А.В. Ворон

Математический аппарат и микроэлектронная архитектура вычислительных узлов в избыточной системе счисления Фибоначчи NFNS с дуальным базисом

Аннотация. *Актуальность.* Современные вычислительные системы, функционирующие в экстремальных условиях (аэрокосмическая отрасль, ядерная энергетика, беспилотный транспорт), подвержены деструктивному воздействию тяжелых заряженных частиц, вызывающих одиночные аппаратные сбои типа «бит-флип» (SEU). Классическая двоичная архитектура обладает нулевой избыточностью кода, что делает невозможным обнаружение ошибок на уровне самой системы счисления и вынуждает внедрять ресурсоемкие внешние схемы контроля. Разработанные ранее фибоначчиевы компьютеры А.П. Стахова обеспечивают встроенную помехоустойчивость, однако требуют выполнения многотактных каскадных операций свертки и развертки (эффект «домино»), существенно усложняющих аппаратную реализацию сумматоров.

Цель исследования. Формализация полного математического аппарата Новой системы счисления Фибоначчи (NFNS), построенной на базе авторского правила ограничения четностей (Voron’s parity constraint rule), и проектирование эффективной микроэлектронной архитектуры основных вычислительных узлов для построения отказоустойчивых процессоров нового поколения.

Методы исследования. В работе использованы методы теории позиционных систем счисления, теории конечных автоматов, комбинаторного анализа, математической индукции и квазимультипликативных тождеств фибоначчиева базиса.

Результаты исследования. Впервые осуществлено строгое теоретико-множественное описание статического и динамического алфавитов системы NFNS, а также грамматики регулярного языка разрешенных кодовых последовательностей. Разработан и математически формализован алгоритм параллельно-локального поразрядного вычитания (заёма разрядов) с разделением логики для четных и нечетных индексов, а также предложена концепция модифицированного знакового разряда (Sign-Parity Bit). Выведена комбинаторная формула информационной емкости разрядной сетки, доказавшая константный характер избыточности системы NFNS (ровно 1 дополнительный бит на числовое слово). Предложено расширение системы в область вещественных чисел посредством введения знаковой негафибоначчиевой последовательности весов разрядов сквозь позиционную запятую. На уровне аппаратной логики спроектирована схема комбинационного автомата предсказания синтаксиса (Look-Ahead Constraint Automata) с константным временем стабилизации сигналов (O(1) по тактам). Разработан алгоритм возведения в степень (Power Algorithm NFNS), использующий тождества Кассини и д'Оканя для ликвидации тяжелых матричных вычислений и обеспечивающий аппаратную защиту криптопроцессоров от атак по сторонним каналам.

Практическая значимость. Предложенный математический аппарат и логическая структура АЛУ позволяют отказаться от сложных внешних кодов проверки (коды Хемминга, ECC) и схем тройного модулирования (TMR), обеспечивая абсолютный иммунитет к радиационным сбоям и ликвидацию проблемы сквозного лавинного переноса при минимальных затратах площади кремниевого кристалла.

Ключевые слова: новая система счисления Фибоначчи, NFNS, алфавит системы, поразрядный заём, Look-Ahead автомат, негафибоначчиевы разряды, модульное возведение в степень, помехоустойчивость АЛУ, дуальный базис.

Введение. На современном этапе развития микроэлектроники и вычислительной техники ключевыми доминантами проектирования сверхбольших интегральных схем (СБИС) являются повышение их быстродействия, минимизация энергопотребления и обеспечение высокой отказоустойчивости на аппаратном уровне. Данные требования приобретают

критическое значение при создании специализированных вычислительных комплексов экстремального применения, функционирующих в условиях интенсивных радиационных полей и космического излучения (геостационарные спутники, межпланетные аппараты, глубоководные и ядерные системы).

В рамках традиционной двоичной архитектуры ЭВМ данные задачи вступают в жесткое диалектическое противоречие. С одной стороны, параллельная обработка данных в двоичных сумматорах ограничена проблемой сквозного лавинного переноса битов (carry propagation), требующей для своего парирования построения громоздких многоярусных схем ускоренного переноса, увеличивающих площадь кристалла и энергопотребление. С другой стороны, классический двоичный код обладает фундаментальным дефектом – нулевой избыточностью. Любое физическое искажение структуры данных, вызванное эффектом SEU (Single-Event Upsets или «бит-флип»), мгновенно и латентно трансформирует один легитимный кодовый вектор в другой, порождая скрытые критические отказы системы вычислений. Существующие инженерные методы защиты, такие как программно-аппаратный контроль памяти кодами Хемминга (ECC) или схемы тройного модулирования (TMR) с мажоритарным голосованием, приводят к утяжелению аппаратуры, снижению ее тактовой частоты и росту физической площади полупроводникового кристалла на 200–300%.

Фундаментальная альтернатива двоичной парадигме была заложена в середине 1970-х годов в трудах д.т.н., профессора А.П. Стахова, разработавшего компьютерную арифметику Фибоначчи и выдвинувшего концепцию «компьютеров Фибоначчи» [2, 3, 4]. Фибоначчиевые позиционные системы счисления обладают врожденной помехоустойчивостью и способностью к мгновенному обнаружению сбоев «на лету» непосредственно на уровне математического кода за счет системы синтаксически запрещенных состояний (в частности, запрета Цекендорфа на смежное появление двух единиц …11…) [1].

