

«Золотая» гармония «противоположностей», энергооптимальность и сердце

В природе существует присущая ей скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых математических законов.

Г. Вейль

Закон золотого деления должен быть диалектической необходимостью.

А.Ф. Лосев

Содержание

1. Постановка проблемы
 2. Гармония «противоположностей», числа и золотое сечение
 3. «Золотое» число Φ – основание Математики Гармонии
 4. «Простота», принцип наименьшего действия и законы физики
 5. Биологические системы и энергооптимальность
 6. Системный подход, принцип оптимального вхождения и гармония
 7. Золотая гармония «противоположностей» в структурах сердечных циклов
 - 7.1. Система «Структура сердечного цикла (ССЦ)»
 - 7.2. «Пространство» ССЦ
 - 7.3. Математические особенности гармонии «пространства» ССЦ
 8. Золотая гармония и эстафета «противоположностей» в сердечных процессах
- Выводы
Литература

1. Постановка проблемы

В современной биологии постоянно возникают новые науки как результат выдающихся открытий в мире живой природы. В «старых» науках происходят процессы дифференциации, появляются новые направления по мере расширения и углубления традиционного «поля поиска». Биология испытывает острую потребность в интегрирующей и синтезирующей научной дисциплине, которая объединяла бы все науки о живом. Таким интегрирующим направлением в возрастающей степени становится учение о Гармонии. Гармония – важнейшее начало, объединяющее живую природу. Она представляет целостность, равновесие «противоположностей», оптимальность живых систем, их устойчивость и стабильность. В настоящее время многие биологи уже не сомневаются в том, что Природа в процессе эволюции стремится к предельной гармонизации биосистем. Установленное совершенство биосистем разного назначения и различной сложности явилось одним из главных факторов, обусловивших поиск математических законов, в соответствии с которыми происходит гармонизация живых объектов /4, 6, 17, 30, 34, 47, 59, 81 и др./. Вскрытие **математической** основы гармонии, общей для всех живых систем, приобретает важнейшее значение, является одной из главных проблем теоретической биологии.

В статье представлены энергооптимальный критерий и особенности «золотой» гармонии живого объекта - сердца человека и млекопитающих. В качестве методологического инструментария для выявления гармонии сердечных систем автором использованы: системный подход, диалектическое единство «противоположностей» и принцип наименьшего действия.

2. Гармония «противоположностей», числа и золотое сечение

Выдающийся российский биолог-теоретик А.А. Любищев (1890-1972), размышляя о преемственности идей в современной науке, высказал убеждение в том, что «следуя великому диалектическому закону развития науки, в этом процессе неоднократно придется возвращаться к великим мыслителям Эллады» /28, с. 212/. Гармония со времен древнегреческих философов и до наших дней была и остается великой «сквозной» идеей, привлекающей внимание многих поколений ученых. К этому следует добавить, что интерес к идее гармонии временами возрастал или, напротив, снижался, но никогда не исчезал. Возвращение к древним истокам в наши дни обусловлено поисками новых подходов к решению крупных научных проблем. Анализ гармонии и сам термин (греч. *ἁρμονία* – слаженность, соразмерность частей) впервые были представлены в трудах философов Древней Греции. Главная истина, заключенная в учении великого греческого философа Пифагора (570-500 до н.э.) и его учеников, состоит в том, что гармония объективна, она существует помимо нашего сознания в гармоническом устройстве всего сущего, начиная с космоса и кончая микромиром. С самого начала гармония отождествлялась с «**противоположностями**» в объекте. Мир устроен так, что любое явление обязательно имеет свою противоположность, каждая из которых неустранима и проявляется совместно с альтернативой. Первое структурное определение гармонии было представлено древнегреческим мыслителем Гераклитом (540-480 до н. э.): «В мире существует единство, но это единство (гармония) образуется сочетанием противоположностей» /по 38, с. 76/. Пифагорейцы рассматривали природу вещей как конфигурацию «противоположных» качеств. Таких противоположностей насчитывалось десять: предел – беспредельное, нечетное – четное, одно – многое, правое – левое, мужское – женское, покой – движение, прямое – кривое, свет – тьма, добро – зло, квадрат – выгнутый прямоугольник. В наши дни идея структурной гармонии «противоположностей» получила дальнейшее развитие. Гармония «противоположностей» является необходимым условием стабильности и устойчивости систем. По мнению белорусского философа Э.М. Сороко, «Великая карта оптимальных состояний природы, согласно которой та создает свои порядки, написана языком противоположностей, контрастностей, противодействий» /47, с. 101/. «Противоположности» пронизывают все физические объекты в микро-, макро-, гипермирах Природы.

Гармония «противоположностей», как полагали пифагорейцы, должна быть представлена числовым отношением: «Гармония является божественной и заключается в числовых отношениях...» /по 11, с. 129/. Древнегреческому философу и геометру Пифагору и его ученикам приписываются выражения: «Все вещи - суть числа», «Бог положил числа в основу мирового порядка», «Мир создан в подражание числам». Гармония «противоположностей», как полагали пифагорейцы, должна быть представлена **числовым** отношением. Древнегреческий философ Аристотель отмечал, что важны не сами числа, а их соотношения, ибо «соотношение есть сущность», а «всякий порядок есть отношение» /по 47, с. 76/. Особое значение пифагорейцы приписывали числам в деле познания. С помощью чисел пифагорейцы не просто решали практические задачи, а пытались объяснить природу всего сущего. Они стремились постигнуть сущность чисел и числовых отношений, ибо через нее надеялись понять сущность мироздания. Платон (428-348 до н. э.) по этому поводу писал: «Мы никогда не стали бы разумными, если бы исключили число из человеческой природы» /по 17, с. 6/. Так возникает первая в истории «попытка осмыслить число как мирозозидающий и смыслообразующий элемент» /66/.

Мысль о привлечении математики для выявления гармоничных соотношений в объекте возникла с самого начала формирования учения о Гармонии. Математики школы Пифагора считали, что числа правят миром. В платоновской Академии были заложены основы многих отраслей математики, которые получили дальнейшее развитие в александрийской школе (Евклид, Архимед, Эрастофен, Диофант и др.). Характерные черты пифагоризма: мистика

чисел, математизация науки, первичность Космоса. Космос у греков вовсе не синоним Вселенной, это слово отождествляется с красотой, украшениями. «Философские постулаты пифагоризма заключаются в гармоничности, космичности, а не хаотичности Вселенной, в признании сравнительно простых, доступных математической трактовке законов. Платон считал абсолютные **математические** идеи существующими на небе. Несмотря на сказочную форму, математические идеи Платона несут в себе глубочайшее философское содержание, их разделяют многие современные ученые. Это направление математики, по мнению А.П. Стахова /52/, может стать важнейшим источником идей и концепций в развитии современной науки.

Поскольку гармония объективна, она может предстать в качестве объекта математического исследования. По современному представлению, математическая гармония «фиксирует внимание на **количественной** стороне дела и безразлична к качественному своеобразию частей, вступающих в гармоническое соответствие» /67, с. 15/. Например, закон золотого сечения «присутствует» и в музыке, и в архитектуре, и живописи, и в литературе, а также и во множестве объектов живой и неживой природы. Гармония означает такую организацию объекта, при которой все его части удовлетворяют некоторым общим требованиям, взаимно дополняя и уравновешивая друг друга. В Большой Советской Энциклопедии представлено определение, которое выражает современное понимание гармонии: «**Гармония – соразмерность частей и целого, слияние различных компонентов объекта в единое органическое целое. В гармонии получают внешнее выявление внутренняя упорядоченность и мера бытия**» /9, с. 128/. В этом определении четко просматривается определение «гармонии» с математической точки зрения («соразмерность частей и целого», «внутренняя упорядоченность и мера»). За «соразмерностью частей и целого», их «слиянием в единое целое» «скрывается» единство и мера «противоположностей» в объекте. Таким образом, гармония допускает количественное определение, она может стать предметом математического исследования. Отметим, что термин Математика Гармонии (the mathematics of harmony) был введен в конце 20 века для обозначения математического учения о природе, созданного древними греками /53/. Математика Гармонии - математическая теория, изучающая «гармонию» с количественной точки зрения. Огромный вклад в это направление математики сделан А.П. Стаховым. В своих публикациях А.П. Стахов неоднократно подчеркивал, что развиваемая им «Математика Гармонии» в своих истоках восходит к математике Пифагора, Платона и Евклида. «Математика Гармонии» – это возрождение пифагорейской математики с учетом современных научных достижений в этой области.

В современной науке, как продолжение традиций школы Пифагора, возрождается интерес к «особым» числам, представленных во многих объектах природы. Как пишет Ю.А. Урманцев, «числа выступают на передний план в самых «горячих» точках науки: то при изучении распределения планет в Солнечной системе, то при объяснении сущности кода наследственности, то при выводе фундаментальных инвариантов в теоретической физике, то при определении периодической природы музыкального ряда и таблицы Менделеева» /59, с. 16-17/. Однако, «весь вопрос, - как пишет математик Г.Б. Аракелян, - ...в том, почему при описании наиболее фундаментальных закономерностей появляются **именно эти**, а не другие числа?» /1, с. 133/. К сожалению, несмотря на растущее количество публикаций, для большинства ученых особые числа и связанные с ними проблемы организации и гармонии исследуемых объектов все еще остаются на заднем плане как нечто второстепенное и мистическое. Математика Гармонии, связанная с особыми числами, имеет тесные связи с современным естествознанием, в частности, с теоретической физикой, ботаникой, генетикой, биологией, информатикой, синергетикой. Это направление продолжает расти и развиваться.

