О НЕЗАВИСИМОСТИ МАССЫ ОТ СКОРОСТИ И РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Шипов Г.И.

Введение

В Московском государственном университете студентам Физфака на лекциях по специальной теории относительности была выписана формула массы движущегося тела

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (1)$$

где m_0 - масса частицы в системе отсчета, в которой она неподвижна (масса покоя), v - 3D скорость инерциальной системы отсчета и c - скорость света. Каково же было мое удивление, когда на страницах такого консервативного журнала как УФН я прочел две статьи Л.Б.Окуня [1,2], в которых показано что формула (1) неверна и масса от скорости не зависит. Известно, что через формулу (1) определяется полная релятивистская энергия частицы

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} + \dots, \qquad (2)$$

где

$$E_0 = m_0 c^2 \qquad (3)$$

- энергия покоя частицы. Согласно формуле (2), основной энергией нерелятивистской частицы $(v^2/c^2 << 1)$ является энергия покоя (3), что подтверждено экспериментально в многочисленный ядерных реакциях. Так почему же неверна формула (1) и откуда взялась формула (2)?

1. Ограничения на инвариантность уравнений движения заряда относительно преобразований Лоренца

Исторически сложилось так, что для уравнений Максвелла преобразование полей

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = (E_y - \frac{v}{c} H_z)\beta, \quad E'_z = (E_z + \frac{v}{c} H_y)\beta,$$

$$H'_x = H_x, \quad H'_y = (H_y + \frac{v}{c} E_z)\beta, \quad H'_z = (H_z - \frac{v}{c} E_y)\beta, \qquad (I)$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

и координат

$$x' = (x - vt)\beta \ , \quad y' = y\ , \ \ z' = z\ , \quad t' = \left(t - \frac{xv}{c^2}\right)\beta \ , \qquad \text{(II)}$$

при переходе наблюдателя от неподвижной системы S в движущуюся с постоянной скоростью v вдоль оси x систему S', впервые использовал Лармор в книге «Эфир и материя». В своей основополагающей работе 1905 г. «К электродинамике движущихся тел» [3], А.Эйнштейн называет преобразования (I), (II) преобразованиями Лоренца и использует их для доказательства инвариантности уравнений движения заряда e с массой покоя m_0 следующим образом. Он, следуя Лоренцу и Пуанкаре, записывает покомпонентно уравнения движения заряда в кулоновском поле источника в системе отсчета S

$$m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} = eE_x\ , \quad m_0 \frac{d^2 y}{dt^2} = eE_y\ , \quad m_0 \frac{d^2 z}{dt^2} = eE_z$$

и постулирует, что в системе S' эти уравнения имеют такой же вид

$$m_0' \frac{d^2 x'}{dt'^2} = e'E_x'\ , \quad m_0' \frac{d^2 y'}{dt'^2} = e'E_y'\ , \quad m_0' \frac{d^2 z'}{dt'^2} = e'E_z'\ , \qquad (4)$$

но все величины, входящие в них, штрихованы. Далее, А.Эйнштейн делает два предположения [3]:

1. Заряд не зависит от скорости движения системы S'

$$e' = e = inv. \qquad (5)$$

2. Масса покоя не зависит от скорости движения системы S'

$$m_0' = m_0 = inv. \qquad (6)$$

Теперь уравнения (4) принимают вид

$$m_0 \frac{du_x'}{dt'} = eE_x'\ , \quad m_0 \frac{du_y'}{dt'} = eE_y'\ , \quad m_0 \frac{du_z'}{dt'^2} = eE_z'\ , \qquad (7)$$

где $u_\alpha' = dx_\alpha' / dt'$, $\alpha = x, y, z$ скорость заряда в системе отсчета S' . Дифференцируя преобразования координат (II) , находим

$$u_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2}\ , \quad u_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{u_y}{\beta(1 - u_x v / c^2)}\ , \quad u_z' = \frac{dz'}{dt'} = \frac{u_z}{\beta(1 - u_x v / c^2)}\ . \qquad (8)$$

1.1 Дополнительные предположения, при которых выполняется условие инвариантности заряда (5)

На самом деле, условие (5) выполняется только при определенных дополнительных предположениях [3]. Действительно, запишем уравнения Максвелла с источниками в системе S

$$div\vec{E} = 4\pi\rho \ , \quad rot\vec{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \ , \quad div\vec{H} = 0 \ , \quad rot\vec{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\vec{u}\right) \qquad (9)$$

