1) $\ln 2 = 0,693$; 2) $\ln 1,62 = 0,481$; 3) $\ln 1,47 = 0,385$. В результате получаем предельную формулу F_m для всего ряда ОЗС:

$$F_m \approx (\Phi_n)^m \quad (9)$$

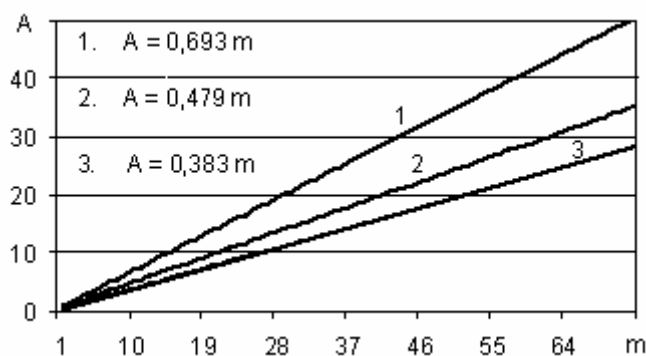


Рис. 9. Зависимость $A = \ln(F_m)$ от m , n (1- для $n = 1$; 2- для $n = 2$; 3- для $n = 3$)

Последовательности подобного типа, в которых каждый последующий член больше предшествующего примерно в φ_n раз, можно использовать для описания полупериода становления (созревания) системы. Для описания второго полупериода жизненного цикла - старения (деградации), можно использовать обратные последовательности, убывающие, в которых каждый последующий член меньше предшествующего примерно в φ_n раз, например, обратную последовательность Фибоначчи: 1, 1, 0,5, 0,33, 0,2, 0,125, ...

Последовательности типа чисел Фибоначчи широко используются для описания различных процессов. Так ряд 1, составленный на основе первого члена ОЗС (при $n=1$), – классическая геометрическая прогрессия, применяется, например, для подсчета делящихся клеток, описания “демографического взрыва” и других лавинообразных процессов. Ряд 2 (собственно последовательность Фибоначчи), наиболее актуальный при анализе систем любой природы (филлотаксиса растений, колебаний биржевой активности - волны Элиота и др. [14, 15]). Ряды 3 и 4 (при $n=3$ и 4) можно использовать для моделирования начального этапа развития, характеризующегося низкими темпами деформирования

Проявления ОЗС. Можно выделить по крайней мере три варианта проявления ОЗС в природных системах. Первый – это только что рассмотренные “*фибоначчиевы*” последовательности. Второй вариант, когда взаимодействие параметров системы описывается формулой (2), т.е. сами параметры принимают значения Φ_n и $(1-\Phi_n)$. Это возможно, если рассматривается не весь процесс, а только его предельные (стационарные) состояния. При этом сумма вещественной и свободной части системы всегда постоянна и равна 1. В третьем варианте, когда взаимодействуют изменяющиеся параметры, сумма вещественной и свободной части не постоянна, а изменяется от 0 до 1.

Проявления ОЗС, главным образом ЗС, по второму варианту также хорошо известны [10, 14, 15 и др] и нет необходимости специально на нем останавливаться. Приведем только один, показательный пример.

Основными характеристиками упругости твердых материалов, являются модули продольной и поперечной (сдвиговой) деформации – E и G . Их величины напрямую связаны со скоростью продольных волн в стержнях – $v_{пр.с} = (E/\rho)^{0,5}$ и поперечных (сдвиговых) волн в неограниченной среде $v_{сд} = (G/\rho)^{0,5}$ (где ρ – плотность материала), возникающих при динамических нагрузках и распространяющихся со скоростью звука. Взяв отношение этих скоростей получаем коэффициент Пуассона $G/E = (v_{сд}/v_{пр})^2 = \mu$.

В сейсмологии упругость земной коры оценивается по скорости продольных и поперечных волн в неограниченной среде – $v_{пр}$ и $v_{сд}$.

Таблица4.

Соотношения скорости поперечных (сдвиговых) и продольных волн и модулей упругости в твердых телах, а также в Земле на глубинах: 1-33 км, 2-200 и 3-2000 км

Материал	$v_{сд}, \text{ м/с}$	$v_{пр.с}, \text{ м/с}$	$v_{пр}, \text{ м/с}$	$v_{сд} / v_{пр.с}$	G/E	$v_{сд} / v_{пр}$
Лед	1990	3280	3980	0,61	0,37	0,5
Железо	3230	5170	5850	0,62	0,38	0,55
Медь	2260	3710	4700	0,61	0,37	0,48
Никель	2960	4785	5630	0,62	0,38	0,52
Олово	1670	2730	3320	0,61	0,37	0,5
Цинк	2410	3810	4170	0,63	0,40	0,58
Известняк	3200	-	6130	-	-	0,52
Земля -1	4630	-	8180	-	-	0,57
Земля -2	4630	-	8290	-	-	0,56
Земля -3	6930	-	12790	-	-	0,54

В табл. 4 приведены значения $v_{сд}$ и $v_{пр}$ для некоторых твердых тел [8], а также величины отношений $v_{сд} / v_{пр.с}$, G/E и $v_{сд} / v_{пр}$. Табл.4 показывает, что отношения $v_{сд} / v_{пр}$ и G/E очень близки к пропорциям ЗС при $n=2$ ($\Phi=0,62$ и $1-\Phi=0,38$), а $v_{сд} / v_{пр.н}$ близки к пропорции ЗС при $n=1$ ($\Phi=0,5$ и $1-\Phi=0,5$, см. табл.1). При необходимости величины n можно определить точнее, в дробных числах. Например, у железа $v_{сд} / v_{пр.н} = \Phi = 0,55$; тогда с помощью формулы (5) находим, что это значение Φ соответствует $n=1,35$.

Третий вариант выделен недавно [6]. Поэтому остановимся на нем подробнее.

