

## Деление пополам и золотая пропорция. Часть 12. Обобщенная модель золотого роста

Таблица умножения первична.

### Вместо вступления.

В геометрических построениях мы обычно довольствуемся листом бумаги и/или экраном дисплея. Всё удобно размещается в пределах ограниченного формата.

Можно ли сколь угодно большим ("бесконечным") радиусом построить золотое сечение небольшого отрезка? – Оказывается, можно, как будет показано ниже.

Например, находясь на Земле, выполнить золотое сечение линейного метра на Луне.

И даже в удаленных уголках Вселенной. Телескоп понадобится лишь для проверки и регистрации результатов.

Конечно, в известной мере умозрительно. Ибо достоверно неизвестно, насколько быстро и точно сумеем отследить прямые линии в условиях возможного искривления пространства. Да и сможем ли вообще...

Пока же вернемся к обыкновенному листу бумаги, которого вполне достаточно для изложения общего замысла и главной идеи, а также их геометрической интерпретации.

### Введение в тему.

В одной из наших совместных работ с Андреем Никитиным [1], с его творческим и критическим мышлением, введена «модель золотого роста».

Алгоритм несложный. Берется квадрат  $1 \times 1$ , основание делится пополам и проводится дуга радиусом, заключенным между серединой основания и вершиной квадрата.

В результате получаем отрезки длиной  $1 + \phi = \Phi = \phi^{-1}$ , связанные с константой золотого сечения  $\Phi$ .

Модель простая, наглядная, имеет целый ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с обычным золотым делением отрезка, о чем подробно изложено в работе [1].

В методологическом аспекте всё верно.

Однако, несмотря на патетическое название «модель золотого роста», визуально она выглядит довольно статично, больше напоминая застывший образ-памятник росту (увеличению, приращению).

Не хватает должной выразительности, проявления внутренней энергии. Как застывшее мумиё. Попытаемся дать ей второе дыхание, придав динамику.

Говоря языком математики, обобщим задачу. По-прежнему, ставя во главу угла число  $\Phi$ .

Без эфемерных замен его на суррогатные "обобщенные золотые сечения", не имеющие отношения к золотой пропорции.

### Математическое обоснование.

Введем следующие обозначения:

$\hat{O}(A)$  – окружность (дуга) с центром в точке  $O$ , проходящая через точку  $A$ , при этом допускается перечисление в скобках других возможных точек,  $OA$  – радиус окружности;

$S = g(AB)$  – золотое сечение прямолинейного отрезка  $AB = AS + SB$  в точке  $S$  с выполнением золотой пропорции  $\frac{AB}{AS} = \frac{AS}{SB} = \Phi$ , где  $\Phi = \phi^{-1} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  – константа золотого сечения, литера  $g$  – от слова *gold*.

*Теорема.* Для любой точки  $C$  на серединном перпендикуляре  $m$  к отрезку  $AB \in x$  окружность  $\widehat{C}(D)$ , проходящая через точку  $D$  пересечения перпендикуляра  $m \perp CB$  с дугой  $\widehat{B}(A)$ , дает при пересечении с прямой  $x$  золотое сечение  $A = g(G'B)$ ,  $B = g(AG)$  – рис. 1а.

Без потери общности положим  $AB = BD = 1$ .