Математическое представление гармонии «противоположностей» выражается, как правило, в виде определенных числовых пропорций. Идея Гармонии Мироздания, в основе которой лежит пифагорейское учение о числовой гармонии Мироздания, тесно связана с пропорцией Золотого Сечения. Особые свойства золотой пропорции, по мнению Э.М. Сороко,

«позволяют возвести это...математическое сокровище в разряд инвариантных сущностей гармонии» /47, с. 83/. Из многих пропорций, которыми издавна пользовался человек при создании гармонических произведений, золотая пропорция единственная и неповторимая, обладающая уникальными математическими свойствами. Важнейшую роль золотого сечения в гармонизации объектов природы отмечали величайшие философы Древней Греции Пифагор и Платон. «С точки зрения Платона, да и вообще с точки зрения всей античной космологии, - писал А.Ф. Лосев /27/, - мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиненное закону гармонического деления – Золотого Сечения». Великий ученый Средневековья И. Кеплер (1571-1630) писал о золотом сечении: «Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них – это теорема Пифагора, а другое деление отрезка в среднем и крайнем отношении... Первое можно сравнить с мерой золота; второе же больше напоминает драгоценный камень». Кеплер поставил золотое сечение в один ряд с одной из самых знаменитых геометрических теорем. А. Бакунинский /3/ убедительно показал, что «золотое сечение» является частным случаем «теоремы Пифагора».

Закон золотого сечения» широко использовался древними греками в архитектурных памятниках (Парфенон), в скульптурах Фидия (5 в. до н. э.), Поликлета (5 в. до н. э.), Мирона (5 в. до н. э.), Праксителя (4 в. до н. э.). «Теория измерения гармонии по принципу деления в среднем и крайнем отношении...составила тот фундамент, ту стартовую площадку, на которой впоследствии были воздвигнуты и получили движение концепции гармонии в новоевропейской науке и эстетике» /47, с. 76/. Таким образом, золотая пропорция является своего рода «визитной карточкой» красоты и гармонии. Закон золотого сечения представлен в музыке, в архитектуре, в живописи, в литературе, во многих творениях живой и неживой природы. Это структурно-математическая характеристика, которая определяет форму прекрасного независимо от того содержания, которое несет в себе форма. В частности, отношение золотого сечения придается форматам книг, бумажникам, шкатулкам и множеству других предметов быта. По мнению многих выдающихся современных ученых, принцип золотого сечения - высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей /17/.

«В природе существует присущая ей скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых математических законов», утверждал выдающийся математик 20 века Г. Вейль /12/. С золотым сечением и числами Фибоначчи связаны многие выдающиеся открытия современной науки и техники. Сюда следует отнести квазикристаллы израильского ученого Шехтмана /19/, алгометрическую теорию измерения /48/, концепцию компьютеров Фибоначчи /49/, закон структурной гармонии систем, сформулированный белорусским философом Э.М. Сороко /47/, резонансную теорию Солнечной системы /10/.

Следует отметить также ряд других важных теоретических и экспериментальных результатов.

Ю.С. Владимиров /15/ показал, что в теории электрослабых взаимодействий возникают соотношения, приближенно совпадающие с «золотым сечением».

А.С. Харитоновым /62/ предлагается новая парадигма природы, человека и общества, основанная на золотом сечении.

О.Б. Балакшиным /4/ получены новые результаты по применению принципов гармонии, симметрии и золотого сечения к проблеме саморазвития динамики подобных систем. Им установлено, что среди немногих по количеству обобщенных вариантов систем особое место занимает золотая пропорция («золотые траектории развития систем»).

А.И. Иванус /23/ разработал идеи гармоничного менеджмента «по Фибоначчи и золотому сечению».

Украинский исследователь С.И. Якушко /68/ описал «фибоначчиеву» закономерность в Периодической системе Д.И. Менделеева.

Важнейшим вкладом в Математику Гармонии является публикация книги проф. А.П. Стахова «The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science» /82/.

Необходимо отдельно представить наиболее выдающиеся теоретические и экспериментальные исследования, отнесенные к «присутствию» золотого сечения в биологических системах.

О.Я. Боднар /6/ установил закон преобразования спиральных симметрий, раскрывающий механизм роста и формирования в живой природе. Рост филлотаксисных форм сопровождается изменением симметрии пересекающихся спиралей, количество которых выражается парами чисел - $1/2$, $2/3$, $3/5$, $5/8$, $8/13$ и т.д. Последовательная смена порядка спиральной симметрии характеризуется гиперболическим поворотом. «Геометрия Боднара» раскрывает механизм роста «филлотаксисных» объектов. Отметим, что Г. Вейль /1885-1955/ рассматривал числовой закон филлотаксиса как загадку живой природы. Он утверждал, что «современные ботаники относятся ко всему учению о филлотаксисе менее серьезно, чем их предшественники» /12, с. 99/.

Российский исследователь С.В. Петухов /34/ предложил оригинальный взгляд на генетический код. Основная идея Петухова состоит в том, чтобы представить генетические полиплеты в матричном виде. Открытие Петухова показывает глубокую связь генетического кода с золотым сечением. Исследования Петухова показывают фундаментальную роль, которую играет золотое сечение в генетическом кодировании.

В.Г. Бочков /8/ предложил способ нахождения оптимальных состояний любой функциональной физиологической системы по данному измеримому (шкалированному) ее параметру. В частности, он приводит убедительные аргументы тому, что температурный режим млекопитающих, в том числе и человека, явление не случайное, а обусловлено минимумом теплоемкости воды, достигаемым в диапазоне $30 - 40^{\circ}\text{C}$. Этот минимум своей связью с квадратом $(1/\Phi)$ объясняет факт устойчивости водной основы земной жизни – структур биоорганизмов.

А.В. Жирмунский и В.И. Кузьмин /22/, анализируя критические уровни в развитии биологических систем (зачатие, рождение, половая зрелость, смерть), установили, что отношение некоторых важнейших параметров на соседних уровнях характеризуется числом $e^{\circ} = 15,15...$ С точки зрения преобразований качественной симметрии здесь имеет место золотое сечение /30/. Число e° является инвариантом преобразований важнейших параметров в процессе развития организма. Таким образом, можно утверждать, что «золотая» симметрия систем имеет широкое распространение в животном и растительном мире.

В.И. Коробко /25/ обнаружил взаимосвязь некоторых интегральных физико-механических характеристик твердого деформируемого тела с золотым сечением. Коробко установлены многочисленные, ранее неизвестные проявления золотой пропорции в деятельности организма человека: его физиологических ритмах, эргономических параметрах «вхождения» в окружающую среду.

И.Н. Степанов /54/ обнаружил многочисленные проявления золотого сечения и чисел Фибоначчи в структуре почвенного покрова, вещественного состава почв и их продуктивности.

И.А. Рыбин /42/ в статье «Психофизика: поиск новых подходов» на основании экспериментальных данных показал, что число $\Phi = 1,618$ - инвариант психофизических законов, описывающих сенсорные восприятия человека.

А.Г. Суббота /55/ показал универсальность проявления золотого сечения в строении некоторых органов и систем, а также в их функциональных параметрах.

В.Д. Цветков /63/ показал, что энергооптимальная деятельность сердца в решающей степени обусловлена золотым сечением и числами Фибоначчи. Сердце работает с минимальными затратами энергии, крови, мышечной и сосудистой массы. Золотые отношения составляют основу законов композиции структур сердечного цикла; эти соотношения справедливы для различных видов млекопитающих.

А.А. Соколов и Я.А. Соколов /46/ в статье «Математические закономерности электрических колебаний мозга», показали, что соотношение частот волн (ритмов) электрических колебаний мозга равно золотой пропорции.

В.Г. Бочков /8/ предложил способ нахождения оптимальных состояний любой функциональной физиологической системы по данному измеримому (шкалированному) ее параметру. В частности, он приводит убедительные аргументы тому, что температурный режим млекопитающих, в том числе и человека, явление не случайное, а обусловлено минимумом теплоемкости воды, достигаемым в диапазоне 30 – 40°С. Этот минимум своей связью с квадратом (1/Φ) объясняет факт устойчивости водной основы земной жизни – структур биоорганизмов.

А.Г. Волохонский /16/ установил соответствие общей структуры генетического кода, ряда биномиального разложения 2 и икосаэдра.

Б.Н. Розин /40/ показал, что в результате деления число клеток, возникающих от исходной клетки на каждом шаге деления, подчиняется «фибоначчиевой» закономерности: 1, 2, 3, 5, 8, 13,....

Представленные выше открытия, связанные с золотым сечением, являются достаточно убедительным подтверждением того факта, что биология приближается к раскрытию одного из сложнейших научных понятий живой природы – понятия гармонии. Можно добавить, в человеке – совершеннейшем творении Природы – пропорция золотого сечения к настоящему времени установлена на самых различных уровнях. Золотое сечение выявлено в работе мозга и сердца, строении глаз и ушей, параметрах обоняния и вкуса, субклеточных структурах, пропорциях частей лица, рук, ног и всего тела и многих других составляющих организма.

Удивительное постоянство, с каким проявляются золотое сечение и числа Фибоначчи на всех уровнях организации природы (генетический код, фуллерены, квазикристаллы, филлотаксисные структуры, морфология человека, сердечные циклы, форма Земли, «золотая» спираль Галактики и др.) дает основания высказать гипотезу, что «законы Гармонии одни те же на всех уровнях организации природы» /51/.

3. «Золотое» число Φ – основание Математики Гармонии

Математическое представление гармонии, как правило, выражается в виде определенных числовых пропорций. Древние считали, что «две части или две величины не могут быть ...связаны между собой без посредства третьей...». В этом представлении очевидна особая роль среднего пропорционального. Оно содержит в себе, как считает М.А. Марутаев /30, с. 162/, «качественное обобщение, т.к. оно выражается **одним** числом, а не множеством». Отдельные конкретные числа и отношения способны выражать не только количество, но и «качество». Именно поэтому пропорции так существенны в выражении гармонии. Золотое сечение, составляющее основу Математики Гармонии, является самым известным примером «качества», представленного в отношении.