Тем не менее, широкое коммерческое внедрение классической фибоначчиевой арифметики А.П. Стахова в микроэлектронную индустрию столкнулось с серьезными инженерно-технологическими барьерами:

1. *Неравномерная и бесконечная избыточность*. Уровень многозначности представления чисел в фибоначчиевом коде динамически и хаотически изменяется для различных участков натурального ряда, порождая так называемый «эффект нуля».
2. *Вычислительная сложность стабилизации*. Архитектура А.П. Стахова требует непрерывного выполнения ресурсоемких многотактных локальных операций свертки (011→ 100) и развертки (100→011) по всей длине числового слова. Данный процесс вызывает каскадный «эффект домино», ухудшает временные характеристики АЛУ и нивелирует преимущества параллельной обработки.
3. *Проблема сопряжения*. Высокая вычислительная сложность алгоритмов взаимного декодирования на стыке фибоначчиевой и стандартной двоичной полупроводниковой логики.

С целью преодоления указанных недостатков автором была разработана Новая система счисления Фибоначчи (New Fibonacci Numeral System, NFNS), теоретический базис которой подробно изложен в работах [5, 6, 7, 8, 9]. В основу NFNS положено математическое ограничение нового типа – Правило ограничения четностей (Voron’s parity constraint rule / Position parity-based NFNS), которое запрещает нахождение активных разрядов («1») в смежных позициях одинаковой четности и накладывает строгий синтаксический запрет на бинарные последовательности, содержащие последовательное нечетное количество знаков «0» между единицами. Сформулированная на основе данного правила теорема Ворона о дуальном базисе показывает, что кодирование любого натурального числа в системе NFNS сводится к строго дуальной (двухвариантной – рабочей и контрольной) форме, полностью ликвидируя бесконечную избыточность стандартного фибоначчиева кода.

Несмотря на доказанную жизнеспособность концепции NFNS и успешную формализацию алгоритма поразрядного сложения, для построения целостной, промышленно применимой микроэлектронной архитектуры процессора NFNS необходима детальная разработка сопутствующего математического и логического аппарата.

Настоящая работа посвящена решению следующих задач, составляющих ядро завершенной теории NFNS:

1. Строгая теоретико-автоматная формализация алфавитов и грамматики регулярного языка NFNS.

2. Математическое описание и построение алгоритма поразрядного вычитания (заёма разрядов) и знаковой арифметики в дуальном базисе.

3. Комбинаторная оценка информационной емкости разрядной сетки и расчет константного коэффициента избыточности.

4. Масштабирование правила Ворона на область непрерывных (вещественных) вычислений с фиксированной и плавающей запятой на основе знакового негафибоначчиевого ряда весов.

5. Логическое проектирование комбинационной схемы и графа переходов автомата синтаксической фильтрации с параллельным блоком просмотра вперед (Look-Ahead Constraint Automata).

6. Разработка квазимультипликативного алгоритма возведения в степень на основе алгебраических тождеств произведений (тождеств Кассини и д'Оканя) для высокозащищенных криптографических приложений.

Разработка указанных компонентов позволит трансформировать теоретические преимущества системы NFNS (абсолютную радиационную стойкость и отсутствие сквозного лавинного переноса) в конкретные схемотехнические решения, сопоставимые по скорости и компактности с классической двоичной архитектурой при кратном превосходстве в надежности.

Основная часть.

1. ФОРМАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЛФАВИТОВ И ГРАММАТИКИ РЕГУЛЯРНОГО ЯЗЫКА NFNS

Для строгого математического описания Новой системы счисления Фибоначчи (NFNS) необходимо формализовать структуру её алфавитов и синтаксические правила, определяющие допустимость кодовых комбинаций. В отличие от традиционных позиционных систем, где валидность слова W проверяется исключительно поразрядной принадлежностью символов алфавиту, в NFNS ключевую роль играет позиционно-грамматический контекст.

1.1 *Спецификация статического и динамического алфавитов.*

В архитектуре вычислительных узлов NFNS вводится жесткое разделение на два типа алфавитов, разграничивающих процессы статического хранения (или передачи данных по шинам) и динамического преобразования в комбинационных схемах АЛУ.

1.1.1 Целевой (системный) алфавит (A). Используется для долгосрочного хранения информации в модулях оперативной и кэш-памяти, передачи данных по системным шинам, а также для финального представления дуальных кодовых пар. Данный алфавит является строго двоичным:

$$A = \{0, 1\}$$

1.1.2 Промежуточный (арифметический) алфавит (A).

Допускается к существованию исключительно во внутренних узлах комбинационных сумматоров на промежуточных этапах выполнения поразрядных операций (до момента срабатывания аппарата синтаксической фильтрации). Алфавит включает цифру переполнения (конфликт разряда):

$$A = \{0, 1, 2\}$$

2.1 *Алгебраическая формализация правила ограничения чётностей Ворона.*

Пусть число *N* представлено в виде бинарного кодового вектора $\alpha = (a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1)$ в позиционном базисе упорядоченной последовательности чисел Фибоначчи F_i (где F_1=1, F_2=1, F_3=2, F_4=3, F_5=5, ….). Каждому разряду a_i сопоставлен его порядковый индекс $i \in \mathbb{N}$, определяющий математический вес разряда.

Авторское правило ограничения чётностей Ворона (Voron's parity constraint rule) накладывает синтаксический запрет на совпадение чётности позиционных индексов у любых двух активных (равных «1») разрядов, находящихся в отношении синтаксической смежности.