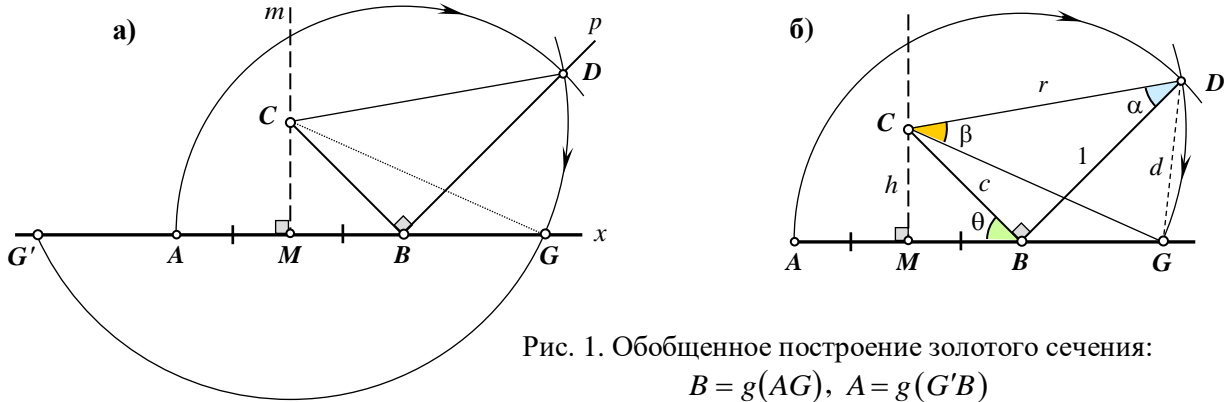


Рис. 1. Обобщенное построение золотого сечения:  
 $B = g(AG)$ ,  $A = g(G'B)$

Обозначим для удобства (рис. 1б):  $h = CM$ ,  $c = CB$ ,  $r = CD = CG$ ,  $d = DG$ .

По теореме Пифагора находим:

$$\begin{aligned} \Delta BCD: \quad c^2 &= r^2 - 1; \\ \Delta BCM: \quad h^2 &= c^2 - (1/2)^2 = r^2 - 5/4; \\ \Delta CMG: \quad MG &= \sqrt{r^2 - h^2} = \sqrt{5}/2. \end{aligned}$$

Отсюда получаем  $AG = AM + MG = (1 + \sqrt{5})/2 = \phi^{-1} = \Phi$  – константа золотого сечения, то есть  $BG = \phi$ ,  $AG = \Phi \cdot AB$  и  $B = g(AG)$ . Аналогичные рассуждения и для точки  $G'$ .

Теорема доказана.

Как видим, конечный результат не зависит от расположения точки  $C$  на прямой  $m$  (*middle*) или величины  $h$  (рис. 2).

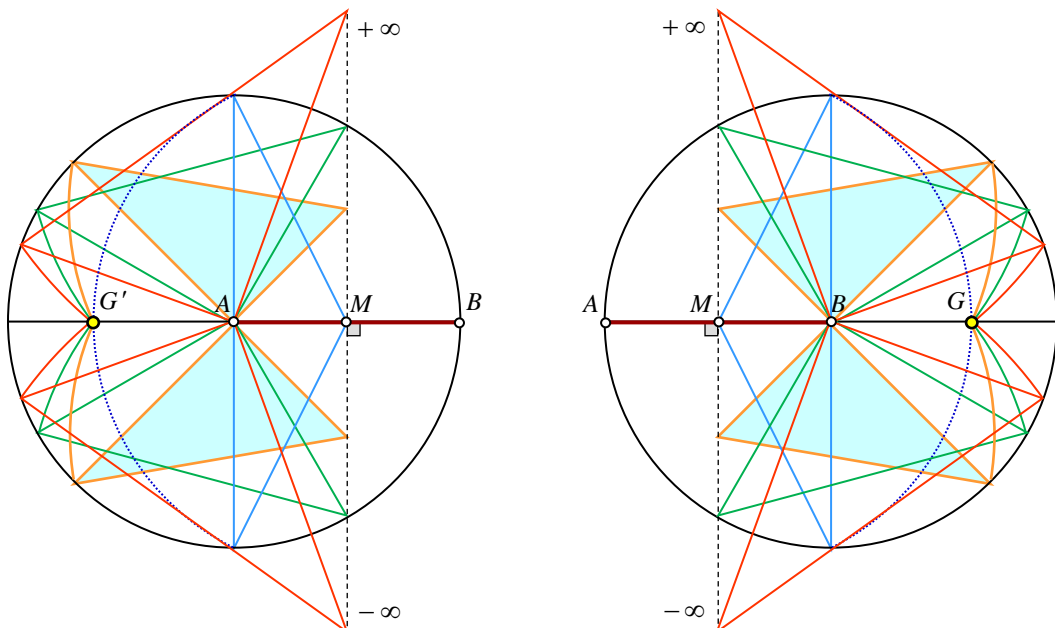


Рис. 2. Динамика обобщенной модели золотого роста

Двигая точку  $C$  вверх-вниз вдоль серединного перпендикуляра к исходному отрезку  $AB$  и одновременно сохраняя прямоугольность  $\triangle BCD$ , мы неизменно попадаем в точку  $G$  золотого роста исходного прямолинейного отрезка:  $\Phi \cdot AB = AG = BG'$ .