Учение о золотом сечении возникло в результате тщательного исследования природы чисел. Считается, что деление отрезка в среднем и крайнем отношении впервые было осуществлено великим философом и геометром Древней Греции Пифагором. По мнению Б.Л. ван дер Вардена /11/, Пифагор, возможно, позаимствовал деление отрезка в среднем и крайнем отношении у египтян и вавилонян. Было показано, что отрезок единичной длины АВ можно разделить на две части точкой С так, что отношение большей части (СВ=х) к меньшей (АС=1-х) будет равняться отношению всего отрезка (АВ=1) к его большей части (СВ): $СВ/АС=(АС+СВ)/СВ$, т.е. $x/(1-x)=1/x$. Положительным корнем уравнения

$$x^2 + x - 1 = 0$$

является $(-1+\sqrt{5})/2$, так что отношение $1/x$ в рассматриваемой пропорции равно иррациональному числу

$$\Phi = 1/x = 1,618033989...$$

Число 1,618 получило обозначение Φ в честь древнегреческого скульптора Фидия (ок. 490-430 до н. э.), который использовал золотую пропорцию в своих скульптурах. Об этом числе

писали Платон (428-348 до н. э.), Поликет (5в. до н. э.), Евклид (325-265 до н. э.), Витрувий (1в. до н. э.) и др. Величину, обратную Φ обычно обозначают числом $\varphi=1/\Phi=0,618$.

Следует указать на уникальную аналогию между геометрической прогрессией: $f_1=\Phi^0$, $f_2=\Phi^1$, $f_3=\Phi^2$, $f_4=\Phi^3$,..., $f_n=\Phi^{n-1}$, $f_{n+1}=\Phi^n$, $f_{n+2}=\Phi^{n+1}$,...и арифметическим рядом, построенным по рекуррентной формуле: $f_{n+2}=f_n+f_{n+1}$, где первыми членами ряда являются числа Φ^0 и Φ^1 . «Геометрический» и «арифметический» ряды «золотых» чисел обладают удивительным свойством: числа этих рядов, начиная с первого и дальше, совпадают. Отметим, что подобное совпадение имеет место только для арифметической и геометрической последовательностей с начальными членами $\Phi^0=1$ и $\Phi^1=1,618$. Любые три соседних числа обеих последовательностей заключают в себе симметрию подобия: $A\Phi^{n+1}$: $A\Phi^n = A\Phi^n$: $A\Phi^{n-1}=\Phi$ (число Φ является инвариантом подобия). Аналогично можно представить нисходящий ряд золотых чисел Φ^0 , Φ^{-1} , Φ^{-2} , Φ^{-3} ,..., $\Phi^{-(n-1)}$, Φ^{-n} , $\Phi^{-(n+1)}$ и рекуррентный ряд $f_{n+2}=f_n-f_{n+1}$, где $f_n = \Phi^0$, $f_{n+1} = \Phi^{-1}$, $f_{n+2} = \Phi^{-2}$ т. д., в которых симметрия подобия также соблюдается. Естественно, это свойство сохраняется при умножении как восходящих, так и нисходящих «золотых» рядов на любое число A .

Важнейшим вкладом в сокровищницу соотношений чисел в рекуррентных рядах являются публикации итальянского ученого Леонардо Пизанского (1170-1240), более известного как Фибоначчи. В 1202 г. вышло в свет его сочинение «Liber abaci» («Трактат по арифметике»). В книге излагается множество задач. Одна из них ставится следующим образом: «Сколько пар кроликов в один год от одной пары рождается,...если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рожают кролики со второго месяца своего рождения». Получилась последовательность чисел: 1, 1, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 и т. д. Этот ряд чисел в дальнейшем получил название ряда Фибоначчи. Числа ряда Фибоначчи обычно обозначают буквой F . Обозначив число кроликов в n -ый месяц через F_n , а в следующие месяцы - F_{n+1} , F_{n+2} и т.д., последовательность чисел ряда Фибоначчи можно представить рекуррентной формулой:

$$F_{n+2} = F_n + F_{n+1}.$$

И. Кеплер (1571-1630) впервые установил, что $F_{n+1}/F_n \rightarrow \Phi$, а Р. Симпсон (1687-1768) строго доказал, что при достаточном удалении от начала ряда $\lim_{n \rightarrow \infty} F_{n+1}/F_n = \Phi$. Э. Люка (1842-1891)

показал, что особую роль играет еще одна числовая L -последовательность: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76,..., названная впоследствии рядом Люка. Позднее было установлено, что всякий ряд с рекуррентным свойством $\{f_n+f_{n+1}=f_{n+2}\}$ с любыми начальными членами a и b порождает последовательность $a+b$, $a+2b$, $2a+3b$, $3a+5b$, $5a+8b$ и т.д., отношение соседних членов которой по мере удаления от начала стремится к величине $\Phi=1,618$. Ж. Бине (1842-1891) является автором знаменитых формул Бине, которые связывают целые числа Фибоначчи и Люка с иррациональным золотым числом $\Phi=1,618$:

$$F_n = (\Phi^n - (-1)^n \Phi^{-n}) / \sqrt{5},$$

$$L_n = \Phi^n + (-1)^n \Phi^{-n}.$$

Эти формулы задают абсолютно точное представление целых чисел F_n и L_n через золотое число Φ и число $\sqrt{5}$, которые являются иррациональными числами. Формулы Бине являются как бы связующим звеном между целыми и иррациональными числами.

Во второй половине 20 века были установлены новые формы представления рациональных чисел через иррациональные с использованием золотого числа Φ и применение их на практике.

Американский математик Дж. Бергман /69/ предложил необычный способ позиционного представления чисел:

$$A = \sum_i a_i \Phi^i,$$

где A – действительное число, a_i – двоичная цифра $\{0,1\}$ i -разряда, $i = 0, 1, 2, 3, \dots$, Φ^i – вес – i -разряда, $\Phi=1,618\dots$ – основание счисления. Основная отличительная особенность «системы Бергмана» состоит в том, что ее основанием является золотое число. С помощью иррационального числа Φ можно представить все действительные числа. Любое натуральное число может быть представлено в виде конечного числа степеней Φ . Система Бергмана переворачивает классическое представление о позиционных системах счисления, исторически сложившееся отношение между рациональными и иррациональными числами.

На основании формул Бине украинскими учеными А.П. Стаховым, И.С. Ткаченко, Б.Н. Розиным и О.Я. Боднаром были открыты гиперболические функции Фибоначчи и Люка. Эти функции имеют прямое отношение к теоретическому естествознанию. Как показано в исследованиях Боднара, гиперболические функции Фибоначчи лежат в основе геометрической теории ботанического явления филотаксиса, который известен в науке еще со времен Кеплера.

А.П. Стахов и И.С. Ткаченко /50/ предложили новый вид тригонометрических (гиперболических) функций (sFs - фибоначчиев синус, cFs - фибоначчиев косинус и т.д.), связанных с числом Φ :

$$\begin{aligned} sFs(x) &= (\Phi^x - \Phi^{-x}) / \sqrt{5}, \\ cFs(x) &= (\Phi^x + \Phi^{-x}) / \sqrt{5}. \end{aligned}$$

Основу нового класса гиперболических функций представляет анализ формул Бине и Люка. В отличие от классических гиперболических функций, основанием которых является число $e=2,718\dots$ (основание натуральных логарифмов), основанием нового класса является число $\Phi=1,618$.

А.П. Стахов /49/ развивает направление по приложению обобщенных золотых сечений и r -чисел Фибоначчи к решению задач математической теории измерений и использованию нетрадиционных методов в теории кодирования информации. Геометрическая интерпретация рекуррентного соотношения для r -чисел Фибоначчи может быть получена, если мы разделим отрезок АВ точкой С в таком отношении, чтобы $AB/CB=x$, а $CB/AC^p = x^p$. Значение искомого отношения AB/CB сводится к решению алгебраического уравнения:

$$x^{p+1} + x^p - 1 = 0.$$

При $r=1$ уравнение принимает классический вид: $x^2+x-1 = 0$. Корнем данного уравнения является число $1/\Phi = (-1 + \sqrt{5})/2 = 0,618$. По аналогии с золотой пропорцией положительный r -корень уравнения называется обобщенной золотой пропорцией или r -пропорцией, а соответствующее деление отрезка - золотым r -сечением. А.П. Стахов разработал на этой основе логические системы контроля, обладающие информационной и структурной избыточностью, достаточной не только для контроля, но и для немедленного автоматического исправления «сбоев» или ошибок без заметной потери машинного времени.

Значительный интерес к золотым r -сечениям был проявлен в философской науке. Э.М. Сороко возвел их в ранг «закона структурной гармонии систем», который он формулирует следующим образом: «Обобщенные золотые сечения суть инварианты, на основе и посредством которых в процессе самоорганизации естественные системы обретают гармоническое строение, стационарный режим существования, структурно-функциональную ...устойчивость» /47/. Эти золотые сечения по отношению к нормированию противоположностей к единице образуют своего рода интерференционную решетку («узлы») - $0,500+0,500$; $0,382+0,618$; $0,318+0,682$; $0,276+0,724$ и т.д. Их разделяют «пучности» - $0,430+0,570$; $0,346+0,654$; $0,295+0,705$ и т. д. «Узлы» представляют зоны согласованности, устойчивости, а, следовательно, и гармонии самоорганизующихся систем, а «пучности» - зоны неустойчивости и дисгармонии. В своей книге Сороко представил следующий важный

вывод: «Структурная гармония систем природы, т. е. гармония их внутреннего строения, подчиняется четкому математическому закону».