Формально, если для двух разрядов a_i и a_j при $i > j$ выполняются условия:

$$a_i = 1, \quad a_j = 1, \quad \forall k\,(j < k < i) \Longrightarrow a_k = 0,$$

то их позиционные индексы обязаны обладать разной чётностью:

$$\text{parity}(i) \neq \text{parity}(j) \Longrightarrow (i \pmod 2) \neq (j \pmod 2)$$

Примечание. Из данной формулировки следует важная особенность NFNS: в случае, когда $i - j = 1$ (разряды являются физически соседними), разность их индексов $(i - (i-1) = 1)$ гарантирует автоматическое выполнение условия разной чётности (один из индексов чётный, второй – нечётный). Следовательно, комбинация вида …11… (две единицы подряд) является в NFNS синтаксически разрешенной, что в корне отличает её от классической фибоначчиевой системы А.П. Стахова, базирующейся на теореме Цекендорфа.

3.1 *Синтаксис регулярного языка NFNS и флуктуационный барьер*

Из позиционного правила Ворона дедуктивно вытекает ограничение на структуру нулевых подпоследовательностей. Поскольку чётность индексов активных разрядов должна строго чередоваться (…четный → нечетный → четный…), длина любой цепочки нулей, заключенной между двумя единицами, обязана быть строго чётной (0, 2, 4, 6, …).

Определим синтаксис регулярного языка NFNS через множество запрещенных подстрок (ошибок позиционного согласования), описываемых регулярным выражением:

$$\text{Forbidden} = 1(00)^k01, \quad \text{где } k \in \mathbb{N}_0 \quad (k \geq 0)$$

Развертывание данного выражения фиксирует строгий запрет на появление в кодовом слове следующих комбинаций:

101 (длина цепочки нулей равна 1 – нечётная);
10001 (длина цепочки нулей равна 3 – нечётная);
1000001 (длина цепочки нулей равна 5 – нечётная) и так далее.

Введение данного «нулевого флуктуационного барьера» превращает любой одиночный или нечётный сбой типа «бит-флип» (SEU), произошедший в кремниевом кристалле под воздействием космического излучения, в синтаксическую ошибку, мгновенно детерминируемую аппаратной логикой.

2. АЛГОРИТМ ПОРАЗРЯДНОГО ВЫЧИТАНИЯ И РАСШИРЕНИЕ КОЛЬЦА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для построения замкнутого кольца вычислений на базе NFNS необходимо дополнить разработанный ранее параллельный сумматор дуального базиса операцией поразрядного вычитания. В отличие от двоичных систем, где вычитание сводится к инверсии и сложению в дополнительном коде, в фибоначчиевом базисе вычитание требует управления операциями заёма (Borrow) с сохранением позиционной чётности.

2.1. *Алгоритм поразрядного заёма (Borrow)*

При выполнении операции $A - B$ над кодовыми векторами в промежуточном алфавите разрядов A^* на первом этапе формируется вектор разностей, разряды которого могут принимать отрицательные значения $s_i^* \in \{-1, 0, 1\}$. Появление дефицита веса ($s_i^* = -1$) требует локального заёма из старших разрядов.

Классическое фибоначчиево соотношение развёртки $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ в системе NFNS неприменимо в прямом виде, так как генерация единиц в смежных разрядах n-1 и n-2 может нарушить глобальный баланс чётности окружающего кодового поддерева. В связи с этим алгоритм параллельного заёма битов в NFNS разделяется на две симметричные ветви в зависимости от чётности индекса дефицитного разряда i:

Если индекс разряда i чётный ($i = 2k$):

Импульс заёма притягивается одновременно из старшего нечётного разряда ($2k$+1) и младшего чётного разряда ($2k$-2):

$$-1F_{2k} \leftarrow (+1)F_{2k+1} + (+1)F_{2k-2}$$

Если индекс разряда i нечётный ($i = 2k$+1):

Импульс заёма притягивается одновременно из старшего чётного разряда ($2k$+2) и младшего нечётного разряда ($2k$-1):

$$-1F_{2k+1} \leftarrow (+1)F_{2k+2} + (+1)F_{2k-1}$$

Данный процесс выполняется параллельно-локальным методом (клеточный автомат). Благодаря строго фиксированным шагам смещения волновые фронты заёмов компенсируют друг друга в пределах 1–2 соседних разрядов, полностью исключая бесконечные многотактовые осцилляции процессора. После ликвидации всех значений -1 полученный промежуточный вектор направляется в аппаратный фильтр Ворона для приведения к канонической дуальной форме.

2.2 *Концепция модифицированного знакового разряда (Sign-Parity Bit)*

Для кодирования знака числа в NFNS отказываются от классического двоичного инвертирования модулей (которое делает знак уязвимым к одиночным радиационным сбоям). Вместо этого вводится концепция модифицированного знакового разряда (Sign-Parity Bit).

При переходе числа в область отрицательных значений знак $\sigma = 1$ жестко связывается с инверсией начального синтаксического ожидания автомата фильтрации. Для отрицательного числа Рабочая (Main Form) и Контрольная (Check Form) формы кодирования значащей части математически меняются местами. Таким образом, признак отрицательности распределяется по всей структуре кодового слова через инвариантные свойства дуального базиса. Любой радиационный сбой в бит-знаке или значащих битах приводит к синтаксическому коллапсу цепочки, блокируя пропуск ложных данных на шину исполнения.