Обобщение результатов наблюдений. Третий вариант проявления ОЗС обнаруживается при обобщении результатов наблюдений за параметрами различных систем путем приведения их к относительному (нормализованному) виду, с помощью формулы:

$$j = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}), \quad (10)$$

где x , x_{\max} и x_{\min} – текущее, максимальное и минимальное размерное значение наблюдаемого показателя, причем часто $x_{\min} \approx 0$; j – его текущее значение в относительном виде.

При таком обобщении все множество возможных показателей заключается в наглядно представимый интервал $0...1$. Это резко сокращает объем фактических данных, необходимый для установления количественных связей между ними, позволяет корректно сравнивать разнородные и разноразмерные величины, делает решение, полученное для каких-нибудь одних условий, универсальным, пригодным для многих. При этом раскрываются их общие закономерности.

Выражение (10) широко применяется в технических дисциплинах, в частности, в теплофизике и механике твердого тела в качестве критерия подобия симплексного типа. Но при этом нормализуются (центрируются по 1) только ординаты (функции). Абсциссы (аргументы) обычно обобщаются путем группирования их в комплексные критерии подобия, изменяющиеся от нуля до бесконечности. В приведенных ниже примерах показана полезность нормализации одновременно и функции и аргумента.

Предлагаемый метод реализован при аппроксимации двухсторонних связей параметров развивающихся систем совершенно разной природы. Рассмотрены два основных типа сглаженных эволюционных кривых, выпуклые и вогнутые. Первые отображают становление, подъем, расцвет системы, вторые – ее деградацию, старение.

В приведенных примерах пропорции ОЗС проявляются через посредство численных коэффициентов уравнений, которыми описывается взаимодействие обобщенных параметров системы. В качестве исходного материала использованы данные о связях сложно определяемых размерных показателей со сравнительно легко определяемыми показателями. Например, у древесных растений - таких показателей как фитомасса и фитопродукция, определение которых требует больших объемов работ, с относительно простыми – диаметром, высотой, возрастом и густотой насаждений.

1. Годовой цикл температуры воздуха состоит из двух меньших циклов, теплого и холодного, разделенных весенним и осенним нулями ($^{\circ}\text{C}$). В табл.5 и 6 приведены размерные t и безразмерные j_t среднемесячные температуры воздуха на подъеме (при повышении температуры) и спаде (при понижении температуры) теплого периода года, а также времени, размерного τ (месяцы от начала года) и безразмерного j_{τ} на юге (г. Тобольск) и севере (п. Нумто) Тюменской области по данным метеостанций. Безразмерные параметры вычислены по формуле (10). Отметим, что продолжительность теплого периода – около 6 месяцев в Нумто и 7,5 месяцев в Тобольске соотносится с продолжительностью года ($6/12 = 0,5$ и $7,5/12 \approx 0,62$) как 1-й и 2-й члены ОЗС.

Таблица 5.

Значения τ (время от начала года, мес), t ($^{\circ}\text{C}$), j_{τ} , j_t в Тобольске и Нумто (курсив) на подъеме в теплое время года

τ	3,75	4	5	6	7	4,95	5	6	7
t	0	1,8	9,1	15,8	18	0	0,2	10,5	15,5
j_{τ}	0	0,08	0,38	0,69	1	0	0,02	0,51	1
j_t	0	0,07	0,51	0,88	1	0	0,01	0,68	1

Таблица 6.

Значения τ (мес), t ($^{\circ}\text{C}$), j_{τ} , j_t в Тобольске и Нумто (курсив) на спаде в теплое время года

τ	7	8	9	10	10,3	7	8	9	9,8
t	18	15,4	9,5	0,8	0	<i>15,5</i>	<i>12,4</i>	<i>6,4</i>	<i>0</i>
j_{τ}	0	0,30	0,61	0,91	1	<i>0</i>	<i>0,36</i>	<i>0,71</i>	<i>1</i>
j_t	0	0,14	0,47	0,91	1	<i>0</i>	<i>0,20</i>	<i>0,59</i>	<i>1</i>

По этим данным построены графики зависимости j_t от j_{τ} в периоды подъема и спада и найдены их аппроксимации - **рис. 10**. Аппроксимирующая формула выбрана по наибольшей достоверности ($R^2 > 0,99$), которая оказалась у квадратичного полинома:

$$j_t = A \cdot j_{\tau}^2 + B \cdot j_{\tau} \approx A \cdot j_{\tau}^2 + (1-A) \cdot j_{\tau} \approx A \cdot j_{\tau}^2 + A^n \cdot j_{\tau}, \quad (11)$$

где A и B – постоянные, для выпуклой кривой $A \approx -\Phi_2$, для вогнутой $A \approx \Phi_2$; в обоих случаях $B \approx 1-A$.

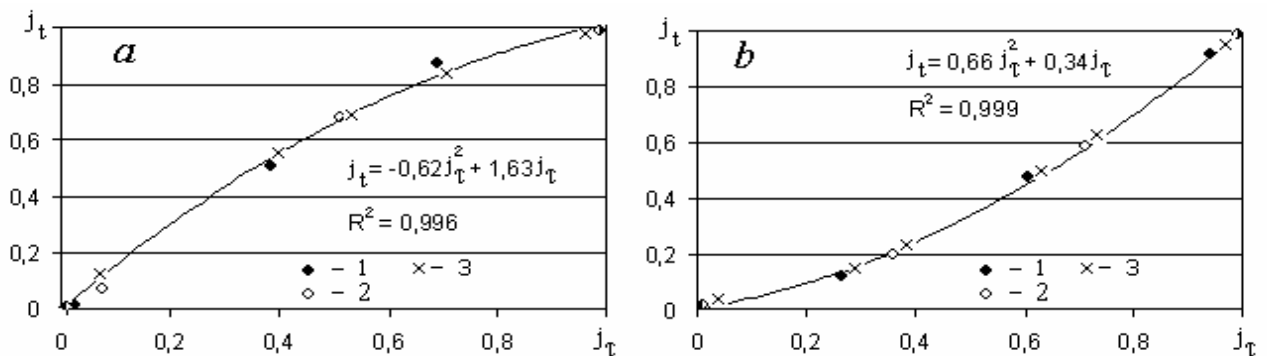


Рис. 10. Зависимость j_t от j_{τ} , в Тобольске (1) и Нумто (2) на подъеме (а) и спаде (b) в теплое время года (3 – расчет по формуле (11) при $A = -0,62$ в варианте а и $A = 0,62$ в варианте б)

Причем и на подъеме (выпуклая кривая) и на спаде (вогнутая кривая) коэффициент A примерно равен константе Золотого сечения Φ_2 : минус 0,62 на подъеме и 0,62 на спаде. Основная формула ОЗС (2) является частным, предельным случаем (11) при равенстве нормализованных значений аргумента и функции единице (в данном случае $j_{\tau} = j_t = 1$). Согласно более общей формуле (11), они изменяются от 0 до 1.