В этом суть обобщения задачи, начиная с традиционного построения при  $h = 0$ .

В этом смысл динамических свойств обобщенной модели золотого роста, в которой при движении точки  $C$  отрезок  $AB$  "прирастает" на одну и ту же величину  $\phi$ .

Рассмотрим характерные частные случаи модели в увязке с другими геометрическими фигурами: египетским прямоугольным треугольником (соотношение сторон 3:4:5), прямоугольным треугольником Кеплера (соотношение сторон  $\sqrt{\phi} : 1 : \sqrt{\Phi}$ ) и др.

Некоторые примеры реализации описанной модели представлены в табл. 1 и отображены на рис. 3.

Таблица 1

### Параметры характерных реализаций обобщенной модели золотого сечения

	$\theta^\circ$	$\alpha^\circ$	$\beta^\circ$	$c$	$h$	$r$
Золотой $\triangle BDG$	0	26,57	63,43	0,5	0	1,118
	18	27,73	52,54	0,526	0,162	1,130
	30	30	44,48	0,577	0,289	1,155
Золотой $\triangle CDG$	36	31,72	40,28	$\phi$	0,363	1,176
	42	33,93	36	0,673	0,450	1,205
	45	35,26	33,83	0,707	0,5	1,225
	54	40,39	27,23	0,851	0,688	1,313
	60	45	22,76	1	0,866	$\sqrt{2}$
Золотой угол Египетский $\triangle BCD$	72	58,28	13,72	$\Phi$	1,539	1,902
	47,51	36,51	32,00	0,740	0,546	1,244
	48,19	36,87	68,90	3/4	0,559	5/4
Кеплера $\triangle BCD$	67,98	53,13	50,21	4/3	1,236	5/3
	50,51	38,17	67,54	$\sqrt{\phi}$	0,607	$\sqrt{\Phi}$
	66,85	51,83	51,83	$\sqrt{\Phi}$	1,170	$\Phi$

В качестве независимой переменной можно выбрать угол наклона  $\theta$  или значение  $c$

$$c = \frac{1}{2 \cos \theta} \leftrightarrow \theta = \arccos \frac{1}{2c}$$

и затем вычислить остальные параметры:

$$h = \text{sign } \theta \cdot \sqrt{c^2 - 1/4} = 0,5 \text{tg } \theta, \quad r = \sqrt{1 + c^2}, \quad \alpha = \text{arctg } c.$$

Нам пригодится также угол  $\beta$ , который определим с помощью теоремы косинусов:

$$\begin{cases} \triangle CDG: d^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos \beta; \\ \triangle BDG: d^2 = 1 + \phi^2 - 2\phi \cdot \cos(90^\circ - \theta); \end{cases}$$

$$\cos \beta = \frac{c^2 + \phi \cdot (0,5 + \sin \theta)}{1 + c^2} = \frac{1 + 2\phi \cdot (1 + 2 \sin \theta) \cdot \cos^2 \theta}{1 + 4 \cos^2 \theta}.$$

В частности, угол  $\beta = 36^\circ$  дает золотой равнобедренный  $\triangle CDG$ , в котором боковые стороны находятся в золотом отношении с основанием.

Местоположение точки  $D' = -A' = \sin \theta + i \cdot \cos \theta$ .

Приравнивая её ординату высоте  $h$ , можно определить условия, при которых  $CD \parallel AB$ :

$$\cos \theta = 0,5 \operatorname{tg} \theta \rightarrow 2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 2 = 0 \rightarrow \sin \theta = (\sqrt{17} - 1)/4, \theta \approx 51,33^\circ.$$