и, пологая инвариантность уравнений (9) относительно преобразований (I) и (II), запишем эти уравнения в системе S'

$$div'\vec{E}' = 4\pi\rho' \ , \quad rot'\vec{E}' = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}'}{\partial t'} \ , \quad div'\vec{H}' = 0 \ , \quad rot'\vec{H}' = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}'}{\partial t'} + 4\pi\rho'\vec{u}'\right). \qquad (10)$$

Здесь компоненты скорости $\vec{u}$ преобразуются согласно (8), а плотность заряда ρ преобразуется как

$$\rho' = \rho\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta, \qquad (11)$$

откуда заряд вычисляется как

$$e' = \frac{1}{4\pi}\int \rho' dx' dy' dz' = \frac{1}{4\pi}\int \rho\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta^2 dxdydz. \qquad (12)$$

Для точечной частицы $\rho' = e'\delta(\vec{r}\,')$ и $\rho = e\delta(\vec{r})$, где $\delta(\vec{r})$ - 3D функция Дирака, поэтому из (12) мы имеем

$$e' = e\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta^2. \qquad (13)$$

Мы видим, что условие (5) выполняется, если

$$\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta^2 = \left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} = 1 \ ,$$

откуда

$$u_x = v = const \ , \qquad (14)$$

при этом плотность заряда (11) преобразуется как

$$\rho' = \rho\beta^{-1}. \qquad (14a)$$

Таким образом, условие инвариантности заряда (5) для точечного заряда (другой модели заряда уравнения Максвелла не содержат) выполняется, если:

1) система отсчета S' связана с зарядом (формула (14));

2) заряд движется прямолинейно и равномерно (формула (14)).

1.2 Приближенная релятивистская инвариантность уравнений движения заряда

Условие инвариантности заряда (5) и его следствие (14) для уравнений (7) дает

$$m_0 \frac{du'_x}{dt'} = 0, \quad m_0 \frac{du'_y}{dt'} = 0, \quad m_0 \frac{du'_z}{dt'^2} = 0 \ , \tag{15}$$

где, как это следует из (8) при условии (14),

$$u'_x = 0 \ , \quad u'_y = \frac{u_y}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} = const \, , \quad u'_z = \frac{u_z}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} = const \, , \tag{16}$$

откуда

$$u_x = const, \quad u_y = const \ , \ u_z = const. \tag{17}$$

Таким образом, уравнения движения (7) и уравнения поля Максвелла (10) инвариантны относительно преобразований (I), (II) (при условии инвариантности точечного заряда (5)) только при равномерном и прямолинейном движении «пробных зарядов» и источников поля. Понимая это, А.Эйнштейн проводит доказательство инвариантности уравнений движения заряда, рассматривая *слабое ускорение заряда* [3], полагая, вместо (5), (16) и (17), приближенные равенства

$$u'_x \approx 0 \ , \quad u_x \approx v = const \ , \quad e' \approx e = inv \tag{18}$$

и продолжая считать, что

$$m'_0 = m_0 = inv.$$

Дифференцируя (8), находим

$$\begin{aligned}
\frac{du'_x}{dt'} &= \frac{1}{\beta} \frac{\dot{u}_x (1 - u_x v/c^2) + (u_x - v)\dot{u}_x v/c^2}{(1 - u_x v/c^2)^3} \ , \\
\frac{du'_y}{dt'} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\dot{u}_y (1 - u_x v/c^2) + u_y \dot{u}_x v/c^2}{(1 - u_x v/c^2)^3} \ , \\
\frac{du'_z}{dt'} &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\dot{u}_z (1 - u_x v/c^2) + u_z \dot{u}_x v/c^2}{(1 - u_x v/c^2)^3} \ ,
\end{aligned} \tag{19}$$

Используя первые два соотношения (18), и учитывая, что

$$u_x \approx v, \qquad \dot{u}_x \approx 0 \ , \tag{20}$$

запишем (19) как

$$\begin{aligned}
&\frac{du'_x}{dt'} = \frac{1}{\beta}\frac{\dot{u}_x\beta^{-2}}{\beta^{-6}} = \beta^3\frac{du_x}{dt} = \frac{d}{dt}(u_x\beta)\ ,\\
&\frac{du'_y}{dt'} = \frac{1}{\beta^2}\frac{\dot{u}_y\beta^{-2}}{\beta^{-6}} = \beta^2\frac{du_y}{dt},\\
&\frac{du'_z}{dt'} = \frac{1}{\beta^2}\frac{\dot{u}_z\beta^{-2}}{\beta^{-6}} = \beta^2\frac{du_z}{dt},
\end{aligned} \qquad (21)$$

