С.Л. Василенко

Квадратичные изоморфизмы: бабочки и аттракторы

Бабочка гибнет, когда летит на белый свет,
бабушка, когда как трактором, – на красный...

Нам уже приходилось обсуждать некоторые работы [1, 2] с участием профессора В.Владимирова.

Достаточно подробные аналитические обзоры изложены в статьях [3, 4].

Всё на виду. В свободном доступе. Разложено по полочкам.

При желании пытливый ум в состоянии быстро ухватить и оценить суть спорных моментов. Дополнительного разъяснения или добавления особо не требуется.

Именно поэтому вполне ожидаемым и хорошо прогнозируемым для нас стал последующий шаг, который нашёл своё отражение в продолжение исследования [5].

В принципе, эту последнюю публикацию вполне можно было оставить за рамками рассмотрения.

Но, во-первых, к этому располагает боле или менее творческая и деловая атмосфера семинара, пусть даже в его заочной *online*-разновидности.

Во-вторых, В.Владимиров (далее по тексту *автор*) неоднократно обращается к нашим публикациям на критической ноте, что адекватно активизирует процесс уяснения-согласования позиций.

Наконец, он заранее всем «благодарен за доброжелательные замечания по содержанию» своей работы.

Так, почему бы их и не высказать в общем стремлении к новых знаний? – В надежде на их понимание, восприятие и возможное использования в дальнейшей работе.

Итак, целиком и полностью благосклонные заметки-наблюдения...

Первые прикидки. Прежде всего, необходимо отметить, что в отличие от предшествующих работ [3, 4], новый материал стал более взвешенным, последовательным и научно обдуманным в изложении.

Следует также подчеркнуть неистребимо-настойчивое авторское желание внести свою лепту в строительство «золотой» теории. И это заслуживает одобрения.

Встречаются, конечно, и несколько вольные интерпретации.

Например, в отношении матушки-истории, когда на чаши весов субъективно помещаются с одной стороны утверждения о преднамеренных политических фальсификациях подлинных документов, с другой – математические гипотезы-трактовки в условиях неполноты информации. Вряд ли эти соображения соизмеримы одной линейкой.

Малопонятно и свободное употребление "оппозиционной" терминологией. Будто одна из сторон в дискуссии представляет собой некую "власть в науке". Возможно, речь идёт об оппонентах? – Но тогда это общепринятая и даже официальная научная практика.

Что касается математики, то в ней как нигде абсолютно все равны: школьники, доценты, академики... И никакой вам оппозиции. Ввиду специфики критериев истинности.

Кесарю кесарево. Автор отмечает [5]: «В рамках международного online семинара по математике гармонии была опубликована статья "Золотые крупицы математики" [6]. В ней проведен интересный обзор старинных пропорций. Однако, к сожалению, *не сделаны должные обобщения и правильные, глубокие выводы*».

Конечно, автор вправе давать любые оценки работам своих коллег.

Однако требовать от них «делать должные обобщения», сдаётся, вовсе не обязательно. Равно как и понуждать их формулировать «глубокие выводы».

Каждый учёный определяет всё это самостоятельно, исходя из поставленных задач исследований, которые формируются индивидуально.

И потом: сделаны или нет должные и глубокие заключения, – можно ли так оценивать? – Ведь уровень глубины представления собственных выводов определяет только сам автор.

Мы же не говорим, что Ньютон построил интересную теорию механики, однако, к сожалению, не сделал необходимые обобщения, а также глубокие выводы в развитие теории относительности. Великий учёный сделал то, что он сделал. А его последователи со временем, возможно, улучшат и разовьют. Такова диалектика познания.

По нашему глубокому убеждению, любой написанный (изложенный) материал можно подвергать критике, даже острой. Но требовать от других учёных что-то сделать, по крайней мере, не корректно. Они вольны в своём выборе. Равно как они свободны в своих поступках, делать либо не делать «*должные обобщения и глубокие выводы*».