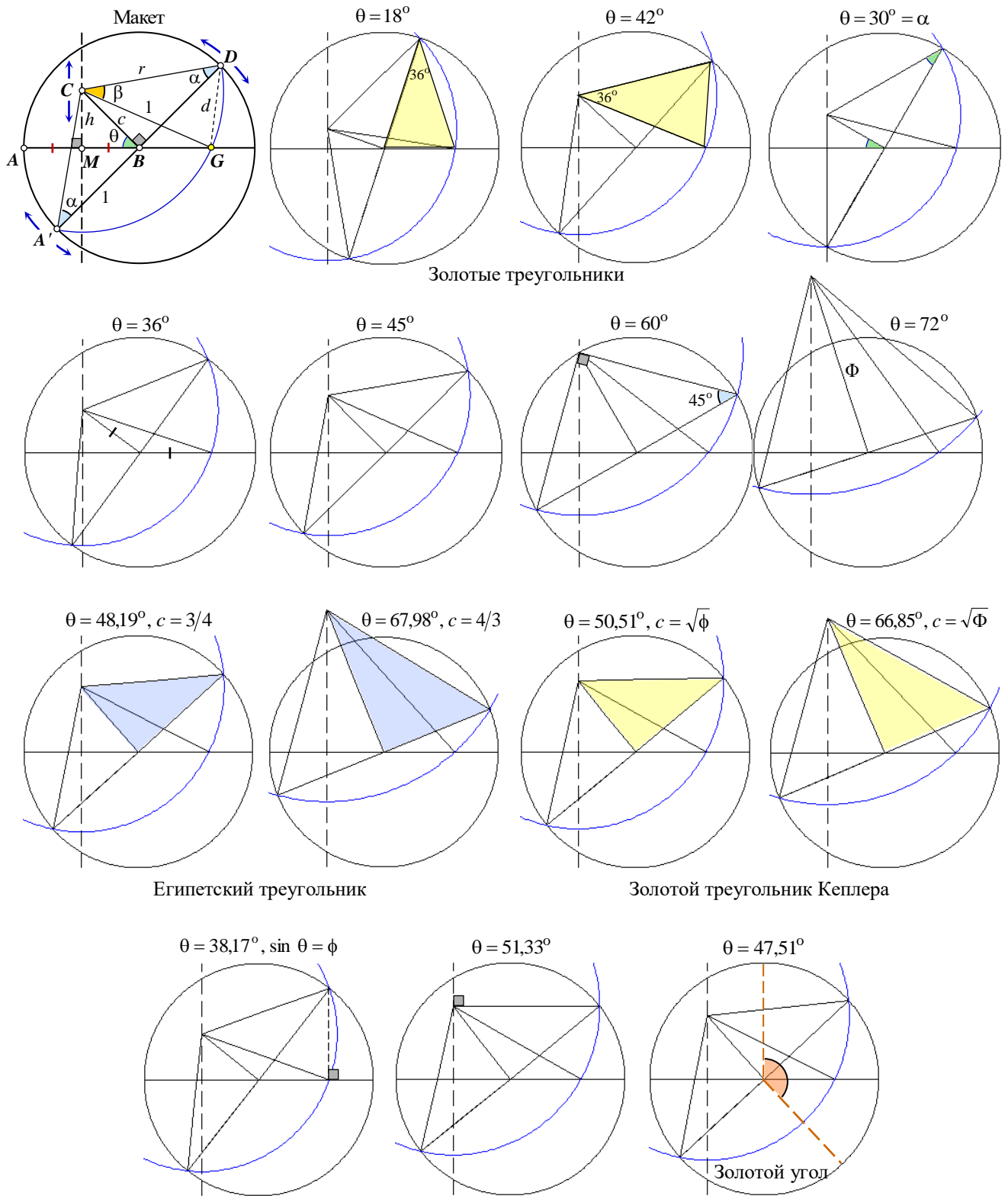


Рис. 3. Частные случаи обобщенной модели золотого роста

Представляет также интерес проявление в модели золотого угла:

$$2\pi\phi^2 \rightarrow \theta = 2\pi\phi^2 - \frac{\pi}{2} = \pi\left(2\phi^2 - \frac{1}{2}\right) = \pi\left(\frac{3}{2} - 2\phi\right).$$

Как видим, обобщенная модель золотого роста объединяет в себе множество разных геометрических форм.

Конечно, не во всех примерах проявляются те или иные выразительные особенности.

Да оно и не обязательно.

Прямая  $m$  бесконечна. Каждый желающий может найти на ней востребованные числа с подходящей геометрической формой обобщенной модели.

### **Вместо заключения** (с эмоциональным откликом на происходящее).

Модель золотого роста осмысливали и создавали вместе с Андреем Никитиным [1].

Вместе бы и самим дальше расти. Профессионально, духовно. С адекватной оценкой текущих событий и грядущих перемен. Сообща развивать исследования.