Для вогнутой кривой при $n=2$ (собственно Золотое сечение) решение симметрично относительно Φ и j_{τ} :

$$j_t = \Phi \cdot j_{\tau}^2 + \Phi^2 \cdot j_{\tau} \quad (11)'$$

Судя по рассмотренным примерам, в большинстве процессов закон ЗС проявляется именно через эту формулу.

Анализ и расчеты также показали, что полиномиальные формулы с положительным и отрицательным коэффициентами (Φ_2 и $-\Phi_2$) с приемлемой погрешностью можно заменить степенными, вида

$$j_y = j_x^z \quad (12)$$

с показателем степени z равным 1,62 для вогнутых кривых, отображающих “ускоряющийся” характер связи, или 0,62 для выпуклых, отображающих “замедляющийся” характер связи

Хорошая сходимость результатов, вычисленных по полиномиальным и степенным формулам с “золотыми” коэффициентами (при $n=2$), подтверждается **рис. 11**. Расчеты показали, что и при других n степенные и полиномиальные формулы дают близкие результаты, особенно при описании вогнутых кривых. При этом показатель степени $z = 1 + \Phi_n$ при описании вогнутых кривых, и $z = \Phi_n$ при описании выпуклых. Идентичность степенных и полиномиальных формул более актуальна для вогнутых кривых. Это видно из табл.7, в которой приведены результаты расчетов по этим формулам, представленным нормализованными функциями $j_y(j_x)$. У выпуклых кривых разница между результатами расчетов по полиномиальным и степенным формулам при увеличении n в отличие от вогнутых, возрастает, при $n=4$ она около 15%, при $n=7$ – 22%. В то же время выражения выпуклых кривых - это обратные выражения вогнутых. И ничто не препятствует при анализе выпуклых кривых поменять местами оси X и Y , или, что тоже, - функцию и аргумент в выражениях типа (11): $j_x = j_y^{1/z}$.

При $n=0$ полиномиальные и степенные формулы как вогнутых так и выпуклых кривых превращаются в линейную вида $Y=X$ (наклонная прямая на рис. 11).

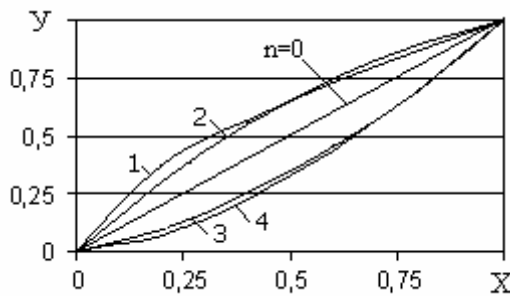


Рис. 11. Графики полиномиальной и степенной формул выпуклой (2 и 1) и вогнутой (3 и 4) кривых произвольной функции Y от X .

Таблица 7

Зависимость j_y от j_x в полиномиальных (п) и степенных (с) формулах при n , равных 0; 2; 7 и ∞ для вогнутых кривых.

j_x	$j_{y.п(0)}$	$j_{y.с(0)}$	$j_{y.п(2)}$	$j_{y.с(2)}$	$j_{y.п(7)}$	$j_{y.с(7)}$	$j_{y.п(\infty)}$	$j_{y.с(\infty)}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0,2	0,2	0,1	0,07	0,07	0,06	0,04	0,04
0,4	0,4	0,4	0,25	0,23	0,21	0,19	0,16	0,16
0,6	0,6	0,6	0,45	0,44	0,41	0,4	0,36	0,36
0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,67	0,67	0,64	0,64
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Степенные формулы типа (11) сводятся к линейным общего вида $Y' = z \cdot X'$, где $Y' = \ln(y)$, $X' = \ln(x)$. Поэтому, несмотря на меньшую точность по сравнению с полиномиальными, они удобней для расчетов и экономичней, поскольку для определения неизвестного постоянного z , достаточно знать всего одну любую пару соответственных размерных значений y и x , тогда $z = \ln(y) / \ln(x)$.

2. Масса зелени и диаметр. В [2] установлен количественный вид зависимости массы (m) древесной зелени (хвои и не одревесневших побегов) и отдельно хвои сосны обыкновенной (*Pinus Sylvestris*) от ее диаметра (d) в северной и средней тайге на территории Республики Коми для всех встречающихся в ней типов леса. Это крупное, весьма репрезентативное исследование, базирующееся на обобщении сотен определений характеристик деревьев. Для выражения результатов в размерном виде его авторам понадобилось более десятка формул. Покажем, что весь этот обширный материал можно обобщить одной формулой.

Максимальные и минимальные значения размерных параметров по данным [2], необходимые для расчетов по формуле (10) сведены в табл. 8.

Таблица 8.

Максимальные и минимальные величины диаметра ствола - d_{max} , d_{min} (см), массы зелени (z) и хвои (x) сосны - m_{max} , m_{min} (кг / дерево)

Подзона	d_{min}	m_{min}	$d_{max} (z)$	$m_{max} (z)$	$d_{max} (x)$	$m_{max} (x)$
Север. тайга	0	0	40	91	40	63
Средн. тайга	0	0	40	76	40	46

На рис. 11 приведены построенные нами по этим данным графики зависимости безразмерной массы древесной зелени и хвои $j_m = m / m_{max}$ сосны от безразмерного диаметра ствола $j_d = d / d_{max}$ в северной и средней тайге и найдены их аппроксимации, как и выше в виде полинома 2-й степени.