С.В. Петухов /34/ предложил оригинальный взгляд на генетический код. Открытие Петухова показывает фундаментальную роль, которую играет золотое сечение в генетическом кодировании.

М.А. Марутаев /30/ открыл еще одну связь числа $\Phi=1,618$ с симметрией. Это открытие ему удалось сделать благодаря развитой им оригинальной теории качественной симметрии чисел. На основе введенного Марутаевым понятия качественной симметрии любое число можно перевести из одной октавы в другую (октавой является интервал чисел $(\sqrt{2})^{i+1} \div (\sqrt{2})^i$, где i - любое целое число). Связь числа Φ с преобразованиями качественной симметрии в пределах 14 октав может быть представлена следующей последовательностью а-чисел:

$$\begin{array}{cccccccc} +7 & +6 & +5 & +4 & +3 & +2 & +1 & \\ 9,888 \perp & 6,472 \perp & 4,944 \perp & 3,236 \perp & 2,472 \perp & 1,618 \perp & 1,236 \perp & \\ & -1 & -2 & -3 & -4 & -5 & -6 & -7 \\ 0,809 \perp & 0,618 \perp & 0,405 \perp & 0,309 \perp & 0,202 \perp & 0,154 \perp & 0,101 & \end{array}$$

(Числа $+7 \div -7$ представляют заданную октаву, символ \perp означает зеркальную симметрию соседних чисел относительно $\sqrt{2}^i$). Таким образом, золотое сечение может выражаться не только числом Φ (как принято), но и другими (представленными выше). Причем все a_i - числа могут быть получены посредством формулы:

$$a_i = 1,236^{k_i} 2^{n_i},$$

где $i = +1, +2, \dots, +7$ и т.д., $-1, -2, \dots, -7$ и т.д. $k = +1$ или -1 , чередуясь в каждом последующем диапазоне, так что для диапазона $+1 - k = +1$, а для диапазона $+2 - k = -1$, для диапазона $-2 - k = +1$ и т.д.; n - целое, меняющееся через диапазон на единицу, причем для положительных диапазонов $n = 0, 1, 2, 3$ и т.д., а для отрицательных - $n = 0, -1, -2, -3$ и т.д.; для начальных диапазонов $+1, -1 - n = 0$. М.А. Марутаевым на основе качественной симметрии была показана связь числа Φ с фундаментальным числом $\beta = 137$. Отметим, что число 137 выводится из фундаментальных констант природы - заряда электрона (q), постоянной Планка (h) и скорости света (c). Безразмерное число 137 связано с целостностью мироздания, поскольку является отношением фундаментальных констант.

А.В. Жирмунский и В.И. Кузьмин /22/, анализируя критические уровни в развитии биологических систем (зачатие, рождение, половая зрелость и т. д.), установили, что отношение некоторых важнейших параметров на соседних уровнях характеризуется числом $e^e = 15,15\dots$. С точки зрения преобразований качественной симметрии числу $15,15\dots$ соответствует число Φ . Число e^e является инвариантом преобразований важнейших параметров в процессе развития организма.

В конце 20 и в начале 21 века аргентинский математик В. Шпинадель /80/, французский математик и инженер М. Газале /70/, американский математик Д. Каппраф /74/ и российский инженер А. Татаренко /56/ независимо друг от друга пришли к новому классу математических констант, названных металлическими пропорциями:

$$\Phi_\lambda = (\lambda + \sqrt{4 + \lambda^2}) / 2,$$

где $\lambda > 0$ - любое действительное число. В формуле представлено бесконечное количество новых математических констант. «Металлические» пропорции или «золотые λ -пропорции» обладают рядом замечательных свойств. Заметим, что при $\lambda = 1$ «металлическая пропорция» сводится к классической золотой пропорции.

Очевидно, что представленные выше математические соотношения, так или иначе связанные с числом $\Phi=1,618$, представляют Математику Гармонии во многих явлениях окружающего нас мира, что они действительно связаны с фундаментальными проблемами современной науки.

4. «Простота», принцип наименьшего действия и законы физики

Критерий истинной науки состоит в его отношении к математике. Суть того, во что непоколебимо верили Декарт, Кеплер, Галилей, Ньютон и Лейбниц сводится к следующему: природе внутренне присуща некая скрытая гармония, которая отражается в сознании человека в виде простых математических законов. Несомненно, ни один закон физики исследователь не может «выдумать» – он лишь находит его в природе. За много веков человеком созданы такие великие построения, как евклидова геометрия, птоломеева система мира, механика Ньютона, теория электромагнитного поля, теория относительности и квантовая теория. Математика, как известно, является неотъемлемой всех этих и многих других теорий, их основой и сущностью. «Математические теории позволили обнаружить порядок и план повсюду в природе, где их только можно было найти» /24, с. 350/.

Об этом же пишет Н. Винер (1894-1964): «Высшее назначение математики как раз и состоит в том, чтобы находить скрытый порядок в хаосе, который нас окружает» /по 17, с. 47/. Важнейшим преимуществом языка математики является его краткость и точность. Математика и есть тот инструмент науки, который сложное и многообразное делает простым и единообразным. По мнению выдающегося физика Е. Вигнера (1902-1995), «утверждение о том, что природа выражает свои законы на языке математики... в наши дни ...верно более чем когда-либо» /13, с. 192/. Возникает вопрос, что же могло обусловить столь тесную связь реальных физических объектов с формулами и теориями абстрактной математики? По-видимому, те принципы, которые были заложены в качестве исходных при возникновении и развитии математики. Начало возникновения математики скрыто в глубине тысячелетий. Казалось бы, невозможно установить те исходные принципы, которые составили общую исходную методическую основу математики. Определенные истоки понимания этого содержатся в книге М. Клайна /24, с. 48/: «...у греков, начиная с 6 в. до н. э., сложилось определенное миропонимание, сущность которого сводится к следующему. Природа устроена рационально, а все явления протекают по точному и неизменному плану, который, в конечном счете, является **математическим**». Из этой цитаты видно, что древними математиками в качестве исходной была принята телеологическая гипотеза о рациональном, **целесообразном** устройстве мира. Тем самым они как бы заложили тысячелетний опыт по проверке результативности телеологического принципа (принципа о целесообразном устройстве мира) в развитии науки. В основе телеологического подхода к объекту лежит предположение, что цель есть «разумный акт», осуществляемый в Природе ее объективными силами. Телеология означает учение о целях. В той мере, в какой цель есть несомненно существующий факт, телеология несомненно имеет научное значение, представляя собой объяснение этого факта. Утверждая телеологичность математики, лауреат Нобелевской премии П. Дирак (1902-1984) писал по этому поводу: «Математик играет в игру, правила которой он изобрел сам, а физик – где их изобретает Природа, но постепенно становится все более очевидным, что правила, которые математика считает интересными, совпадают с теми, что задает природа» /21/.

Еще в 14 веке францисканский монах и философ У. Оккама (1285-1349) утверждал: «Чем ближе мы находимся к некоторой истине, тем проще оказываются законы, выражающие эту истину» /по 18, с. 140). Стремление к простоте, ясности и универсальности всегда лежало в основе развития естествознания. Методологи науки выделяют принцип простоты в качестве краеугольного камня самого научного знания. С точки зрения диалектики **сложность не отделима от простоты**. По мнению российского философа Н.Ф. Овчинникова, «сложность природы не может быть понята в самой себе без того, чтобы человеческая мысль не нашла скрытую за ней простоту самой природы. Без поисков исходных элементов наука осталась бы

на уровне описания открывающихся нашему взору природных процессов» /33, с. 328/. Мысль о том, что «природа действует простейшим образом», т.е. наиболее экономно, принадлежит И. Бернулли (1667-1748). Это утверждение послужило источником многих научных идей и методических приемов. И. Ньютон (1642-1727) в своих «Математических началах» писал: «Природа ничего не делает напрасно, а было бы напрасным совершать многим то, что может быть сделано меньшим. Природа проста и не излишествует излишними причинами вещей». А. Эйнштейн считал, что «все должно быть сделано настолько просто, насколько возможно, но не проще этого». В конечном счете, сложность систем может быть представлена весьма внешне простыми математическими отношениями.

В современной науке гармония все чаще отождествляется с «красотой» представляемой теории. «Красиво сведение сложного к простоте» /17, с. 36/. Красота и гармония стали важнейшими категориями познания, в определенной степени даже его целью. Академик А.Б. Мигдал (1911-1991) писал: «В физике последнего времени на первый план переместилось понятие красоты теории. Красота теории имеет в физике почти определяющее значение» /31/. Среди многих выдающихся ученых нашего времени начинает преобладать представление о том, что красивые и гармоничные формулы и уравнения вызывают большее доверие к их достоверности, чем математические выражения, не обладающие этими достоинствами. Выдающийся физик лауреат Нобелевской премии Р. Фейнман (1918-1988) был убежден, что «истину можно узнать по красоте». Важнейшим преимуществом количественного языка математики является краткость и точность. Тем самым «в языке математики воплощается еще один признак красоты науки – сведение сложности к простоте» /17, с. 45/.