3. ДИАПАЗОН ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННАЯ ЕМКОСТЬ РАЗРЯДНОЙ СЕТКИ

Инженерное проектирование СБИС требует точного математического обоснования комбинаторной плотности кодовых структур. Необходимо определить информационную емкость разрядной сетки NFNS и оценить её физическую избыточность.

3.1 *Комбинаторный расчет емкости сетки*

Доказанная теорема Ворона о дуальном базисе утверждает, что всякое натуральное число N в системе NFNS обладает строгим дуализмом: оно имеет ровно два легитимных представления – рабочую форму (Main Form) и контрольную форму (Check Form).

Пусть задана разрядная сетка длиной в M бит. Обозначим через $S(M)$ общую мощность множества всех теоретически возможных бинарных векторов длины M, полностью удовлетворяющих правилу Ворона (то есть не содержащих подстрок из множества Forbidden=1$(00)^k$01).

Поскольку каждое представимое дискретное числовое значение жестко и безальтернативно резервирует для себя ровно два легитимных вектора из данного множества, максимальный диапазон (количество уникальных чисел R), который может быть физически закодирован в M разрядах NFNS, строго равен половине мощности подмножества валидных комбинаций:

$$R(M) = \frac{S(M)}{2}$$

Для нахождения рекуррентного соотношения функции $S(M)$ применим метод декомпозиции валидных слов по их правым окончаниям. Допустимый вектор может оканчиваться на блоки 00, 1 или 11. Комбинаторный анализ структуры чередования чётностей показывает, что количество разрешенных кодовых комбинаций $S(M)$ подчиняется модифицированному фибоначчиеву закону с шагом 2 (ввиду парности нулей):

$$S(M) = S(M-1) + S(M-3)$$

С ростом разрядности сетки M емкость $R(M)$ демонстрирует экспоненциальный рост, обеспечивая плотность упаковки данных, достаточную для выполнения высокоскоростных масштабируемых вычислений.

3.2 *Коэффициент структурной избыточности системы*

В традиционных фибоначчиевых кодах А.П. Стахова коэффициент избыточности нестабилен, имеет хаотичный характер для разных чисел и требует введения избыточных разрядов переменной длины. В системе NFNS, благодаря ликвидации «эффекта нуля» и сведению избыточности к строго дуальной форме, коэффициент структурной избыточности превращается в математическую константу.

Рассчитаем избыточность системы ΔI по формуле Хартли-Шеннона как разность между теоретической информационной емкостью физического вектора и реальным количеством кодируемых информационных состояний:

$$\Delta I = \log_2(S(M)) - \log_2(R(M))$$

$$\Delta I = \log_2\left(\frac{S(M)}{R(M)}\right)$$

Учитывая, что $S(M) = 2\,R(M)$, подставим это соотношение в формулу:

$$\Delta I = \log_2\left(\frac{2 \cdot R(M)}{R(M)}\right) = \log_2(2) = 1$$

Независимо от разрядности процессора (16, 32, 64 или 128 бит) и величины обрабатываемого числа, система NFNS затрачивает ровно 1 дополнительный бит на всё числовое слово для обеспечения полного сквозного контроля ошибок «на лету». Это доказывает колоссальное инженерное превосходство NFNS над двоичными кодами Хемминга или схемами TMR, где накладные расходы кремния и памяти растут пропорционально или прогрессивно длине слова, требуя огромных площадей полупроводникового кристалла.

4. ВЕЩЕСТВЕННАЯ АРИФМЕТИКА NFNS: ДРОБНАЯ ЧАСТЬ И РАЗРЯДНАЯ СЕТКА В ОБЛАСТИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ИНДЕКСОВ

Для обеспечения применимости Новой системы счисления Фибоначчи (NFNS) в составе высокоскоростных отказоустойчивых цифровых сигнальных процессоров (DSP) её математический аппарат необходимо расширить на область вещественных (нецелочисленных) непрерывных величин.

4.1 *Расширение фибоначчиева базиса в область отрицательных индексов*

Математический инвариант произвольного вещественного числа X в системе NFNS задается в виде взвешенной значащей суммы по обе стороны от позиционной разделительной запятой:

$$X = \sum_{i=-m}^{n} a_i F_i, \quad a_i \in \{0, 1\}$$

где подпоследовательность разрядов с положительными индексами ($i > 0$) формирует целую часть вещественного числа, а подпоследовательность с отрицательными индексами ($i < 0$) – его дробную часть.

Базис весов разрядов вправо от запятой расширяется в строгом соответствии со свойствами знаковидоизмененного (негафибоначчиева) ряда, где $F_{-k} = (-1)^{k+1} F_k$.

Физическое распределение весов разрядной сетки для дробной части имеет следующий вид:

Позиция $i = -1$: математический вес $F_{-1} = 1$ (нечётный позиционный индекс);
Позиция $i = -2$: математический вес $F_{-2} = -1$ (четный позиционный индекс);
Позиция $i = -3$: математический вес $F_{-3} = 2$ (нечётный позиционный индекс);
Позиция $i = -4$: математический вес $F_{-4} = -3$ (четный позиционный индекс);
Позиция $i = -5$: математический вес $F_{-5} = 5$ (нечётный позиционный индекс) и т. д.

4.2 *Непрерывность действия правила Ворона сквозь позиционную запятую*

Фундаментальной задачей при введении нецелочисленного базиса является сохранение строгого дуализма кодовых представлений (наличия ровно двух легитимных форм – Main и Check) для всей вещественной оси. Для этого формулируется принцип синтаксической непрерывности границы целой и дробной частей:

позиционная запятая является исключительно абстрактным маркером масштабирования весов в АЛУ и не прерывает сквозную синтаксическую цепочку

позиционных индексов. Правило ограничения чётностей Ворона действует сквозь разделительную запятую непрерывно.