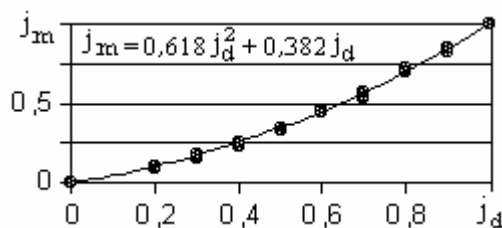


Рис 11 График зависимости $j_m(j_d)$ и формула кривой (значки – экспериментальные точки)

Значения коэффициентов А и В в (11), а также z в формуле (12) для массы зелени и хвои в северной (1з, 1х) и средней (2з, 2х) тайге даны в табл.9

Таблица 9

Значения коэффициентов в формулах (11) и (12)

Индекс	1з	1х	2з	2х	ЗС
А	0,610	0,648	0,651	0,673	0,618
В	0,393	0,357	0,340	0,329	0,382
с	1,61	1,647	0,652	0,672	0,618

Достоверность аппроксимации для всех вариантов высокая - $R^2 \geq 0,998$. Экспериментальные точки на рис. 11 при всех вариантах условий практически сливаются друг с другом, т.е. зависимость $j_m (j_d)$ инвариантна. Численные коэффициенты формул практически равны константам ЗС. Максимальное отличие А от Φ_2 всего 8%.

В табл. 10, детализирующей рис. 11, приведены результаты расчетов j_m по формуле (11) для выделенных в табл. 9 вариантов. Из нее видно, что при всех j_d (первый столбец табл. 10) получаются близкие величины j_m , примерно равные (разница не превышает 3 %), рассчитанной при значениях А=0,618 и В=0,382, соответствующих ЗС (шестой столбец).

Таблица 10

Зависимость j_m от j_d

j_d	1з	1х	2з	2х	ЗС
0	0	0	0	0	0
0,2	0,08	0,09	0,09	0,09	0,1
0,4	0,25	0,24	0,24	0,23	0,25
0,6	0,46	0,45	0,46	0,45	0,45
0,8	0,71	0,69	0,72	0,72	0,70
1	1	1	1	1	1

2. Многолетний диаметр дерева. На графиках рис. 12 приведены примеры зависимости относительного диаметра j_d от относительного возраста $j_t = \tau / \tau_{\max}$ (τ - текущее время, годы; τ_{\max} - возраст дерева) в двух возможных модификациях формы кривой этой зависимости: вогнутой и выпуклой. Первая представлена теневыносливой пихтой на Аляске, вторая - теплолюбивой сосной на севере (п. Нумто) и юге (п. Караганда) Тюменской области [7]. Величины безразмерного диаметра отложены на оси ординат, безразмерного времени - на оси абсцисс, размерного времени - на верхней горизонтальной оси. Начало отсчета на графике А - 1578 год, на графике Б - 1579 год, на графике В - 1777 год. Кривыми показан многолетний ход j_d по данным наблюдений - толстые линии, и его аппроксимации - тонкие линии. Из-за высокой достоверности аппроксимирующих формул - $R^2 > 0,99$ и те и другие почти сливаются. Как и в

предыдущих случаях формулы аппроксимации представляют собой полином 2-й степени с коэффициентами близкими к ЗС. Кругками на рис.12 обозначены j_d , вычисленные по формуле (11), численный коэффициент которой равен 0,62 для вогнутой кривой и -0,62 для выпуклой.

Несмотря на то, что численные коэффициенты в аппроксимирующих формулах несколько отличаются от констант ЗС, на величину j_d это почти не влияет – вычисленные по формуле (11) при коэффициентах, равных константам ЗС, значения j_d ложатся на кривую, построенную по фактическим данным.

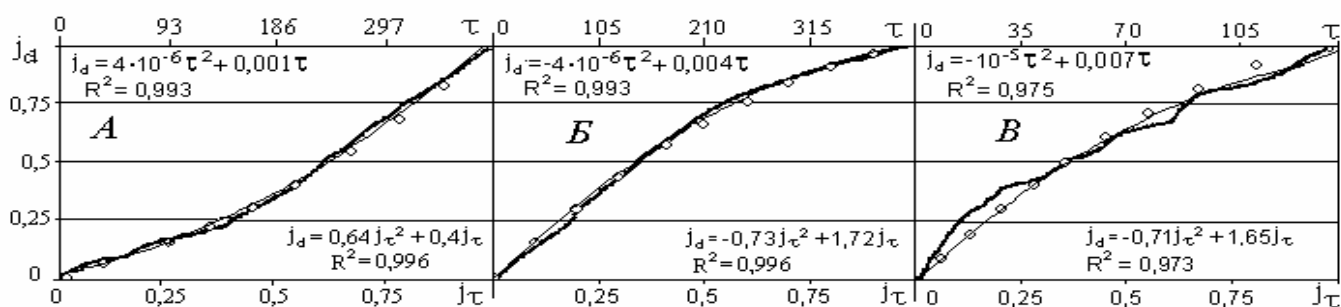


Рис. 12. Зависимость j_d от j_τ для пихты на Аляске (А) и сосны в Нумто (Б) и Караганде (В)

3. Удельная продуктивность и возраст. В табл.11, в 2-х верхних строках, показана зависимость удельной продуктивности сосны (Р, %) от ее возраста в Приангарье по [1].