Однако, тезис «природа любит простоту» и в наши дни оспаривается и подвергается сомнению. Но еще в начале 20 века великий французский математик А. Пуанкаре (1854-1912) писал: ... «даже те, кто не верит более в простоту природы, принуждены поступать таким образом, как если бы они разделяли эту веру; обойти эту необходимость значило бы сделать невозможным всякое обобщение, а, следовательно, и всякую науку» /по 57, с. 275/. Ведь если не руководствоваться критерием простоты, то невозможно выбрать какое-либо теоретическое обобщение из бесчисленного множества различных вполне осуществимых обобщений. Иначе говоря, Пуанкаре утверждал, что во всех случаях надо исходить из гипотезы простоты природы. Этот принцип построения физических теорий впоследствии стали называть «принципом простоты». Красиво сведение сложного к «простоте». Можно сказать, что поиск «простоты» в своей основе предполагает целенаправленный (телеологический) подход к изучаемому объекту. Полученные при этом «простые» математические выражения отображают «простоту» Природы.

Основу целенаправленного подхода к объекту составляют **экстремальные** энергетические принципы, используемые в качестве исходных положений в основных разделах физики. По мнению И.А. Асеева /2, с. 215/, «наука только тогда достигает теоретического уровня развития, когда начинает активно использовать экстремальные принципы для формулировки своих основных теоретических положений и на этой основе широко применять экстремальные математические методы». Справедливость этого утверждения подтверждается историей механики и физики – наук, достигших наиболее высокого развития, а также успехами в построении теоретической кибернетики и биологии.

Аспекты экстремальности привлекали внимание математиков с древних времен. Представляют интерес античные знания о максимумах и минимумах. Например, пифагорейцы обращали особое внимание на уникальные геометрические объекты – круг (окружность) и шар (сфера). Круг является единственной фигурой, у которой максимум площади при минимальном периметре. Шар имеет максимум объема при минимальной поверхности. Идея экстремальности свойств геометрических объектов в дальнейшем нашла свое отражение в поисках и выявлении общих принципов экстремальности в механике и различных разделах физики.

Проблема выявления принципов и законов расхода энергии движущимися объектами уходит своими корнями в далекое прошлое. Впервые эффект экстремальности был установлен

французским математиком Ферма (1601-1665). Было установлено, что луч света всегда распространяется в пространстве между двумя точками по тому пути, по которому время его прохождения меньше, чем по любому из всех других путей, соединяющих эти точки. Из всех возможных луч «выбирает» такую траекторию, при которой время движения минимально. Этот феномен в дальнейшем получил название - принцип Ферма. Принцип Ферма является исходным принципом геометрической оптики. Как отмечено Д.В. Сивухиным, при обосновании этого принципа «Ферма руководствовался теологическими соображениями, согласно которым природа действует целенаправленно, она не может быть расточительной и должна достигать своих целей с наименьшими затратами средств» /45, с. 47/.

Ученые 18 века были убеждены в том, совершенная Вселенная не терпит напрасных затрат и поэтому каждое действие природы должно быть наименьшим из всех возможных. В 1740 г. французский ученый П. Мопертьюи (1698-1759) при анализе траекторий движения планет установил принцип наименьшего действия. Этот принцип был сформулирован следующим образом: «Количество действия, необходимое для того, чтобы произвести некоторое изменение в природе, является наименьшим возможным» (величина «действие» в принципе наименьшего действия выражается произведением энергии на время). Принцип наименьшего действия по существу стал центральным принципом вариационного исчисления – новой области математического анализа, основоположником которой стал Лагранж (1736-1813). Величайший математик 18 века Л. Эйлер (1707-1783) в 1744 г. преобразовал принцип наименьшего действия в принцип экстремального действия, который имеет два принципиально различающихся решения: минимальное и максимальное. Особое значение принципа наименьшего действия представлено следующим высказыванием Пуанкаре /37, с. 107/: «Сама формулировка принципа наименьшего действия имеет в себе нечто, неприятно поражающее наш ум. При переходе от одной точки к другой материальная частица, не подверженная действию какой-либо силы, но подчиненная условию не сходить с некоторой поверхности, движется по геодезической линии, т.е. по кратчайшему пути. Эта частица как будто знает ту точку, куда ее желают привести...». Любое незначительное изменение (вариация) данной траектории практически не повлияет на величину действия, что говорит об экстремальности (о наименьшем значении) этой величины. Любая другая траектория при попытке ее вариации даст значительные изменения величины действия, что говорит об энергетической неоптимальности этих траекторий. Оказывается, что траектория, соединяющая в четырехмерном континууме две наперед заданные точки А и В, найденная из условия обеспечения наименьшего действия (оптимальности), всегда соответствует ее **природной** форме. Из всех принципиально возможных механизмов процессов реализуются именно те, которые дают наиболее оптимальные «траектории» развития процессов. Это, с одной стороны, позволяет получать оптимальный путь движения (развития), следуя в каждом шаге законам природы. С другой стороны, даже не зная конкретных механизмов и законов системной динамики, но, зная интегральные характеристики системы, мы можем на основе принципа оптимальности прогнозировать ее будущее.

Дальнейшее прогрессивное развитие экстремального принципа в физике в приложении не к отдельным точкам, а к системам принадлежит Ж. Лагранжу (1736-1813): «Сумма произведений масс на интегралы скоростей, умноженных на элементы пройденных путей, является всегда максимумом или минимумом». Впоследствии было показано, что разработки Лагранжа имеют отношение только к классической механике и не пригодны для использования в других разделах физики. Последующие усовершенствования понимания принципа наименьшего действия и математического его выражения были выполнены ирландским ученым У.Р. Гамильтоном (1805-1865). Гамильтон одним из первых обнаружил близость по своей сущности принципа наименьшего действия принципу Ферма. На основе представлений о **единстве мира, о красоте и гармонии природы** он связывал этот принцип с общим методом Лагранжа в теоретической физике, подчеркивая особую важность этого метода. Формулировку принципа наименьшего действия Гамильтон дает в вариационной форме, исходя из представлений об экстремумах, подобно своим предшественникам – Эйлеру

и Лагранжу. Наиболее точно и понятно принцип наименьшего действия, отображенный в уравнениях Гамильтона, выразил А. Пуанкаре /37, с. 103/: «Все переменные, какие могут происходить с телами природы, управляются двумя экспериментальными законами: 1) сумма кинетической и потенциальной энергии не меняются. Это принцип сохранения энергии; 2) если система тел в момент t_0 имеет конфигурацию А, а в момент t_1 конфигурацию В, то переход от первой конфигурации ко второй всегда совершается таким путем, что среднее значение разности между двумя видами энергии за промежуток времени от...до является величиной самой малой из всех возможных».

Следует отметить, что в математическом отношении уравнения Лагранжа и Гамильтона представляются тождественными, но по физической сущности они принципиально различаются. Уравнение Гамильтона, отобразившее наиболее полно принцип наименьшего действия, обеспечило возможность успешного использования его не только в классической механике, но и в других разделах физики. Экстремальные принципы поражают не только своей общностью, но и фундаментальной ролью в построении различных разделов теоретического естествознания и, особенно, теоретической физики. В наши дни особая важность принципа наименьшего действия для теоретической физики уже не вызывает сомнений. Исходными положениями основных разделов физики являются экстремальные принципы, которые надежно установлены на основе эмпирических обобщений и математического анализа. М. Борн (1882-1970) указывал на то, что «свойства минимальности мы встречаем во всех разделах физики и они являются не только верными, но и крайне целесообразными...для формулировки физических законов» /7, с. 113/. Принцип наименьшего действия – один из механизмов энергоэкономности самоорганизующихся систем.

Как отмечает И.И. Свентицкий /43/, основополагающее «присутствие» принципа наименьшего действия установлено в следующих основных разделах современной физики.

Возникновение специальной и общей теории относительности явилось важнейшим этапом развития теоретической физики. Теория относительности выявила ограниченность основных исходных положений классической механики. Исключение составил принцип наименьшего действия в форме Гамильтона. В основном уравнении геометродинамики – уравнение Эйнштейна – Гамильтона – Якоби - в неявном виде отображен принцип наименьшего действия. В общей теории относительности 4-мерная симметрия пространства-времени остается в силе. Эта симметрия, выполняющая очень важную роль в теории относительности, находится в согласии с принципом наименьшего действия. В связи с этим величина действия является наиболее универсальной величиной, характеризующей одновременное изменение системы в пространстве-времени. «Основные уравнения квантовой электродинамики – уравнения Дирака и Паули содержат гамильтониан». Аналитически величину неопределенности законом неопределенности Гейзенберга также удалось выразить на основе уравнения Гамильтона.

В основные уравнения квантовой механики – уравнения Шредингера – гамильтониан входит в виде оператора. В качестве основы исходного уравнения Шредингера использована волновая функция классической оптики (выводимая из принципа Ферма), в которую введен в качестве оператора гамильтониан.

Установлена связь макроэлектродинамических уравнений Максвелла и Гамильтона. Все основные аналитические зависимости и законы геометрической оптики выводятся из принципа Ферма, согласно которому луч света, распространяясь из одной точки в другую, проходит траекторию, соответствующую наименьшему времени прохождения. Принцип Ферма по своей сущности тождественен принципу наименьшего действия. Закон электромагнитной инерции Ленца также можно рассматривать как принцип минимизации перехода магнитной энергии в электрическую энергию и наоборот. В этом отношении он явно тождественен принципу наименьшего действия, которым определяется минимизация перехода в механических процессах потенциальной энергии в кинетическую и наоборот.

Принцип наименьшего действия широко используется в современной физике и системном анализе. Всеобщность и универсальность принципа наименьшего действия для физики

состоит в том, что он является **вариационным** принципом. Сложность объяснения «присутствия» экстремальных принципов в природе состоит в том, что их невозможно вывести из **более общих** принципов и законов, так как в общей формулировке они сами являются предельно общими. Все попытки вывести экстремальные принципы из физических законов и принципов оказались несостоятельными. Как пишет В.А. Ассеев /2, с. 109/, «Экстремальные принципы по сфере своего применения выходят за рамки этой науки (физики)». Принцип наименьшего действия дает полную физическую характеристику движения системы, в то время как закон сохранения и превращения энергии рассматривает протекание явлений во времени. С математической точки зрения неодинаковое значение обоих принципов состоит в том, что принцип сохранения, применяемый к конкретному случаю, дает только одно уравнение. Тогда как для полного изучения необходимо столько уравнений, сколько имеется независимых координат. Принцип наименьшего действия в каждом конкретном случае дает как раз столько уравнений, сколько имеется независимых координат.