То, что кем-либо не выполнено, в науке не является объектом критики.

Несерьёзно бранить пифагорейцев за то, что они не открыли иррациональные числа.

М-пропорции. По нашему мнению, важно отметить, что вводя свои *М-пропорции*, автор намеренно уходит от какого-либо их золочения в терминологическом аспекте.

Уже только это повышает интерес и степень доверия к представляемому материалу.

Но вот по существу изложения вопросы всё-таки остаются.

Работа [5] фактически сведена к рассмотрению частного вида квадратичной пропорции $(a+b):b = b:Ma$ с характеристическим уравнением $x^2 = M(x+1)$ относительно $x = b/a$:

целое так относится к большему b, как оно к M меньшим a.

Любопытно здесь другое. А именно как автор выходит на "золотые крупицы".

Напомним, что "золотыми крупицами" нами названы [6] особые самобытные сечения, которые не связаны напрямую с ЗС, но в своём числовом, формульном или геометрическом выражении содержат число (константу) золотого сечения Ф либо его обратное значение $ф = Ф^{-1}$. Не исключено, что в ряде случаев подобная их взаимосвязь с золотым самородком Ф – чисто формальная, не отражающая значимых структурных отношений. Тем не менее, каждая связь может свидетельствовать о скрытом присутствии золотого сечения в природе, и потому представляет определенный интерес.

Так, вот... Автор приравнивает малую часть $a = Ф$.

Далее исходный отрезок $(a+b)$ делится на две части в произвольном отношении, например, положив $M = 2$. Затем находится большая часть $b = (1 + \sqrt{3})Ф$. И тем самым создаётся иллюзия о якобы золотоносном делении целого.

Самоочевидно, что это не так. Ибо речь идёт о рядовом масштабировании отрезка и его частей путём умножения на константу золотого сечения Ф.

Определив отношение отрезков, получаем $b/a = 1 + \sqrt{3}$.

То есть, здесь и близко нет каких-либо видимых или скрытых признаков золотого сечения или его "золотых крупиц".

Разве что только при $M = 5$, как в статье [6].

Охота за бабочками. Автор развивает [5] довольно интересную идею о формах поведения рекурсивных последовательностей в их стремлении достичь своего аттрактора – предельного отношения соседних элементов числового ряда.

Приводятся любопытные сопоставления. Проводятся аналогии-параллели с переходными процессами в теории автоматического управления, а также "эффектом бабочки", что характерно для фазовых портретов хаотических систем.

Но, на наш взгляд, за второстепенными проявлениями частных случаев им всё-таки упущено главное. А именно, не раскрыт внутренний причинно-следственный механизм

подобного поведения систем. Когда отдельные проявления становятся не базисом-основой выводов, а лишь наглядной иллюстрацией общих закономерностей более высокого порядка.

Отсюда, образно говоря, и рождение феномена бабочки, стремящейся к свету знаний, но сгорающей в нестерпимо жарких лучах истины.

Что же происходит на самом деле? – Всё сравнительно просто, как обычно и бывает.

Достаточно ответить на вопрос, чем определяется реальное поведение системы? – Обыкновенно движением: откуда и куда.

"Откуда" – это наши начальные условия или пункт *А*. В общем случае произвольные либо жёстко заданные числовые значения: k штук для рекурсии k–го порядка.

"Куда" – это конечное место назначения или пункт *Б*. В нашей задаче определяется значением аттрактора.

Далее, как в школьной задачке. Из пункта *А* в пункт *Б* отправилась ... рекурсия.

В свою очередь, по теореме Бернулли [7, 8] аттрактор рекурсии определяется максимальным по модулю корнем характеристического алгебраического уравнения.

Вполне естественно, чем ближе начальные значения последовательности к значению аттрактора, тем быстрее и организованнее формируется сходящийся процесс.