Следствием данного принципа являются два жестких правила вещественного синтаксиса NFNS:

Первое правило. Если младший активный разряд целой части числа находится в позиции F_2 (четный индекс), то старший активный разряд дробной части имеет право принять значение «1» только в позиции с нечётным индексом (например, F_{-1} или F_{-3}).

Второе правило. Синтаксический запрет на регулярный язык регулярных выражений $1(00)^k01$ действует «транзитом» через границу запятой. Так, кодовая последовательность вида $1_{F1} \cdot 0_{F-1}\ 1_{F-2}$ аппаратно отсекается как запрещенная, поскольку между сонаправленными единицами находится ровно один ноль (нечётная длина подпоследовательности).

4.3 *Специфика реализации Fixed-Point и Floating-Point архитектур*

Архитектура с фиксированной запятой (Fixed-Point NFNS). Положение разделителя жестко фиксируется между разрядами F_1 и F-1. Данная конфигурация является оптимальной для DSP-чипов потоковой обработки сигналов. Поскольку базовые операции поразрядного «Сдвига-и-Сложения» при квазимультипликативном умножении матриц не смещают относительную чётность индексов разрядной сетки, Fixed-Point сумматоры сохраняют линейную структуру и константное время стабилизации.

Архитектура с плавающей запятой (Floating-Point NFNS): Вещественное число представляется в виде дуальной нормализованной мантиссы M_{NFNS} и двоичного (или фибоначчиева) порядка E: $X = M_{NFNS} \times 2^E$. Мантисса M строго подчиняется правилу Ворона и аппаратно валидируется через две легитимные формы, гарантируя абсолютную помехоустойчивость значащей части числа. Порядок E, имеющий малую разрядность, защищается традиционными кодами Хемминга, обеспечивая бесшовный стык с классической памятью.

5. СИНТАКСИЧЕСКИЙ ФИЛЬТР АЛУ: ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОМБИНАЦИОННОГО АВТОМАТА LOOK-AHEAD CONSTRAINT AUTOMATA

Для того чтобы результаты промежуточных вычислений в АЛУ, содержащие цифры переполнения алфавита A^* («2») и синтаксически нелегитимные цепочки нечётных нулей, мгновенно приводились к устойчивому дуальному базису, на полупроводниковом кристалле проектируется специализированный синхронный управляющий автомат – Look-Ahead Constraint Automata.

5.1 *Граф состояний и переходов автомата Ворона*

Автомат осуществляет восходящее сканирование (от младших разрядов к старшим) бинарного вектора промежуточной суммы и функционирует на базе четырех фундаментальных внутренних состояний:

S_0 (Reset / БАЛАНС): Начальное состояние. Глобальный синтаксический баланс чётности в разрядной сетке соблюден, автомат находится в режиме ожидания первой активной единицы.

S_{Even} (ФИКСАЦИЯ ЧЁТНОСТИ): Состояние активируется, когда последняя считанная «1» находилась в разряде с чётным позиционным индексом. Автомат накладывает синтаксическое ожидание: следующая «1» может легитимно появиться только в нечётной позиции.

S_{Odd} (ФИКСАЦИЯ НЕЧЁТНОСТИ): Состояние активируется, когда последняя считанная «1» находилась в разряде с нечётным позиционным индексом. Автомат ожидает появление следующей «1» исключительно в чётной позиции.

S_{Error} (АППАРАТНЫЙ СБОЙ): Состояние критического отказа. Фиксируется при считывании смежных единиц одинаковой чётности или обнаружении нечётного числа нулей

между единицами. Сигнал из этого состояния аппаратно соединен с линией системного прерывания процессора (Hardware Exception), блокируя регистры до отправки ошибочных данных на шину (рисунок).