5. Биологические системы и энергооптимальность

Можно ли связать биологические объекты с принципами экстремальности? По мнению М. Планка (1858-1947), «Принцип наименьшего действия в понятие причинности вводит совершенно новую мысль: к *causa efficiens* – причине, которая действует из настоящего в будущее и представляет более поздние обстоятельства как обусловленные прежними, добавляет *causa finalis*, которая, напротив, делает предпосылкой будущее, а именно определенно направленную цель, а отсюда выводит течение процессов, ведущих к этой цели». «Развитие физики, отмечает далее Планк, привело к формулировкам, имеющим выраженный **телеологический** характер. Но это не внесло ничего нового или противоположного в закономерности природы. Просто речь идет о другой по форме, а по сути дела совершенно равноправной точке зрения. Так же, как и в физике, это, наверное, подходит и к биологии, где разница обоих способов приняла более резкие формы» /76, S. 25/. Планк пришел к обобщающему выводу о том, что «...высшим физическим законом, венцом всей системы является ...принцип наименьшего действия» /35, с. 68/. Можно сказать, что все энергетические принципы, составляющие основу физики, по своей сущности являются природными механизмами энергоэкономности. По мнению известного биофизика А.А. Блюменфельда /1921-2002/, «проблемы, возникающие при рассмотрении упорядоченности биологических структур, ее создания и эволюции, не лежат в области физики», поскольку «физика не претендует на объяснение природы...(она) пытается объяснить лишь закономерности в поведении различных объектов» /5, с. 45/. Естественно, нельзя говорить об обратимости эволюционных процессов в организме. Биология сводима к физике лишь в том смысле, что физические законы раскрывают **основу энергетики** биологических процессов. Перенесение из физики в биологию экстремальных (оптимальных) принципов, связанных с энергией, позволило использовать в этой науке экстремальные математические методы. Заложенные в них идеи красоты, оптимальности, экономии как нельзя лучше соответствуют давнему представлению о совершенстве и целесообразности живой природы.

По все еще широко распространенным в наши дни представлениям строение каждого органа целиком определяется как эволюционное приспособление к условиям окружающей среды и непосредственным функциональным нагрузкам этого органа. Известно, однако, что при всем фантастическом разнообразии объектов и процессов в живой природе те или иные формы организации очень часто повторяются. Одни и те же формы нередко могут быть представлены у множества объектов, даже не имеющих генетического родства. Феномен сходства имеет широкое распространение в живой природе (например, форма листьев, венчиков цветков растений и молекул). Отнюдь не случайно также сходство формы объектов живой и неживой природы (морозные узоры на стекле и рисунок растений, спирали галактик и раковин и т.д.). В самостоятельной роли формы можно убедиться хотя бы по тому, что

живые системы чаще всего имеют форму сферы, цилиндра, спирали, дерева. Все эти конструкции обладают уникальными свойствами. Спираль позволяет уместить огромный запас информации в малом пространстве и в то же время отрезок спирали является кратчайшим расстоянием между двумя точками на поверхности цилиндра. Цилиндр имеет максимальную жесткость по отношению к другим полым вытянутым фигурам (например, полый параллелепипед или призма). Форма шара обеспечивает минимальный расход материала на оболочку при максимальной жесткости сферической оболочки. «Дерево» позволяет снабжать ткани кровью и кислородом с минимальной затратой сосудистого материала и крови. Примеры, как самоорганизующаяся природа бережно сохраняет и использует ценную информацию на протяжении всех этапов ее эволюции, наглядно продемонстрированы в книге Лима-де-Фариа /26/, посвященной эволюции природы и, в частности, биологической эволюции. В ней на многочисленных иллюстративных примерах аналогий между структурами физико-химических и биологических объектов показано, что ценная информация, созданная природой на физико-химическом этапе эволюции и осуществленная в соответствующих **энергоэффективных** (энергоэкономных) структурах, используется и на биологическом этапе эволюции.

По принятому определению оптимизация биосистемы означает приведение ее к «наилучшему» виду. Телеологический подход давно нашел свою «нишу» в биологических науках. Издавна люди интуитивно понимали, что большинство систем Природы не только гармоничны, но и оптимальны с точки зрения протекающих в них процессов. Выдающийся биолог академик Л.С. Берг /1876-1950/ сформулировал принцип: «Фундаментальным свойством жизни является целенаправленность». Согласно учению Л.С. Берга, главной проблемой биологической эволюции является обязательно возникающий **целенаправленный** ответ на воздействие окружающей среды. Движение к цели происходит за счет действия **внутренних** механизмов организма в ответ на изменения окружающей среды. Для всякой системы организма существует «свой» отклик на изменения внешней среды.

Всякий параметр живой системы существует в пределах диапазона возможных его значений, при которых нормальная деятельность системы еще сохраняется. Внутри диапазона всегда существует участок допустимых положительных и участок допустимых отрицательных приращений параметра по отношению к некоторой исходной величине. Естественно, что исходное значение параметра по разным причинам может изменяться, при этом меняется числовое соотношение между «положительным» и «отрицательным» участками. Возникает вопрос: «Каким образом в течение длительного внешнего «возмущения» (воздействия) реализуется механизм поиска оптимальной величины того или иного параметра? Таким механизмом эволюции, как нам представляется, является элементарный механизм движения материи (ЭМД), выдвинутый генетиком В.В. Петрашовым /33/. В замечательной книге В.В. Петрашова приводятся убедительные доказательства работы этого механизма. Согласно Петрашову, ответ организма на внешнее воздействие, «...это включение в процесс его собственных флюктуационных отклонений, по знаку (+ или -), соответствующих направлению воздействия внешнего фактора» /33, с. 13/. Как показал В.В. Петрашов, «именно ЭМД оптимизирует живые системы» /33, с. 19/. Работа ЭМД в течение длительного времени продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто значение параметра, оптимальное по отношению к внешнему воздействию. В дальнейшем оптимальная величина параметров будет поддерживаться тем же элементарным механизмом. Постоянное и длительное воздействие в течение многих поколений одних и тех же «возмущающих» факторов внешней среды приводит в итоге «возмущенные» системы организма к функционированию, **наиболее эффективному** для того или иного уровня воздействия. К сожалению, В.В. Петрашов не указывает **конкретный** критерий максимальной эффективности.

Важнейшее свойство живых организмов – способность потреблять из окружающей среды доступную свободную энергию и использовать ее на свои жизненные процессы – принципиально отличает их от неживой природы. Основная часть информационных или управляющих процессов в организме направлена на обеспечение функционирования

подсистемы энергообмена, на сохранение ее структур: «...с операционной точки зрения кибернетические механизмы для того и существуют, чтобы обеспечить стабилизацию и сохранение энергетической части организма. Таким образом, способность к адаптации, выживание и устойчивость – это различные проявления одного и того же свойства биологических объектов...» /58, с. 8/. Таким образом, подсистемы обмена веществ и информационных или управляющих процессов функционально и структурно подчинены подсистеме **энергообмена**. Проявление этих процессов, подтверждающих этот закон на микроуровне, доказано в работах Г. Хакена /61/ и А.П. Руденко /41/. Необходимо также обратить внимание на то, что ведущая роль в адаптивном поведении клетки проявляется в минимизации текущих регуляторных затрат по отношению к функциональным энергозатратам /22/. Анализируя химические каталитические процессы и рассматривая химическую предбиологическую эволюцию, А.П. Руденко пришел к выводу о том, что «...причины и движение химической эволюции имеют энергетический характер. Устойчивость основного закона эволюции определяется энергетическими параметрами. Факторы прогрессивной эволюции также имеют энергетическую природу» /41, с. 11/. Представленные факты позволяют сделать заключение о том, что живая природа имеет общую направленность структур и функций – **биоэнергетическую** целенаправленность /43/.

Во второй половине 20 века и в биологии стали формулироваться вариационные принципы и использоваться математические экстремальные методы. Основные принципы математического моделирования биологических систем состоят в следующем. Предполагается, что для любой биологической системы и любого биологического процесса может быть сформулирован критерий оптимальности. Применение математических экстремальных методов в биологии связывается рядом авторов с принципом оптимальной конструкции организма /39, 77/. Впервые гипотезу о биоэнергооптимальности организма сформулировал Н. Рашевский в своей работе «Математическая биофизика»: «Организм имеет оптимально возможную конструкцию по отношению к экономии используемого материала и расходованию энергии, необходимых для выполнения заданных функций» /77, р. 292/. Такой подход оказался одним из наиболее плодотворных. На сегодняшний день из него получено наибольшее число конкретных биологических результатов. Оптимальность конструкции организма понимается как его максимальная простота, максимальная адекватность биологическим функциям. Согласно формулировке Н. Рашевского конструкция организма в отношении энергии оптимальна. Н. Рашевский /77/ и Р. Розен /39/ применили принцип оптимальной конструкции при рассмотрении зависимости размеров сердца, легких, кровеносной системы млекопитающих, особенностей работы этих органов от выполнения главной биологической задачи, которой они подчинены. Таким образом, принцип оптимальной конструкции в формулировке Рашевского является не чем иным, как **проявлением в биологии физического принципа наименьшего действия**. Неизбежность энергооптимальной самоорганизации в живой природе следует из второго постулата принципа оптимальности, открытого создателем неравновесной термодинамики И.Р. Пригожиным /36/. Этот принцип сформулирован в форме вариационного принципа минимума диссипации (рассеяния) энергии: если возможно множество сценариев протекания процесса, согласных с законами сохранения и связями, наложенными на систему, то в реальности процесс протекает по сценарию, которому отвечает минимальное рассеяние энергии, то есть минимальный прирост энтропии.