Таблица 11

Удельная продуктивность сосны (Р, %) в разном возрасте (τ , лет)

τ , лет	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
Р, %	8,6	7,6	6,1	4,8	3,9	3,2	2,5	1,9	1,4	1,1	0,8
j_τ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
j_i	0	0,13	0,32	0,49	0,6	0,69	0,78	0,86	0,92	0,96	1

Введем понятие износа дерева, под которым будем понимать разность между максимальной и текущей продуктивностью (8,6 - Р). В 3-й и 4-й строках табл. 11 записаны нормализованные значения износа дерева $j_i = (8,6 - Р) / (8,6 - 0,8)$ и возраста $j_\tau = (\tau - 15) / (115 - 15)$. Как и раньше строим график зависимости $j_i(j_\tau)$ и находим его аппроксимацию – рис. 13. С достоверностью $R^2 = 0,98$ она имеет вид (11) при $A = -0,79$.

Выражения возрастной зависимости относительного износа и диаметра ствола практически совпадают (ср. с рис. 12Б и В), т.е. с увеличением размеров дерева его относительная продуктивность (количество массы на единицу времени) уменьшается, а относительный износ увеличивается.

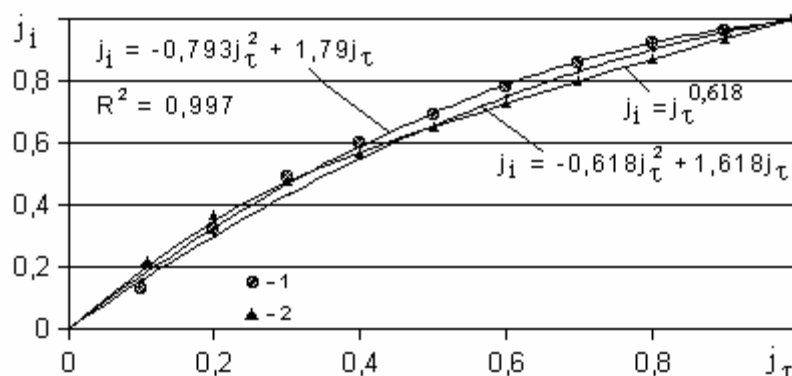


Рис. 13. Графики и формулы зависимости j_i от j_τ (1- фактические данные, 2- расчет по степенной формуле)

4. Густота насаждений, фитомасса и диаметр ствола. Связи между размерными величинами фитомассы, диаметра ствола и густоты насаждений в сосновых молодняках Приангарья детально исследованы в [11]. Получены количественные выражения связей, в частности фитомассы (кг) и диаметра (см) в степенном и квадратичном виде, найдены численные коэффициенты в этих выражениях для дерева в целом и его фракций (ствола, ветвей, хвои, корней) при разной густоте насаждений ($G = 100, 180, 400, 700, 900$ тыс. стволов на гектар). Установлено, что при любой густоте фитомасса, в отличие от продуктивности, с увеличением диаметра растет; максимальный запас фитомассы (оптимум) наблюдается при густоте насаждений 700 тыс. стволов на гектар (G_{700}), с понижением и повышением густоты относительно этой величины, фитомасса убывает. Относительные величины фитомассы j_m разных фракций дерева и дерева в целом при одинаковых величинах относительного диаметра ствола j_d мало отличаются друг от друга. Примеры графиков зависимости j_m от j_d , рассчитанных по размерным данным [11] при G_{700} (круглые значки) и совокупности G ($G_{сов}$, сплошные прямоугольные значки) с помощью формулы (10), для хвойной фракции (а) и дерева в целом (б), представлены на **рис. 14**. Верхняя кривая соответствует G_{700} , нижняя - $G_{сов}$. Как и раньше кривые с высокой достоверностью аппроксимированы как полиномиальными ($R^2 > 0,99$) так и степенными ($R^2 > 0,93$) формулами, дающими идентичные результаты. Найденные полиномиальные формулы записаны на рисунках, их численные коэффициенты в сумме составляют 1, т.е. равны константам ОЗС. Значения Γ в степенных формулах, а также рассчитанные с помощью (5) номера ОЗС - n и степени устойчивости - $\eta = 1/n$ для хвойной фракции (х) и всего дерева (др), т.е. для 4 вариантов условий, скомбинированных по этим индексам и символам вариантов а и б: $a_x, a_{др}, b_x, b_{др}$, приведены в табл. 12.

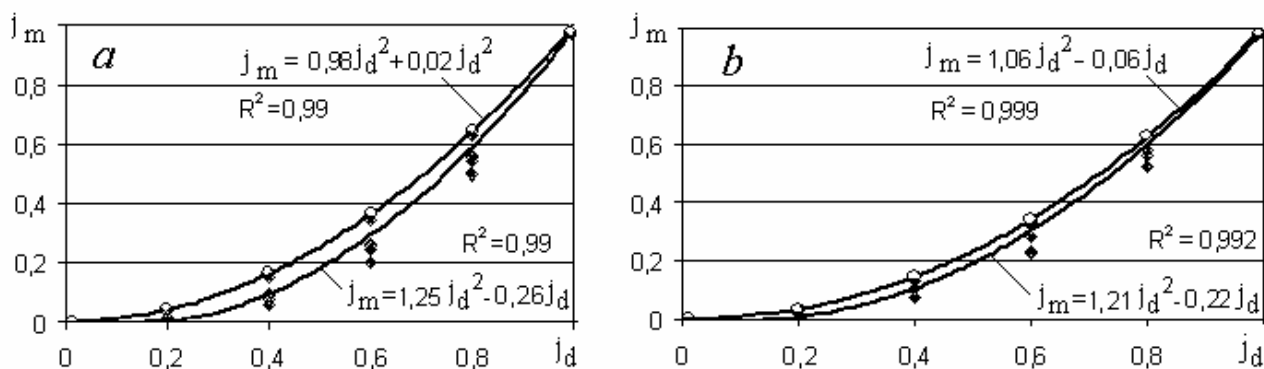


Рис. 14. Графики и формулы зависимости j_m от j_d при $G=700$ (верхняя кривая) и $G=100...900$ (нижняя) для хвойной фракции (а) и всего дерева (б).