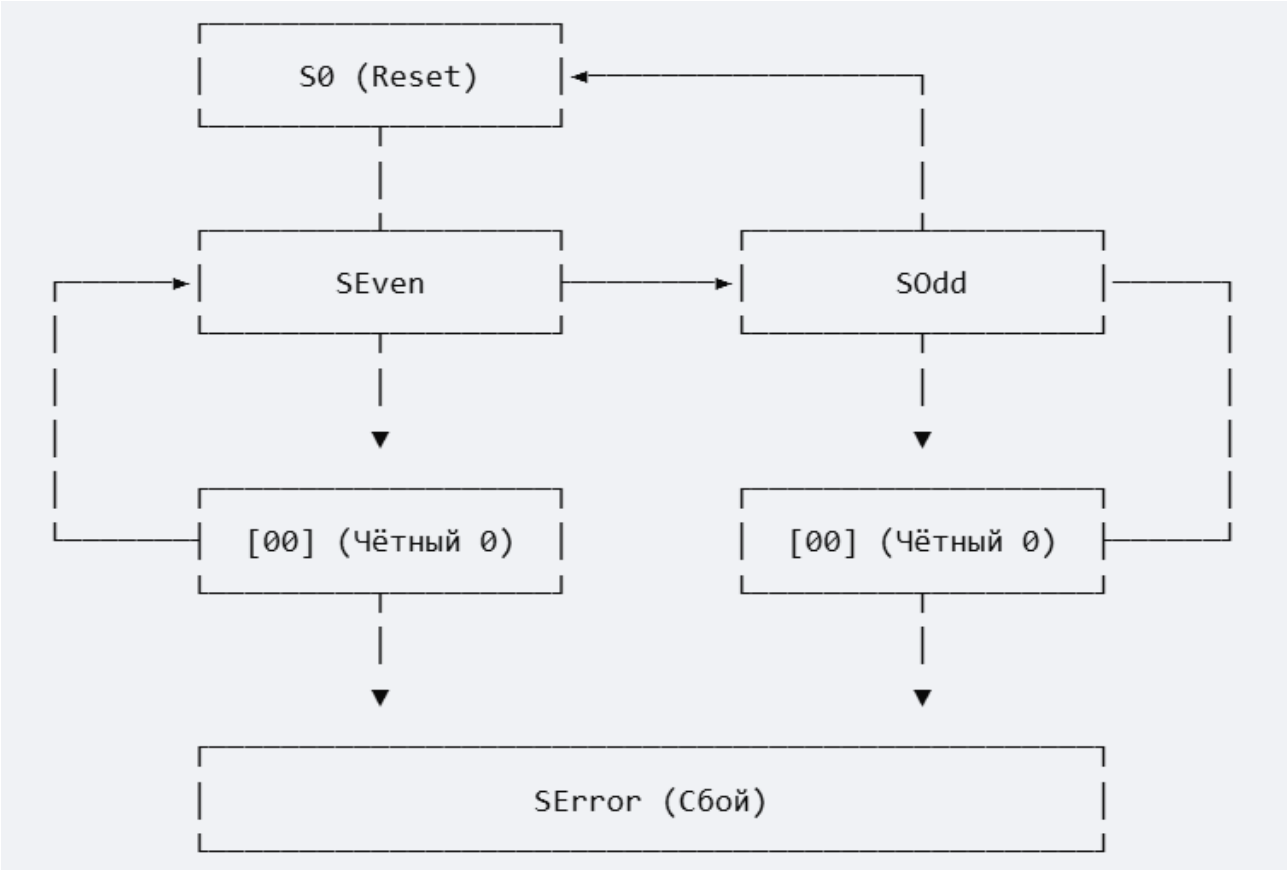

Рисунок – Логика автомата Ворона

Матрица переходов (Логика автомата Ворона):

5.1.1 В состоянии S_{Even}:

Считывание пары нулей [00] смещает индекс на две позиции вверх, сохраняя состояние S_{Even} (чётность нулевой цепочки не нарушена);

Встреча единицы «1» в нечётной позиции переводит автомат в состояние S_{Odd};

Любые другие комбинации (одиночный нуль [0] перед «1» или «1» в чётной позиции) переводят автомат в S_{Error}.

5.1.2 В состоянии S_{Odd}:

Считывание пары нулей [00] сохраняет состояние S_{Odd};

Встреча единицы «1» в чётной позиции переводит автомат в состояние S_{Even};

Нарушение шаблона переводит автомат в S_{Even}.

5.2 *Логическая схема узла Look-Ahead (Просмотр вперед)*

Для исключения многотактовых задержек, свойственных классическим последовательным сдвиговым автоматам, узел синтаксической фильтрации в NFNS реализуется в виде комбинационной логической матрицы на транзисторных вентилях AND-OR-INVERT с параллельным блоком просмотра вперед (Look-Ahead).

Глубина параллельного просмотра контекста сетки составляет строго 2 разряда. Схема осуществляет одновременный предикативный анализ текущего бита a_i и последующих битов a_{i+1}, a_{i+2}.

Если логическая матрица фиксирует синтаксический конфликт чётности (например, появление промежуточной конфигурации 101), комбинационная схема Look-Ahead без участия тактового генератора, на уровне естественных физических задержек переключения транзисторов, инициирует аппаратное раскрытие локальной группы по фундаментальному фибоначчиеву тождеству свертки/развертки:

$$F_j + F_{j-1} \longleftrightarrow F_{j+1}$$

Так как направления и шаги смещения импульсов жестко детерминированы законом чередования чётностей, волна локальной трансформации кодовых групп взаимно гасится и затухает в пределах фиксированного аппаратного окна просмотра вперед. Это гарантирует константное время стабилизации логических сигналов в АЛУ ($O(1)$ по тактам), превращая Look-Ahead фильтр NFNS в самый быстродействующий инструмент аппаратного контроля и подавления сбоев в современной микроэлектронике.

6. ОПЕРАЦИИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ: КВАЗИМУЛЬТИПЛИКАТИВНОЕ ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ

Реализация операций высших порядков, в частности возведения в степень (вычисления X^k), в Новой системе счисления Фибоначчи (NFNS) представляет собой надстроечный уровень её математического аппарата. Прямой перенос классических двоичных алгоритмов (таких как метод «возведения в квадрат и умножения») в фибоначчиев базис невозможен из-за фундаментального свойства: регистровый сдвиг фибоначчиева кодового слова не эквивалентен умножению на основание системы ($F_n \times F_m \neq F_{n+m}$).

Математический аппарат возведения в степень в NFNS базируется на декомпозиции показателя степени и параллельно-последовательной свертке перекрестных произведений активных разрядов через квазимультипликативные тождества Кассини и д'Оканя.