Конечно, к проблеме оптимальности в живых системах можно подходить не только со стороны энергетики. Например, для анализа гемососудистой системы, обеспечивающей доставку кислорода к тканям того или иного органа или организма в целом, может быть использован один (или несколько) из следующих критериев: минимальный расход энергии в сосудах, минимальное сопротивление движению крови, минимальный объем крови и сосудистого вещества, минимальное напряжение сдвига на стенках сосудов и т.д. Вопрос состоит в том, какой из этих критериев Природа «предпочитает» остальным? Оптимизации сосудистых бифуркаций (разветвлений) был посвящен целый ряд математических

исследований. При этом использовались различные критерии оптимальности: минимум мощности /84/, минимум объема /73/, минимум площади поверхности сосудов /85/. В конечном счете, было установлено /85/, что в области параметров гемодинамики, имеющих физиологическое значение, результаты, полученные с помощью различных критериев, **весьма близки**. В связи с этим, можно считать, что в физиологических пределах ведущим является энергооптимальный критерий, которому дополнительно «сопутствуют» и остальные перечисленные критерии экономии. Таким образом, в конструкции одной живой системы обеспечивается «пересечение» множества оптимальных решений по различным критериям. В частности, нами было установлено /63, 64/, что основу оптимального функционирования гемососудистой системы сердца составляет минимизация затрат энергии, крови и сосудистого материала.

6. Системный подход, принцип оптимального вхождения и гармония

Выдающийся русский ученый К.А. Тимирязев /1843-1920/ еще в прошлом веке обращал внимание на то, что «для полного познания сущности объекта недостаточно ответить на вопрос, как он устроен, необходимо также знать, почему он устроен именно так?» Эта проблема по-прежнему весьма актуальна и в наше время. Сложность решения этой проблемы заключается в том, что вплоть до наших дней наука развивается главным образом за счет анализа - расчленения сложного целого на «простые» части. На этом пути были получены выдающиеся практические результаты. По этой причине синтез как метод временно потерял свою привлекательность. Однако редуccionистский метод в своей основе имеет принципиальный недостаток: объект исследования исчезает как **целое**, как система со всеми ее особенностями. Естественно, что при таком подходе невозможно установить организацию и гармонию «целого» объекта. Устранение этого недостатка становится возможным благодаря тому, что в науке возникает новый, системный, идеал научного мышления и обобщения. Системный метод ориентирует исследователя на раскрытие **целостности** объекта, на выявление многообразных типов связей в нем и сведение их в единую теоретическую картину. «Системные исследования имеют важную координирующую и направляющую роль для гармонического развития многих областей биологии» /29/.

Создание общей теории систем (ОТС) явилось итогом усилий нескольких поколений выдающихся деятелей науки. Основы единого научного подхода к изучению живых систем были заложены в начале 20 века русским ученым А.А. Богдановым. Однако начало общего интереса к проблемам теории систем принято относить к публикации в 40-х годах первых работ австрийского биолога Л. фон Берталанфи, во многом повторяющих те же общие представления, которые сформулировал А.А. Богданов. В настоящее время общая теория систем является уже достаточно развитой теорией. Во второй половине 20 века был разработан ряд вариантов ОТС, имеющих универсальный характер. Наибольший теоретический и практический интерес для нас представляет вариант ОТС Ю.А. Урманцева /59/. Ю.А. Урманцев показал глубокое единство органического и неорганического мира, вытекающее из системной природы любых объектов. Разработанный Урманцевым вариант ОТС включает в себя понятия «объект», «объект-система» и «закон композиции». За «объект» признается любой предмет мысли, т. е. предметы объективной и субъективной реальности, и не только вещи, но также качества, свойства, отношения, процессы, параметры и т.д. «Объект-система» - это единство, созданное определенного сорта «первичными» элементами + связывающими их в целое отношениями (в частном случае, взаимодействиями) + ограничивающими эти отношения условиями (закон композиции). Во всех объект-системах можно выделить следующие аспекты: 1) первичные элементы, рассматриваемые на данном уровне исследования как неделимые; 2) отношения единства между этими элементами и 3) **законы композиции** (организации), определяющие границы этих отношений. Понятие о законе композиции, впервые введенное Ю.А. Урманцевым в определение системы, позволяет представить живую систему как закономерный, упорядоченный, неслучайный набор

объектов. ОТС Урманцева не дает готового рецепта для нахождения закона композиции любой системы. Такой закон исследователю в каждом отдельном случае предстоит установить самому. Законы композиции (организации), выявленные в результате построения и анализа живой системы, позволяют в дальнейшем перейти к установлению гармонии «противоположностей» рассматриваемого объекта.

Выявление важнейшего аспекта целостности объекта – гармонии - предполагает предварительное изучение его организации. Отметим, лишь во второй половине прошлого столетия организация живых систем стала рассматриваться не как второстепенная данность, не подлежащая изучению, а как нечто самостоятельное, как аспект отдельного исследования. Более того, постепенно стало очевидным, что, как писал лауреат Нобелевской премии Н. Винер, «главные проблемы биологии...связаны с системами и их организацией во времени и пространстве» /14, с. 43/. Системный подход предполагает сложную организацию живой системы, многообразие взаимодействий между ее элементами. Функционально связанные в одной системе объекты различной сложности образуют ряд иерархических систем: каждый «сложный» объект состоит из «простых» систем и одновременно каждая «простая» система образована из своих «простых» элементов и т.д. Выявление законов организации «простых» систем позволяет приступить к установлению критерия гармонии «сложной» системы, согласно которому происходит сопряжение (гармония) «простых» элементов в единое целое. Эта операция имеет продолжение на каждом новом уровне сложности.

Нахождение гармонии живых систем по многим причинам является сложной задачей. Прежде всего, для выявления гармонии какого-либо живого объекта необходимо иметь достаточный объем экспериментально полученных результатов. В биологии ежегодно появляется огромное количество разрозненных экспериментальных данных. Однако разрозненные факты сами по себе имеют небольшую значимость для выявления гармонии. Они приобретают значение, только будучи связанными в рамках единого целого. В настоящее время возникла настоятельная потребность осмыслить и систематизировать «Монбланы» результатов, полученных в результате труда армии ученых в той или иной области биологии. Предвидя создавшееся положение, лауреат Нобелевской премии Г. Селье (1907-1982) еще в прошлом веке писал о «настоятельной необходимости в сведении воедино огромного количества данных, публикуемых в медицинских журналах» /44, с. 34/. «Но, - с сожалением отмечал далее Селье, - чем больше публикаций, тем меньше людей, желающих заняться такой интеграцией данных». Сходная в той или иной степени ситуация сложилась не только в медицине, но и в других науках о живом. Такое положение можно объяснить несколькими обстоятельствами. Глубокая специализация, повсеместное применение компьютеров и рейтинговая оценка по числу публикаций в престижных специализированных журналах итогов деятельности ученых, в конечном счете, приводят к тому, что профессионалы из разных областей биологии часто не в состоянии понять друг друга, да и не очень желают этого. Важные теоретические исследования нередко дублируются из-за того, что ученым неизвестны результаты, уже давно ставшие классическими в других областях науки. Преодоление указанных трудностей возможно только на пути выработки универсальных подходов к исследуемым объектам. Необходим анализ рассматриваемой живой системы как единого целого специалистами разных наук. По нашему мнению, поиск универсального критерия гармонии, **общего для всех биосистем**, представляет значительный шаг в этом направлении.

В соответствии с современным учением о гармонии для того, чтобы «иерархическая система была устойчивой, каждый ее элемент на любом уровне ее организации должен быть «гармоничным - это главное положение научной парадигмы, восходящей к Пифагору и Платону» /51/. Возникает вопрос: «Можно ли говорить о присутствии гармонии «противоположностей» в любой живой системе, в частности, в ее параметрах? Ответ положителен, ибо «противоположности» имеют место в каждом параметре деятельности системы. Это обусловлено тем, что любой параметр имеет определенный физиологический диапазон значений, в пределах которого деятельность биосистемы сохраняется. Оптимальная

величина параметра разделяет этот диапазон на два «противоположных» участка: участок больших и участок меньших допустимых значений. По отношению к оптимальной величине первый из них можно обозначить интервалом «положительных», а второй интервалом «отрицательных» приращений параметра. Известно, что живые организмы и их ведущие функциональные системы в процессе жизнедеятельности постоянно решают задачи поиска **минимума** затрат свободной энергии как при осуществлении своих специализированных функций, так и в процессе морфогенеза /60, с. 51/. При изменении внешнего «возмущающего» фактора происходит поиск новых оптимальных значений параметров за счет смещения или в сторону увеличения (положительное приращение) или в сторону уменьшения (отрицательное приращение). В результате «внутри» области возможных значений каждого параметра устанавливается новое соотношение оптимальных «противоположностей». Поддержание энергооптимального сопряжения «противоположностей» является условием эффективной работы «сложной» системы.