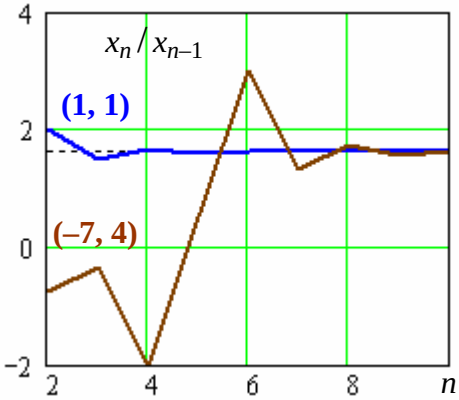

Рис. 1. Сходимость к аттрактору золотого сечения в зависимости от пары начальных условий

И наоборот, чем удалённее выбранные исходные точки от аттрактора, тем движение к нему менее устойчиво, особенно, на первых итерациях.

Именно поэтому возникает незначительный эффект, схожий с текстом одной из песен Андрея Миронова: «А бабочка крылышками бяк-бяк-бяк-бяк», а за ней рекурсия прыг-прыг-прыг-прыг... Ну, и так далее.

Несколько таких неровных "бяк-движений", и всё становится на свои места.

Это можно легко продемонстрировать даже на примере обычного квадратного уравнения золотого сечения $x^2 = x + 1$ с рекурсией $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$, искусственно отдалив пару начальных точек от "центра притяжения" $\Phi \approx 1{,}618$ (рис. 1).

Автор приводит целый ряд всевозможных построений по характеру переходных процессов. Выделяет специфические фазы устойчивости. Описывает разные нюансы развития последовательностей, используя особые оттеночные характеристики: "приближение", "устремление", "спокойное движение", "монотонно", "без колебаний" и т.п.

Но всё это, к глубокому сожалению, весьма и весьма неинформативно. Ибо всё ясно и сравнительно просто с самого начала: ход последовательности полностью определяется выбором начальных точек и аттрактором, равным максимальному по модулю корню характеристического алгебраического уравнения.

В математике это уже давно пройденный этап, известный еще со времен Даниила Бернулли, когда он в своей работе «Замечания о рекуррентных последовательностях» (1732) изложил рекуррентный метод решения алгебраических уравнений.

В результате таких поисков наш автор невольно приходит к некорректному выделению и интерпретации двух аттракторов, один из которых будто является вр*е*менным.

Хотя если изменить начальные условия, то квадратичная система сразу настраивается на свой единственный аттрактор – наибольший по модулю корень квадратного уравнения.

Правда иногда могут иметь место специально организованные случаи, когда переход (подход) к настройке на аттрактор занимает весьма продолжительный интервал времени, как это описано, например, в работе [9].

Сказка – ложь, да в ней намек... Автор довольно категорично заявляет [5], что:

«В математику гармонии не должны проникнуть *ложные утверждения* последних лет, типа таких:

– Отношение последующего элемента к предыдущему любого рекуррентного ряда при $n \to \infty$ всегда колеблется вокруг значения аттрактора, но никогда не достигнет его.

– Золотому сечению соответствует минимум информации.

– Система, достигшая в своем развитии совершенства, то есть приблизившаяся вплотную к параметрам ЗС, погибает».

Что здесь хотелось бы отметить? – Насколько нам известно, данные утверждения никто не собирался никуда внедрять, тем более в некую область, которая не известна математикам и в целом официальной науке.

Кроме того, чтобы говорить о ложности тех или иных положений, видимо, нужны некие доказательства или хотя бы пояснения. Излишняя голословность малоубедительна.

Как минимум необходимы также ссылки, откуда взяты эти выдержки, чтобы понять контекст их звучания. Вероятно, они не такие уж и ложные. Например, если их сформулировали для определённых условий или выполнения некоторых исходных гипотез.

Да и смысл вышеприведенной выдержки как-то выпадает из общего, довольно последовательного изложения статьи [5]. Цитата существует как бы сама по себе, не внося связующего содержания с чем-либо другим в остальной части текста.

Можно было бы продолжить обсуждение и далее.