Таблица 12

Значения Φ , $\Phi'=1/\Phi$, z , n и η для вариантов a_x , $a_{др}$, b_x , $b_{др}$

Символ	a_x	$a_{др}$	b_x	$b_{др}$
Φ	0,98	1,25	1,06	1,21
Φ'	-	0,8	0,94	0,83
z	1,98	2,53	2,1	2,44
n	49	7,14	45,4	8,9
η	0,02	0,14	0,022	0,11

Численные коэффициенты в правой части полиномиальных уравнений для последних трех вариантов $a_{др}$, b_x , $b_{др}$ в сумме равны 1, но сами они отличаются от стандартной формы ОЗС: в них $\Phi > 1$. Разделив обе части уравнений на Φ получаем стандартное соотношение констант в ОЗС. Например, для констант в варианте $a_{др}$ (нижний график на левом рис. 14) имеем $1 \approx 1,25 - 0,24$. Делим обе части этого выражения на $\Phi = 1,25$ и получаем $0,8 \approx 1 - 0,18$ или $1 \approx 0,8 + 0,18$. Это стандартная структура ОЗС, в которой основной (большей) константой является $\Phi' = 1/\Phi = 0,8$.

Константа степенных уравнений, полученных в этих же трех вариантах, также отличается от стандартного вида, в котором $z = 1 + \Phi$. В вариантах $a_{др}$, b_x и $b_{др}$ величина $z \approx 2\Phi$ (см. табл.8.8): $2,53 \approx 1,25 \cdot 2 = 2,5$; $2,1 \approx 1,06 \cdot 2 = 2,12$ и $2,44 \approx 1,21 \cdot 2 = 2,42$.

5. Диаметр, высота и объем ствола. В [9] найдены формулы связи между относительной высотой распространенных древесных пород $j_h = h / h_{\max}$ (h и h_{\max} - текущая и максимальная высота дерева) и их относительными диаметрами $j_d = d/d_{\max}$ для условий Ленинградской области. Анализ результатов расчетов по этим формулам показал, что их можно заменить одной обобщенной формулой. На **рис. 15 а** дана кривая зависимости j_h от j_d (фактические данные обозначены кружками, сверху вниз - для сосны, ели, березы и осины) и формула, аппроксимирующая эту зависимость (полином

3-й степени).

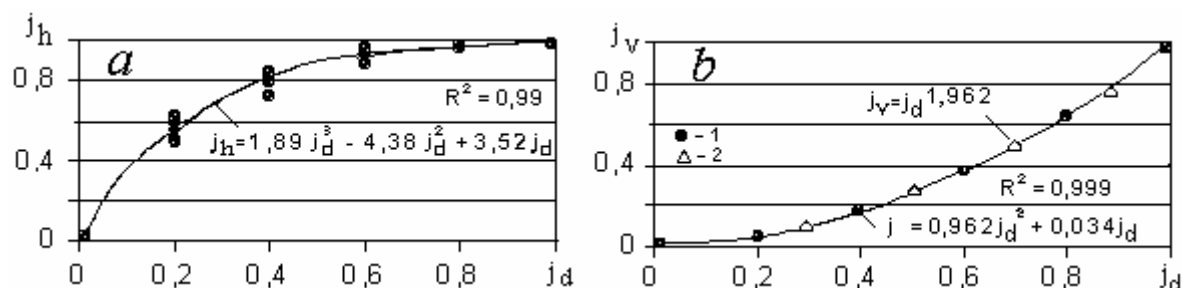


Рис. 15. Графики и формулы зависимости j_h от j_d (а) и j_v от j_d (б); 1- расчет по полиномиальной формуле, 2- то же, по степенной.

Этот пример показывает, что связь параметров системы, может описываться и полиномом степенью $n > 2$, но это не умаляет ни полезности использования для ее обобщения формулы (10), ни универсальности ОЗС. Представим сумму 3-х чисел в правой части полинома на рис.15 суммой 2-х, положительного и отрицательного: $5,41 - 4,38 \approx 1$. Разделив все на 5,41, получим выражение дихотомии $1 \approx 0,81 + 0,18$ с константой $\Phi = 0,81$, соответствующей уровню упорядоченности $n=8$ (табл.1).

При известных диаметре j_d и высоте j_h ствола несложно вычислить его объем j_v и найти зависимость $j_v(j_d)$. Эта зависимость (кривая) и ее аппроксимация полиномиальной и степенной формулами показаны на рис. 15b. Они совпадают – величины j_v , рассчитанные по обеим формулам лежат на одной кривой. Коэффициенты полиномиальной формулы в сумме равны 1, т.е. являются константами ОЗС, уровень (номер - n) которого, а также степень устойчивости определяем по формуле (5): $n = 78,8 \approx 80$, $\eta \approx 0,013$. Малая величина η свидетельствует о низком уровне устойчивости связи j_v и j_d , по-видимому, из-за того, что зависимость j_v от j_d , не является для j_v определяющей. Надо сказать, что смысловая интерпретация абстрагированной формулы (5) в случаях с неявным делением системы на составные части, затруднительна.

Остальные примеры относятся к системам совсем другой (неживой, механической) природы – криогенным образованиям.