В первом равенстве мы использовали первое из условий (20), представив β как

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1-u_x{}^2/c^2}} \approx const.$$

Поэтому

$$\frac{d}{dt}(u_x\beta) = \beta\,\dot{u}_x + u_x\dot{\beta} = \beta\,\dot{u}_x + \beta^3\dot{u}_x\frac{u_x{}^2}{c^2} = \beta^3\dot{u}_x\left(\frac{u_x{}^2}{c^2} + \frac{1}{\beta}\right) = \beta^3\dot{u}_x,$$

где мы использовали приближенное соотношение

$$\left(\frac{u_x{}^2}{c^2} + \frac{1}{\beta}\right) \cong 1.$$

Теперь уравнения (7), с учетом преобразования полей (I), запишутся как

$$\begin{aligned}
&m_0\beta^3\frac{du_x}{dt} = m_0\frac{d}{dt}(u_x\beta) = eE_x\ ,\\
&m_0\beta\frac{du_y}{dt} = m_0\frac{d}{dt}(u_y\beta) = e(E_y - \frac{v}{c}H_z)\ ,\\
&m_0\beta\frac{du_z}{dt} = m_0\frac{d}{dt}(u_z\beta) = e(E_z + \frac{v}{c}H_y).
\end{aligned} \qquad (22)$$

Поскольку движение идет вдоль оси x, то $u_y = u_z = 0$ и $v \approx u_x$, поэтому мы можем записать уравнения (22) как

$$\begin{aligned}
&m_0\frac{d}{dt}(u_x\beta) = e(E_x + \frac{u_y}{c}H_z - \frac{u_x}{c}H_y),\\
&m_0\frac{d}{dt}(u_y\beta) = e(E_y + \frac{u_z}{c}H_x - \frac{u_x}{c}H_z)\ ,\\
&m_0\frac{d}{dt}(u_z\beta) = e(E_z + \frac{u_x}{c}H_y - \frac{u_y}{c}H_x).
\end{aligned} \qquad (23)$$

2. Четырехмерная запись уравнений движения заряда и независимость массы от скорости

Умножим уравнения (23) на βc^{-1}, получим

$$
\begin{aligned}
&m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_x\beta) = \frac{e}{c}(E_x\beta + \frac{u_y\beta}{c} H_z - \frac{u_x\beta}{c} H_y),\\
&m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_y\beta) = \frac{e}{c}(E_y\beta + \frac{u_z\beta}{c} H_x - \frac{u_x\beta}{c} H_z)\ ,\\
&m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_z\beta) = \frac{e}{c}(E_z\beta + \frac{u_x\beta}{c} H_y - \frac{u_y\beta}{c} H_x)
\end{aligned}
\tag{24}
$$

или

$$
\begin{aligned}
&m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_x\beta) = \frac{e}{c^2}(E_x c\beta + u_y\beta\ H_z - u_x\beta H_y),\\
&m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_y\beta) = \frac{e}{c^2}(E_y c\beta + u_z\beta H_x - u_x\beta H_z)\ ,\\
&m_0 \frac{d}{cdt\beta^{-1}}(u_z\beta) = \frac{e}{c^2}(E_z c\beta + u_x\beta H_y - u_y\beta H_x)\ .
\end{aligned}
\tag{25}
$$

Введем теперь 4D пространство Минковского с интервалом

$$ds = \sqrt{c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = cdt\sqrt{\left(1 - \left\{\left(\frac{dx}{cdt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{cdt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{cdt}\right)^2\right\}\right)} = \beta^{-1}cdt\ , \tag{26}$$