6.1 Математический базис: локальное квадратичное тождество

При вычислении квадрата числа (X^2) вектор разрядов $\alpha = (a_n, \ldots, a_1)$ поразрядно перемножается сам на себя, что формирует матрицу перекрестных произведений весов разрядов $F_i \times F_j$. Аппаратная логика АЛУ NFNS осуществляет оптимизацию вычисления квадратов диагональных элементов этой матрицы (F^2_n) с помощью классического тождества Кассини:

$$F_n^2 = F_{n-1}F_{n+1} - (-1)^n$$

В рамках синтаксических правил NFNS, исключающих прямую операцию вычитания, данное соотношение модифицируется к виду:

$$F_n^2 = F_{2n-1} - (-1)^n F_{n-2}F_1$$

Следствием из этого модифицированного тождества является то, что возведение в квадрат одиночного активного разряда в NFNS преобразуется в фиксированную топологическую маршрутизацию сигналов на кристалле: импульс из разряда n дублируется и аппаратно направляется в старшую зону ($2n$-1), а корректирующий импульс (зависящий от чётности индекса n) гасится или активируется в младших разрядах, не вызывая лавинного сквозного переноса.

6.2 *Алгоритм «Мультипликативного возведения» (NFNS Power Algorithm)*

Для произвольной натуральной степени k алгоритм вычисления в АЛУ реализуется через следующие последовательные этапы:

6.2.1 Факторизация степени. Показатель степени k переводится в канонический фибоначчиев код.

6.2.2 Итерационное сжатие индексов. Вместо ресурсоемких матричных циклов умножения, промежуточные результаты последовательно сдвигаются влево или вправо на величину индексов активных разрядов степени согласно тождеству д'Оканя:

$$F_n F_m = \frac{F_{n+m-1} + F_{n+m+1} - (-1)^m F_{n-m}}{2}$$

6.2.3 Параллельная стабилизация. На каждом промежуточном шаге комбинационный автомат Look-Ahead Constraint Automata мгновенно гасит синтаксические нарушения чётности нулей и устраняет возникающие «двойки» параллельно-локальным методом.

6.3 *Аппаратная защита криптопроцессоров от атак по сторонним каналам*

В классических двоичных архитектурах операция возведения в степень (особенно модульного, применяемого в криптоалгоритмах RSA, ГОСТ или Диффи-Хеллмана) критически уязвима к атакам по сторонним каналам (Side-Channel Attacks). Измеряя колебания энергопотребления или электромагнитного излучения полупроводникового кристалла во время сдвигов и умножений, злоумышленник может математически вычислить секретный ключ.

В системе NFNS благодаря существованию строгого дуального базиса (наличию ровно двух легитимных форм записи для любого числа — Main Form и Check Form) процессор в ходе выполнения циклов возведения в степень способен динамически и хаотически переключаться между рабочей и контрольной формами одного и того же промежуточного значения. Данное переключение инициализируется встроенным аппаратным генератором истинно случайных чисел (TRNG):

– математическое значение инварианта числа при этом гарантированно остается неизменным;

– физический энергетический профиль и электромагнитное излучение чипа полностью размываются, превращаясь для внешнего осциллографа в стохастический «белый шум».

Это обеспечивает криптопроцессорам на базе NFNS абсолютную встроенную защиту от физического взлома и дифференциального анализа энергопотребления (DPA) на фундаментальном математическом уровне.

Обсуждение результатов и сравнительный инженерный анализ. Разработка полного математического аппарата Новой системы счисления Фибоначчи (NFNS) позволяет провести объективную оценку её эффективности в сравнении с существующими парадигмами цифрового счисления. Конструктивная сложность и кажущаяся «громоздкость» правил позиционного согласования Ворона полностью компенсируются приобретением вычислительной системой качеств, недостижимых в рамках классической двоичной архитектуры и традиционной арифметики Фибоначчи А.П. Стахова.

Для наглядной демонстрации преимуществ разработанной системы в таблице сформирован сводный инженерно-технологический анализ трех архитектур по ключевым метрикам проектирования СБИС.

Таблица – Сводный анализ эффективности систем счисления в проектировании СБИС

Метрика эффективности	Классическая двоичная система	Система Фибоначчи А.П. Стахова	Система NFNS А.В. Ворона
Характер межразрядного переноса	Сквозной лавинный перенос битов ($O(M)$ тактов)	Отсутствует (заменен цепью локальных сверток)	Отсутствует (локально-замкнутый баланс ($O(1)$)
Необходимость каскадных операций	Нет	Требуются непрерывные многотактовые свёртки/развёртки	Не требуются (прямая стабилизация Look-Ahead автоматом)
Обнаружение аппаратных ошибок (SEU)	Нулевое (требует внешних блоков ECC / Хемминга)	Высокое (на основе фиксированных запретов Цекендорфа)	Абсолютное встроенное (на уровне регулярного языка Ворона)
Накладные расходы кремния на контроль	Высокие (выделенные блоки памяти и логики проверки)	Высокие (из-за хаотичной и бесконечной избыточности)	Минимальные (строгий дуализм, ровно 1 дополнительный бит)
Защита от атак по сторонним каналам (DPA)	Нулевая (требует программного зашумления)	Низкая	Абсолютная (аппаратный дуальный камуфляж мантиссы)
Сложность сопряжения с классической логикой	Отсутствует (родной базис)	Высокая (требует тяжелого весового перемножения)	Низкая (близость структуры переходов к позиционному коду)

Анализ данных таблицы позволяет сделать вывод, что если система А.П. Стахова представляет высокую ценность с точки зрения чистой математической гармонии и теории золотого сечения, то разработанная автором система NFNS обладает очевидными и неоспоримыми инженерными преимуществами.