6. Деформация и прочность мерзлых грунтов. На рис. 16 приведены графики хода относительной деформации мерзлой супеси при одноосном сжатии. Исходные данные для его построения - результаты испытаний мерзлой супеси на одноосное сжатие при разных температурах ($t, ^\circ\text{C}$) и давлениях (P , МПа): $t = -20$, $P_1 = 6,8$, $P_2 = 6$ [3] – вариант **а**; и $t = -4,5$, $P_3 = 0,7$, $P_4 = 0,6$ [13] – вариант **б** обобщены с помощью формулы (10). В качестве максимума и минимума деформации (доли ед), которые подставлялись в формулу (10), приняты: **1**) $12,5 \cdot 10^{-2}$ и $7,4 \cdot 10^{-2}$ – при $P_1 = 6,8$ МПа; **2**) $8 \cdot 10^{-2}$ и $4,8 \cdot 10^{-2}$ – при $P_2 = 6$ МПа; **3**) $2,48 \cdot 10^{-3}$ и $1,9 \cdot 10^{-3}$ – при $P_3 = 0,7$ МПа; **4**) $1,8 \cdot 10^{-3}$ и $1,5 \cdot 10^{-3}$ – при $P_4 = 0,6$

МПа; максимума и минимума времени (τ , час) - 12 и 1. Таким образом, все опыты можно разбить на перечисленные четыре серии: 1 и 2 в варианте *a* ; 3 и 4 в варианте *б*. Результаты расчетов представлены на **рис. 16** в виде графиков хода относительной деформации j_c в относительном времени j_τ . Значки – экспериментальные данные, кривая *a* рассчитана по степенной формуле (12) при $\varepsilon = 0,62$, кривая *б* – по полиномиальной формуле (11) при $A = -0,62$ (ЗС).

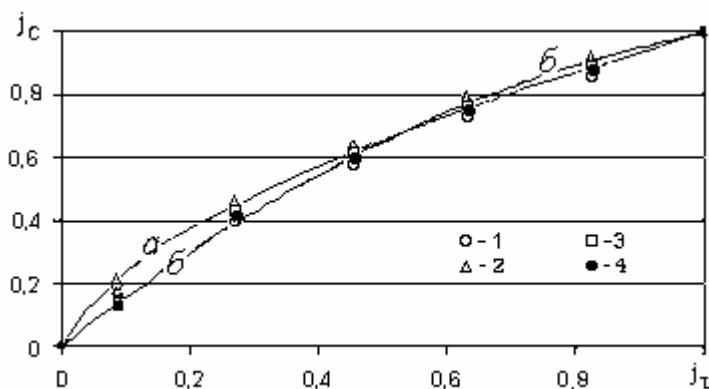


Рис. 16. Ход относительной деформации мерзлой супеси при одноосном сжатии j_c в относительном времени j_τ при разных температурах и давлениях, 1...4 – обозначения серий опытов (пояснения в тексте),

График показывает хорошую сходимость фактических значений j_c с вычисленными по обеим формулам.

В [3] помещен объединенный график зависимости предельно-длительной прочности смерзания глинистых пылеватых грунтов с фундаментом от температуры по результатам экспериментов российских и американских исследователей, выполненных в разных условиях (разные грунты, температуры, материал фундамента, способы его погружения). Диапазоны изменения температуры: 0 – -6 °С, прочности смерзания: 0 – 0,3 МПа. Все экспериментальные точки на этом графике располагаются достаточно тесно. На **рис. 17** приведен график зависимости максимальной -1 и минимальной -2 значений относительной длительной прочности смерзания $j_{пс}$ от относительной температуры j_τ . Величины $j_{пс}$ и j_τ вычислены по формуле (10); кривая *a* построена по формуле (12) при $\Gamma = 0,62$, кривая *б* – по формуле (11) при $A = -0,62$ (ЗС).

Как видим, безразмерные формулы зависимостей j_c от j_τ и $j_{пс}$ от j_τ практически идентичны. Их специфика отражается в величинах любых соответственных парх функции и аргумента (j_c и j_τ или $j_{пс}$ и j_τ). В обоих случаях численные коэффициенты формул равны ЗС

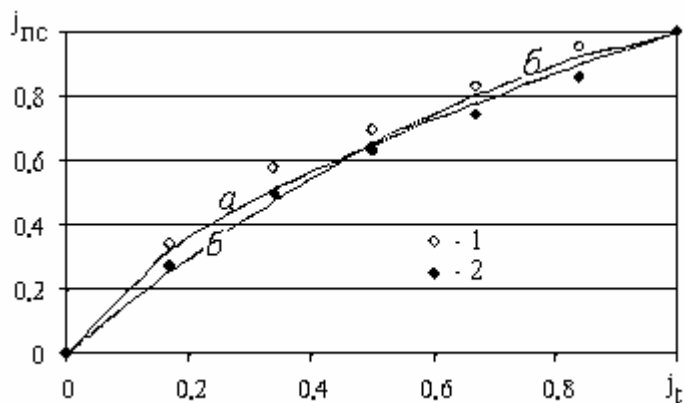


Рис. 17. Зависимость прочности смерзания глинистых грунтов $j_{лс}$ от температуры j_t в безразмерном виде (пояснения в тексте)

7. Температуры кристаллизации и давление. Ранее показана идентичность зависимости относительной температуры кристаллизации воды $j_t = t / t_э$ от относительных давления $j_p = P / P_э$ и концентрации солей в поровом растворе $j_k = K / K_э$ [5], где $t_э$, $P_э$ и $K_э$ - эвтектические значения температуры, давления и концентрации солей, в данном контексте имеющие смысл максимальных величин в формуле (10). На **рис. 18** представлены график и степенная формула этой зависимости.

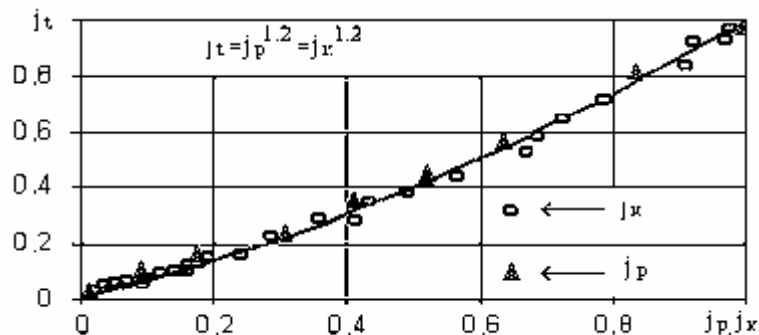


Рис. 18. Зависимость j_t от j_p и от j_k

Согласно пояснениям к формулам (12) и (11) показатель степени 1,2 в формуле на графике является членом ряда ОЗС, величина которого $\Phi=0.2$, а зависимость j_t от j_p или от j_k можно записать как в степенном, так и в полиномиальном виде:

$$j_t = j_p^{1.2} \quad (13)$$

$$j_t = 0,2 j_p^2 + 0.8 j_p \quad (14)$$

Графики этих уравнений практически сливаются, поэтому сравнение расчетов по ним сделаем в числовой форме – табл. 13 Сходимость результатов - высокая.