в котором задан 4D вектор скорости

$$z^i = (z^0, z^\alpha) = (c\beta,\ u^\alpha\beta) = \left(\frac{c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},\ \frac{u^\alpha}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right), \tag{27}$$

$$\alpha = 1,\ 2,\ 3,$$

квадрат которого равен

$$z^i z_i = c^2\ . \tag{28}$$

Умножая (28) на $m_0{}^2$ получим квадрат 4D вектора энергии-импульса

$$p^i p_i = p^0 p_0 - p^\alpha p_\alpha = m_0{}^2 c^2 \tag{29}$$

с компонентами

$$p^i = (p^0, p^\alpha) = \left(\frac{m_0 c^2}{c\sqrt{1-v^2/c^2}},\ \frac{m_0 u^\alpha}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = \left(\frac{E_0}{c\sqrt{1-v^2/c^2}},\ \frac{m_0 u^\alpha}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \tag{30}$$

где $E_0 = m_0 c^2$ - энергия покоя (3), а

$$\frac{E}{c} = \frac{E_0}{c\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{31}$$

временна'я компонента 4D вектора энергии-импульса, из которой следует формула (2). Как легко видеть из формул (27) и (30) , релятивистский множитель $\beta = \dfrac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, в формуле (31) связан не с массой m_0, а с временно'й компонентой 4D вектора скорости (27). *Именно эта компонента зависит от 3D скорости частицы, а не масса частицы.*

В соответствии с приближенным равенством (20), скорость v оказывается в формуле (31) скоростью частицы. Только поэтому допустимо разложение квадратного корня в формуле (2) по степеням v/c.

Используя соотношения (26) и (27), мы может теперь записать уравнения (25) как

$$m_0 \frac{d}{ds}(z^\alpha) = \frac{e}{c^2} F^{i\alpha} z_i \ , \tag{32}$$

где $\alpha = 1, 2, 3$ и $i = 0, 1, 2, 3$, а матрица F^{ik} имеет вид

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_x & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & -H_x & 0 \end{pmatrix}. \tag{33}$$

Чтобы получить четырехмерные уравнения движения заряда, мы добавим к 3 уравнениям (32) четвертое уравнение вида

$$m_0 \frac{d}{ds}(z^0) = \frac{e}{c^2} F^{i0} z_i \ , \tag{34}$$

которого, вообще говоря, в электродинамике Максвелла-Лоренца нет. Левая часть этого уравнения отлична от нуля лишь при условии (20), а при $v = const$ обращается в нуль.

Объединяя уравнения (32) с уравнением (34), мы получим 4D уравнения

$$m_0 \frac{d}{ds}(z^k) = \frac{e}{c^2} F^{ik} z_i \ , \qquad (35)$$

$$i, k = 0, 1, 2, 3,$$

известные нам из учебников.

Заключение

Из нашего анализа следует:

1. Л.Б.Окунь [1,2] абсолютно прав, когда утверждает, что масса частицы не зависит от ее 3D скорости. В работе А.Эйнштейна [3] это утверждение используется при доказательстве релятивистской инвариантности уравнений движения.

2. Согласно формуле (13), при ускоренном движении *величина заряда зависит от 3D скорости движения частицы,* поэтому инвариантность заряда является третьим (неявным) постулатом специальной теории относительности [4].

3. Условие инвариантности заряда (5) выполняется для зарядов, *которые движутся прямолинейно и равномерно.* Только в этом случае плотность заряд преобразуется по формуле (14а), позволяя записать уравнения Максвелла (10) с источниками в четырехмерном виде как

$$\frac{\partial}{\partial x^k}(F^{ik}) = -\frac{4\pi}{c} j^i \ , \qquad (36)$$

где

$$j^i = (\rho c\,,\ \rho z_\alpha)$$

- 4D ток.

4. Релятивистская инвариантность уравнений (35) и (36) *выполняется лишь приближенно* при малых ускорениях зарядов, т.е. в слабых электромагнитных полях, когда выполняется неравенство [4]

$$E, H << 10^{16} \ \ ed.\,СГСЕ\,. \qquad (37)$$

5. Релятивистская инвариантность уравнений (35) и (36) нарушается при ультрарелятивистских скоростях в слабых полях или при нерелятивистских скоростях, но в сильных полях

$$E, H \geq 10^{16} \text{ ед. СГСЕ} .$$

Такие поля появляются в электродинамике, когда нерелятивистские заряженные частицы взаимодействуют расстояниях порядка классического радиуса электрона

$$r_{кл} = e^2 / m_0 c^2 = 2.8 \cdot 10^{-13} \text{ см} . \quad (38)$$

Отметим, что квантование уравнений (35) и (36) не затрагивает проблему нарушения релятивистской инвариантности уравнений электродинамики, если ускорения частиц становятся большими.