Да, как-то не складывается в последнее время.

Одни потихоньку растут. Делают ошибки, исправляют, но продвигаются вперед.

Другие буксуют и увязают в зыбучем песке. Оно и понятно. Мало кому интересно "париться" и менять сложившееся десятилетиями миропонимание. Отсюда возникают всякие несурезицы про жизнь в Украине, легенды и наративы об "освободителях", защите энергетических объектов (читай – ракетных ударов) и проч.

Одним словом – каша. Сваренная по диванно-телевизионному рецепту.

Как говорил профессор Преображенский: «Разруха не в клозетах, а в головах».

Переубеждать или апеллировать к трезвой и не ангажированной идентификации реального состояния – "марно витрачати час" (укр.)...

Согласно математической модели Овертона, в каждый обозримый период отдельные взгляды становятся доминирующими и на некоторое время составляют действующую норму.

Их всячески выпячивают, превозносят, фильтруя и не пропуская в общественный дискурс остальные идеи. Тем самым сужается допустимый спектр свободных мнений.

На этом зиждется-выстраивается цензура, массированная пропаганда. Их союзники – силовики и даже духовенство. А когда иссякает словарный запас (у Элочки-людоедки – 30, у В.Даля – 200 тысяч), летят пули.

Любые военные действия неизбежно разделяет мир надвое.

На разломе кровь, слезы и неутрахающая боль. «Зазвонят в колокола, оденутся в золотые мешки долговолосые люди и начнут молиться за убийство... Засуетятся, разжигают людей под видом патриотизма... И, заглушая в своей душе отчаяние песнями, развратом и водкой, побредут оторванные от мирного труда, от своих жен, матерей, детей – люди, сотни тысяч простых, добрых людей с орудиями убийства в руках туда, куда их погонят. Будут ходить, зябнуть, голодать, болеть, умирать от болезней, и, наконец, придут к тому месту, где их начнут убивать тысячами, и они будут убивать тысячами, сами не зная зачем людей, которых они никогда не видали, которые им ничего не сделали и не могут сделать дурного... И опять одичают, остервенеют, озвереют люди, и уменьшится в мире любовь, и наступившее уже охристианение человечества отодвинется опять на десятки, сотни лет. И опять те люди, которым это выгодно, с уверенностью станут говорить, что если была война, то это значит то, что она необходима, и опять станут готовить к этому будущие поколения, с детства развращая их» [2].

Начиная с биологической клетки, богом данное деление пополам, – есть предустановленное природой динамическое равновесие в развитии.

И как видим по 12 частям настоящей статьи, необходимый атрибут золотой пропорции, способной синтезировать гармоничное сочетание-объединение и согласованность даже противоположных элементов (начал).

От деления пополам до золотой гармонии – всего-то ничего, один шаг.

Весь вопрос в том, какая половина сделает шаг навстречу первой.

Многие считают, что «никто не сделает первый шаг, потому что каждый думает, что это не взаимно» (Ф. Достоевский).

Китайцы мыслят конкретно: путь в тысячу ли начинается с первого шага (Лао Цзы).

Украина отчетливо увидела и, похоже, надолго запечатлела в памяти суть и формы доктрины «русского мира». Не станет заново целым то, что разрезано по живому и пропитано порохом и гарью.

Каждая часть расколотого магнита образует собственные постоянные полюса.

Компас украинской лодки ориентирован на справедливость, созидание и гармоничное процветание во всех его проявлениях.

Каким курсом сегодня идет русский корабль, покажет время.

А пока сильно штормит, рифы, подводные течения и накопление усталости гребцов.

Мы тоже несколько утомились делить пополам: в настоящей статье уже проходим число 12 – одну из формообразующих структур в моделировании-описании мироустройства.


Пора открывать новую тему. – Окей.

### **Литература:**

1. Василенко С.Л., Никитин А.В. От золотого отношения к равновесию, синтезу и созиданию // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 17972, 07.04.2013. – [trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162094.htm](http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162094.htm).

2. Толстой Л.Н. Полное собрание сочинений в 90 томах. Т. 39. Статьи 1893–1898. М.: Художественная литература, 1956. – С. 46-47.



© Василенко, 2023   
Харьков, Украина