- Например, представление любого числа x в виде произведения $x = y \cdot \Phi$ автор [5] продолжает неотступно квалифицировать, как выражение связи с константой золотого сечения Ф. Но вместо числа Ф может быть любая другая величина с подходящим значением y. То есть любое число взаимосвязано с другим произвольным числом. Ну, и что? – Никакая здесь особая роли золотого сечения и близко не просматривается!

- Равно как автор продолжает различать золотые сечения для отрезков различной длины. Хотя золотое сечение по своей сути таким и остаётся для любого метрического непрерывного отрезка. Поэтому, по нашему мнению, рассмотрение отрезка произвольной длины, в противовес единичному отрезку, – малосодержательный посыл.

- Совершенно нарушается чёткость изложения материала, когда автор неожиданно начинает называть аттракторами меньшую a и большую b части целого $a + b$.

Однако по мере такого изложения постепенно повышается вероятность возникновения события, когда за счёт накопительного эффекта замечания непроизвольно могут быть истолкованы как не совсем доброжелательные.

Хотя у нас и нет никакой предвзятости к анализируемому материалу.

Есть, конечно, и положительные моменты.

- В частности, интересны альтернативные формулировки–признаки наличия ЗС или «необходимые и достаточные условия».

Прежде всего, это очевидные зависимости: $a + b = b\Phi$ и $b = a\Phi$.

Подставив в последнее равенство тождество $\Phi = 1 + \Phi^{-1}$, получаем $a = (b - a)\Phi$.

То есть меньшая часть больше разности частей в Φ раз.

В заключении хотелось бы обратить внимание на одну аллегорию-пожелание [5]: чтобы при возведении пирамиды математики в зазоры между блоками разных авторов не проходило даже лезвие бритвы.

Возможно, это некий идеал или образ-икона.

На практике всё выглядит несколько иначе.

Именно зазоры и несовпадения отдельных граней стимулируют их заполнение, что собственно и способствует созданию новых разделов и направлений в гармоничном развитии математики и синтезе её сводного каркаса.

Конечно, допустима и пирамидальная конструкция.

Вот только вопрос: а что же тогда расположено на самом верху? – Видимо, извечно перманентная модель сущности бытия...

Литература:

1. *Владимиров В.Л., Стахов А.П.* Энтропия золотого сечения (раскрыта еще одна тайна золотого сечения) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16523, 22.05.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321199.htm.

2. *Стахов А.П., Владимиров В.Л.* Платоновы тела (их энтропия, рекурсии, симметрия, связь с "золотым сечением", исключительная роль в науке прошлых веков и в современной науке) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16623, 09.07.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321206.htm.

3. *Василенко С.Л., Белянин В.С.* Золотоносные наносы (сокрытие тайны "экстремальной" энтропии) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16577, 21.06.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161845.htm, http://www.x-faq.ru/index.php?topic=11.180.

4. *Василенко С.Л., Белянин В.С.* Негармоничная гармония: по лабиринтам Владимирова–Стахова в среднегармонических оценках золотого сечения, энтропии и рекурсии Платоновых тел // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 28.08.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=44&sm=2.

5. *Владимиров В.Л.* Раздумья над статьей А.П. Стахова «Математизация гармонии и гармонизация математики». М-пропорции и «эффект бабочки» // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16999, 19.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322036.htm.

6. *Белянин В.С., Василенко С.Л.* Золотые крупицы математики // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16935, 04.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322019.htm.

7. *Утешев А.Ю.* Полиномы и алгебраические уравнения от одной переменной. – http://pmpu.ru/vf4/polynomial.

8. *Василенко С.Л.* Гармоническая пропорция в линейных разностных уравнениях // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15330, 09.06.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321111.htm.

9. *Василенко С.Л.* Золотая пропорция как ядро генома мироздания // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 12.07.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=30&sm=2 // Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 13.07.2011. – http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11214.html.

© ВаСиЛенко, 2011