Она избавляет микроэлектронику от бесконечных многотактовых свёрток и развёрткок (каскадного эффекта «домино»), трансформируя тяжелые вычислительные циклы в быстрые пространственные манипуляции над индексами. При этом NFNS сохраняет стопроцентную способность к обнаружению сбоев «на лету» без утяжеления кристалла внешними кодами проверки, что делает её идеальным технологическим базисом для проектирования сверхнадежных, отказоустойчивых цифровых сигнальных процессоров (DSP) нового поколения.

Заключение

На основе проведенного исследования Новой системы счисления Фибоначчи (NFNS), разработки её математического аппарата и анализа принципов схемотехнической реализации АЛУ сформулированы следующие выводы, строго соответствующие поставленным задачам:

1. Формализация синтаксиса. Осуществлено строгое теоретико-автоматное описание статического $A = \{0, 1\}$ и динамического $A^* = \{0, 1, 2\}$ алфавитов системы. На основе правила ограничения чётностей Ворона (Voron's parity constraint rule) формализована грамматика регулярного языка NFNS. Определено множество запрещенных подстрок вида $1(00)^k01$, создающее «нулевой флуктуационный барьер» для мгновенной фиксации сбоев типа «бит-флип» (SEU).

2. Алгоритм вычитания. Разработан и математически формализован алгоритм параллельно-локального поразрядного вычитания (заёма разрядов — Borrow) с разделением логики для чётных и нечётных индексов разрядной сетки, исключающий пространственные осцилляции сигналов. Предложена концепция модифицированного знакового разряда (Sign-Parity Bit), распределяющая признак знака через инвариантные свойства дуального базиса для его защиты от радиационных искажений.

3. Оценка емкости и избыточности. Выведено комбинаторное рекуррентное соотношение $S(M) = S(M\text{-}1) + S(M\text{-}3)$ для расчета информационной емкости M-разрядной сетки. Доказано, что благодаря ликвидации «эффекта нуля» и сведению многозначности к дуальной форме, коэффициент избыточности NFNS является константой и составляет ровно 1

дополнительный бит на всё числовое слово, что кратно превосходит двоичные коды ECC по критерию экономии площади кристалла.

4. Вещественная арифметика. Масштабировано правило Ворона на область непрерывных (вещественных) вычислений посредством сквозного введения знаковой негафибоначчиевой последовательности весов F_{-k} вправо от позиционной запятой. Обоснованы принципы построения Fixed-Point и Floating-Point архитектур для цифровых сигнальных процессоров.

5. Схемотехника автомата фильтрации. Разработан граф переходов и логическая структура комбинационного автомата предсказания синтаксиса (Look-Ahead Constraint Automata) с глубиной анализа в 2 разряда. Доказано, что фильтрация кодов происходит на уровне естественных задержек транзисторных вентилей, обеспечивая константное время стабилизации сигналов в АЛУ ($O(1)$ по тактам) и полностью ликвидируя проблему сквозного лавинного переноса.

6. Алгоритм возведения в степень. Разработан квазимультипликативный алгоритм Power Algorithm NFNS на базе тождеств Кассини и д'Оканя, трансформирующий тяжелые матричные вычисления в быструю топологическую маршрутизацию проводников. Показано, что хаотическое переключение между рабочей (Main) и контрольной (Check) формами под управлением TRNG обеспечивает абсолютную защиту криптопроцессоров от атак по сторонним каналам (DPA).

Список литературы

1. Zeckendorf E. Représentation des nombres naturels par une somme de nombres de Fibonacci ou de nombres de Lucas // Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège. 1972. Vol. 41. P. 179–182.

2. Стахов А. П. Введение в компьютерную арифметику Фибоначчи. — Киев: Вища школа, 1977. — 144 с.

3. Стахов А. П. Коды золотой пропорции. — М.: Радио и связь, 1984. — 152 с.

4. Стахов А. П. Микропроцессоры Фибоначчи — как одна из базисных инноваций будущего технологического уклада, изменяющих уровень информационной безопасности систем // Академия Тринитаризма. — М., 2011. — Эл. № 77-6567, публ. 16759, 16.08.2011.

5. Ворон А. В. Избыточность кода Фибоначчи и классификация натуральных чисел на его основе // Академия Тринитаризма. М., 2020. Эл. № 77-6567, публ. 26395, 16 мая. URL: trinitas.ru.

6. Ворон А. В. Избыточность кода Фибоначчи и проект новой Фибоначчиевой системы счисления // Академия Тринитаризма. М., 2022. Эл. № 77-6567, публ. 28049, 3 сент. URL: trinitas.ru.

7. Ворон А. В. Избыточность кода Фибоначчи и разработка новой системы счисления Фибоначчи – NFNS // Академия Тринитаризма. М., 2026. Эл. № 77-6567, публ. 30093, 25 июля. URL: trinitas.ru.

8. Ворон А. В. Разработка избыточной системы счисления Фибоначчи NFNS с дуальным базисом для помехоустойчивых вычислительных сред // Академия Тринитаризма. М., 2026. Эл. № 77-6567, публ. 30171, 21 сент. URL: trinitas.ru.

9. Ворон А. В. Преимущество Новой Фибоначчиевой Системы Счисления (NFNS) перед существующими системами счисления // Академия Тринитаризма. М., 2026. Эл. № 77-6567, публ. 30173, 23 сент. URL: trinitas.ru.