Расчет j_t по формулам (13) - I и (14) - II

j_p	0	0,25	0,5	0,75	1
$j_t - I$	0	0,19	0,44	0,71	1
$j_t - II$	0	0,21	0,45	0,71	1

8. Давление и температуры переохлаждения газогидратов. Газогидраты – льдоподобные образования, широко распространенные в холодных зонах Земли – в толще вечной мерзлоты и под океаническим дном. При понижении давления они разлагаются на газ и воду. Если температура среды $T < 273$ К, эта вода начинает замерзать, но сначала она должна пройти стадию переохлаждения. В [12] опытным путем найдена количественная связь равновесных (метастабильных) значений температуры и давления переохлажденной воды на поверхности газогидратов. Температура в опытах изменялась от 253,2 до 272,3 К у газогидрата метана и от 264,3 до 272,2 К у газогидрата пропана; давление (P): от 0,39 до 2,34 МПа у газогидрата метана и от 0,025 до 1,41 МПа у газогидрата пропана. По этим данным с помощью формулы (10) размерные температуры (К) и давления переведены в относительные j_p и j_t . На **рис. 19** показана связь между j_p и j_t ; значки – фактические j_p для газогидратов метана (1) и пропана (2); кривая *a* – их аппроксимация вида (11) с $A=\Phi=0,8$. Кривая *b* – расчет по степенной формуле ОЗС вида (12). Обе формулы дают сходные результаты. По формуле (5) можно определить уровень упорядоченности этой системы (порядковый номер ОЗС), он дробный: $n=7,2$.

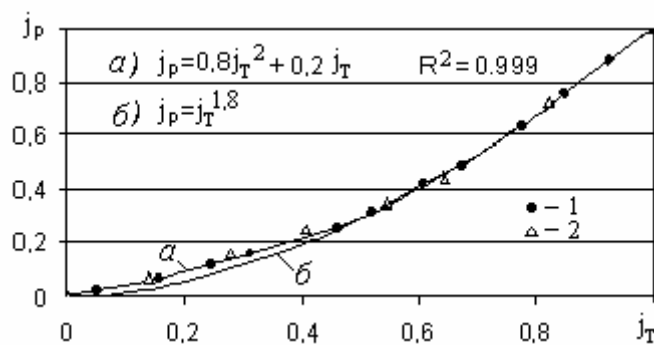


Рис.19. Зависимость j_p от j_t (пояснения в тексте).

Таким образом, в рассмотренных механических системах характер связей между нормализованными параметрами, в общем такой же, как и у биологических систем.

Приведенные многочисленные примеры демонстрируют подобие систем разной природы при выражении их параметров в обобщенном виде и близость устойчивого распределения их структурных элементов к пропорции ЗС.

Литература

1. Артемьева А.В., Бузыкин А.И. и др. Оценка продуктивности древостоя // Факторы продуктивности леса. Новосибирск: Наука, 1989. С. 129-146
2. Бобкова К.С., Тужилкина В.В., Робакидзе Е.А. Ресурсная характеристика древесной зелени *Pinus Silvestris (Pinaceae)* в лесах северо-востока европейской России // Растит. ресурсы, 2008 Т.44, вып.1. С. 51-59
3. Вялов С.С. Реология мерзлых грунтов. М.: Стройиздат, 2000, 464 с.
4. Карлстром Т.В. История оледенения Аляски и ее значение для теории палеоклимата // Солнечная активность и изменения климата. Л.: Гидрометеиздат, 1966. С. 119-177.
5. Коновалов А.А. Прочностные свойства мерзлых грунтов при переменной температуре. Новосибирск: Наука, 1991, 93 с.
6. Коновалов А.А. К теории прочности мерзлого грунта. Криосфера Земли, 2009, т.ХІІІ, 1, с. 31-39.
7. Коновалов А.А. Золотое сечение как показатель устойчивости компонентов системы. Доклады на Первом Межд. Конгрессе по Математике гармонии (Одесса, октябрь 2010). <http://sites.google.com/site/harmonymathkongress/speeches>
8. Коновалов А.А., Арефьев С.П. Деформационная модель радиального роста древесных растений и ее аналитические возможности // Сиб. экологический журнал, 2010, № 3, с. 22-35.
9. Кошкин Н.И., Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике. М.: Наука, 1974, 255 с.
10. Ледяева А.С. Обоснование оптимального раскроя хлыстов методом линейного программирования. Автореферат дисс. на соиск. уч. степени канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2007. 29 с.
11. Ландшейдт Т. “Космическая функция золотого сечения” // <http://astrologic.ru/library/golden.htm>
12. Пшеничникова Л.С. Продуктивность сосновых молодняков разной густоты // Факторы продуктивности леса. Новосибирск: Наука, 1989, с. 36-52.
12. Решетников А.М. Экспериментальное изучение метастабильных состояний при диссоциации газовых гидратов ниже температуры 273 К. Дисс. на соискание ученой степени канд. тех. наук, ИКЗ СО РАН, Тюмень, 2010, 23 с.
13. Роман Л.Т. Мерзлые торфяные грунты как основания инженерных сооружений. Новосибирск: Наука, 1987. 193 с.
14. Сороко Э. М. Структурная гармония систем. Минск: Наука и техника, 1984. 264 с.
15. Стахов А.П. Роль “Золотого Сечения” и “Математики Гармонии” в преодолении “стратегических ошибок” в развитии математики // “Академия Тринитаризма”, М., Эл № 77-6567, публ.14688, 12.01.2008
16. Философский словарь. М.: Госполитиздат, 1981