Большинство теоретиков полагают, что уравнения (35) , (36) и их квантовое обобщение релятивистски инвариантны при любых значениях полей, применяя квантовую электродинамику для описания взаимодействия элементарных частиц на расстояниях порядка (38) и менее. Это абсолютно неверно, поскольку и 4D запись уравнений электродинамики и их квантование не отменяют нарушение релятивистской инвариантности этих уравнений при больших ускорениях. Я полагаю, что А.Эйнштейн, при создании общей теории относительности, в большей степени руководствовался высказанными выше соображениями, пытаясь найти уравнения электродинамики для больших ускорений зарядов. Продолжая его работы в этом направлении, я уже в далеком 1972 г. нашел принципиальное решение этой проблемы [5], записав уравнения общерелятивистской нелинейной электродинамики в виде, подобном уравнениям гравитации Эйнштейна, но в параметрической римановой геометрии, зависящей от удельного заряда $k = e / m_0$ пробной частицы. В результате, на базе вакуумных решений новой электродинамики, удалось фундаментальным образом описать ядерные взаимодействия как заряженных (например, протонов и ядер), так и нейтральных и заряженных (например, нейтронов и ядер) частиц [6,7], не прибегая к «написанным руками» феноменологическим ядерным потенциалам.

С другой стороны, в квантовой механике масса частицы зависит от частоты ω волновой функции поскольку

$$E = m_0 c^2 = \hbar\omega \to m_0(\omega) = \frac{\hbar}{c^2}\omega , \quad (39)$$

где $\hbar$ - постоянная Планка. Физический смысл зависимости массы от частоты становится ясным только в Теории физического вакуума [6]. В этой теории масса частицы имеет чисто полевую природу, и определяется по формуле

$$m_0 = \int \rho (-g)^{1/2} dV = \frac{c^2}{8\pi G} \int g^{jm} \left(\nabla_{[i} T^i{}_{|j|m]} + T^i{}_{s[j} T^s{}_{|i|m]} \right) (-g)^{1/2} dV ,$$

где $T^i{}_{jk}$ - тензор поля инерции (торсионное поле). В (квази)инерциальной системе отсчета это соотношение упрощается, принмая вид [8]

$$m_0 = \int \rho \, dV = m_0 \int \overline{\Psi} \Psi dV , \quad (40)$$

где Ψ - нормарованное на единицу поле инерции, удовлетворяющее уравнению Шредингера. Вычисляя энергию поля Ψ, мы получаем формулу (39), при этом угловая скорость в ней определяется через спин частицы. Поскольку спин это механическое вращение, то, согласно, (39) любая масса обращается в нуль, если обращается в нуль вращение элементов внутри ее. С другой стороны, массой $m_0(\omega)$ можно управлять путем изменения угловой скорости вращения элементов, ее составляющих. Экспериментальная проверка, подтверждающая этот вывод, была проделана группой российских ученых в работе [9], а об успешной проверке в космосе было официально сообщено в [10].

21.05.2010.

Ссылки

1. *Окунь Л.Б.* // УФН, **178,** № 5 **,** сс 541-555, (2008).
2. *Окунь Л.Б.* // УФН, **178,** № 6 **,** сс 653-663, (2008).
3. *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891.
4. *Шипов Г.И.* // Простое доказательство релятивистской не инвариантности уравнений классической электродинамики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.12865, 25.01.2006 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02310015.htm , http://shipov.com/files/250206_proof.pdf
5. *ШиповГ.И.* // О решении первой проблемы Эйнштейна // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14116, 29.12.2006 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02311018.htm , http://shipov.com/files/Problem1.pdf
6. *Шипов Г.И.*// Теория Физического Вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
7. *ГубаревЕ.А., Сидоров А.Н., Шипов Г.И.//* Труды V семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны», ОИЯИ, Дубна, 1993. С. 232–238.
8. *Шипов Г.И.*// Торсионная природа квантовой механики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15902, 02.05.2010 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02311021.htm , http://www.shipov.com/files/040510_tors_nature.pdf
9. *Шипов Г.И.* // 4D гироскоп в механике Декарта // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.13938, 26.10.2006 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/004a/02311026.htm , http://www.shipov.com/files/021209_tolchdescart.pdf
10. *Меньшиков В.А.* // http://txt.newsru.com/russia/17feb2010/gravicapa.html