Следует отметить, живых систем, изученных достаточно глубоко и всесторонне, совсем немного. С этой точки зрения, сердце человека и млекопитающих является одним из живых объектов, наиболее пригодных для выявления универсальных критериев гармонии. В настоящее время этот орган достаточно хорошо изучен как по «вертикали» (иерархия систем), так и по «горизонтали» (множество параметров деятельности). Повышенный интерес в науке к сердечной тематике обусловлен широким распространением ишемической болезни сердца. Это заболевание пожилых людей все более «молодеет» и принимает в наиболее развитых странах характер эпидемии. Одним из итогов международной кооперации ученых, занятых борьбой с этой «чумой» прошедшего и 21 века, явилось накопление огромного объема экспериментальных данных, отнесенных к самым различным сторонам деятельности сердца (особенно к обеспечению миокарда кровью и кислородом). К сожалению, вплоть до наших дней предпринимается мало попыток осмыслить это богатство, исходя из общих теоретических положений. Естественно, что гигантский объем накопленных «сердечных» данных представляет большой интерес для специалистов, занимающихся проблемами теоретической биологии. Изобилие экспериментального материала создает благодатную почву для поиска универсальных принципов гармонии. По этой причине сердце представляет собою в настоящее время вполне подходящее «поле» для поиска не только своих собственных, «сердечных», но также, возможно, и общих, универсальных принципов гармонии биосистем различной сложности и назначения. Нами был произведен анализ сопряжения «простых» сердечных систем, функционально образующих ту или иную «сложную» кардиосистему /63, 64, 65/. В результате впервые была установлена **энергооптимальная** основа сопряжения (гармонии) множества «простых» сердечных систем, совместно образующих «сложную» кардиосистему. Эта **универсальная** особенность сердечных систем получила обозначение «принцип оптимального вхождения». Сущность этого принципа заключается в следующем: **«Каждая из «простых» сердечных систем, совместно образующих «сложную» кардиосистему, включена в последнюю оптимальным образом, вследствие чего сложная система исполняет свою функцию с минимальным расходом энергии и строительного материала».** (Естественно, что понятия «простая» и «сложная» система относительны. (Естественно, понятия «простая» и «сложная» система относительны, поскольку простая система по отношению к «своим» «простым» системам предстает в качестве «сложной», а сложная система при вхождении в состав еще более сложной становится «простой».)

7. Золотая гармония «противоположностей» в структурах сердечных циклов

7.1. Система «Структура сердечного цикла (ССЦ)»

В сердечных процессах всегда существует точка качественного перехода из одной «противоположности» в другую. Эти «противоположности» обусловлены переходом

сердечной мышцы из состояния напряжения (систола) в состояние расслабления (диастола). Периодическая смена этих «противоположностей» представлена нами в структурах сердечного цикла (ССЦ). Каждая ССЦ включает в себя «противоположные» (систолическое и диастолическое) значения того или иного сердечного параметра и их сумму. Всякую ССЦ согласно общей теории систем (ОТС) Ю.А. Урманцева /59/ можно представить как объект-систему («сложную» систему). В каждой такой «сложной» системе необходимо выделить следующие аспекты: 1) первичные элементы («простые» системы), рассматриваемые на данном уровне исследования как неделимые; 2) отношения единства между этими элементами и 3) законы композиции (организации), определяющие границы этих отношений. Первичными элементами структур сердечного цикла (ССЦ) по отношению «противоположностей» является систолическое и диастолическое значения рассматриваемого параметра. Отношением единства между этими элементами является их функциональная связь, а законом композиции - математическое выражение определенного вида, связывающее эти «противоположные» элементы в единое целое. На основе 1) - 3) нами были построены временная, объемная, механическая и кровотоковая ССЦ, представляющие наиболее важные параметры деятельности сердца /63/. Временная ССЦ состоит из длительностей систолы, диастолы и кардиоцикла. Объемная ССЦ включает в себя объем изгнанной крови, объем оставшейся крови и конечнодиастолический объем левого желудочка. Механическая ССЦ представляет собою отнесенные к длительности сердечного цикла среднее систолическое и среднее диастолическое давления в аорте и среднее за сердечный цикл давление в аорте. Кровотоковая ССЦ включает в себя отнесенные к длительности сердечного цикла средний систолический и средний диастолический коронарные кровотоки и средний за кардиоцикл коронарный кровоток.

Нами были рассмотрены структуры сердечного цикла здоровых людей и животных репродуктивного возраста /63/. Люди и животные в течение экспериментов пребывали в естественных условиях (нормальный состав, влажность и давление вдыхаемого воздуха, естественная температура окружающей среды, нормальное питание и т.д.). В качестве «возмущающего» внешнего фактора, влияющего на величину параметров сердца, избрана градуированная физическая нагрузка. Для получения эмпирических зависимостей использованы среднестатистические данные параметров с погрешностью измерения не более $\pm 10\%$.

7.2. «Пространство» ССЦ

Совокупность всех реально существующих временных, механических, объемных и кровотоковых ССЦ животных различной массы (веса) в режимах физической нагрузки от покоя до максимума составляет некоторое «пространство» ССЦ. В общем виде, исходя из систолической и диастолических «противоположностей», структуру сердечного цикла любого j -параметра (j -ССЦ) этого «пространства» можно представить выражением:

$$C_{sj}(v, W_i) + C_{dj}(v, W_i) = C_j(v, W_i), \quad (1)$$

где v - частота сердцебиений за минуту, W_i - вес i -животного, $C_{sj}(v, W_i)$, $C_{dj}(v, W_i)$, $C_j(v, W_i)$ - систолическое, диастолическое и суммарное значения j -параметра, соответствующие величинам W_i и v . Значения $C_{sj}(v, W_i)$, $C_{dj}(v, W_i)$ и $C_j(v, W_i)$ соответствуют установившимся режимам кровоснабжения организма в покое или при кратковременной градуированной нагрузке через 5-10 мин.

Систолическим, диастолическим и суммарным элементам механической и кровотоковой ССЦ в выражении (1) соответствуют средние систолические, средние диастолические и суммарные величины, отнесенные к длительности кардиоцикла,

$$C_{sj}(v, W_i) = 1/T(v, W_i) \int_0^{t_s(v, W_i)} c_j(v, W_i, t) dt$$

$$C_{dj}(v, W_i) = 1/T(v, W_i) \int_{t_s(v, W_i)}^{T(v, W_i)} c_j(v, W_i, t) dt,$$

$$C_j(v, W_i) = 1/T(v, W_i) \int_0^{T(v, W_i)} c_j(v, W_i, t) dt.$$

где $t_s(v, W_i)$, $t_d(v, W_i)$, $T(v, W_i)$ - соответственно длительность систолы, диастолы и кардиоцикла, $c_j(v, W_i, t)$ - мгновенное значение j -параметра i -животного при сердечном ритме v .

Для объемной ССЦ значение $C_{sj}(v, W_i)$ равно объему изгнанной крови за одно сокращение, $C_{dj}(v, W_i)$ - объем оставшейся крови и $C_j(v, W_i)$ - полный (конечнодиастолический) объем левого желудочка i -животного при частоте сердцебиений v .

В дальнейшем величины $C_j(v, W_i)$ для механической, объемной и кровотоковой ССЦ будем обозначать «суммарными», а фазовые величины $C_{sj}(v, W_i)$ и $C_{dj}(v, W_i)$ соответственно «систолическими» и «диастолическими». Аналогичные обозначения будут использоваться также и для временной ССЦ.

Нами было показано /63/, что для различных видов животных имеется своя «золотая» частота сердцебиений $v_{зс}$, при которой длительности систолы, диастолы и кардиоцикла соотносятся между собою по золотому сечению. «Золотая» частота сердцебиений $v_{зс}$ приблизительно соответствует физиологическому покою организма (для человека $\delta_{зс} = 63$ уд/мин, для собаки $v_{зс} = 94$ уд/мин и т.д.). Систолическое, диастолическое и суммарное значения для временной, механической, объемной и кровотоковой ССЦ при $v_{зс}$ соотносятся по пропорции **золотого сечения** /63/. Режим кровоснабжения организма, связанный с золотой пропорцией, в дальнейшем будет обозначаться «**золотым**». Золотой режим кровоснабжения является исходным при анализе изменений, соответствующих вариации физической нагрузки. В пределах допустимой нагрузки величина сердечного выброса за минуту находится в линейном соотношении с изменением частоты сердцебиений, поскольку объем выброшенной крови за одно сокращение остается неизменным при любой нагрузке /75/:

$$\delta = Q(v, W_i)/Q(v_{зс}, W_i) = v/v_{зс},$$

где v - частота сердцебиений при фиксированной нагрузке, $Q(v_{зс}, W_i)$, $Q(v, W_i)$ - сердечный выброс i -животного за минуту в золотом режиме и при нагрузке. В дальнейшем в математических выражениях будем использовать символ δ , поскольку у различных видов животных при вариации физической нагрузки этот параметр приблизительно изменяется в одинаковых пределах: $\delta \approx 1 \div 4$ (в золотом режиме $\delta = \delta_{зс} = 1$).

В золотом режиме:

$$C_{sj}(\delta_{зс}, W_i) = 0,382C_j(\delta_{зс}, W_i), \quad (2)$$

$$C_{dj}(\delta_{зс}, W_i) = 0,618C_j(\delta_{зс}, W_i), \quad (3)$$

где $C_{sj}(\delta_{зс}, W_i)$, $C_{dj}(\delta_{зс}, W_i)$, $C_j(\delta_{зс}, W_i)$ - систолическое, диастолическое и суммарное значения j -параметра i -животного в золотом режиме ($\delta = \delta_{зс}$).

Исходя из (1)-(3), закон композиции ССЦ рассматриваемых параметров можно представить обобщенным выражением:

$$0,382C_j(\delta_{зс}, W_i) + 0,618C_j(\delta_{зс}, W_i) = C_j(\delta_{зс}, W_i), \quad (4)$$

В золотом режиме (покое) зависимость суммарных значений $C_j(\delta_{зс}, W_i)$ от веса i -животного представлена эмпирическими выражениями /65/:

$$C_j(\delta_{зс}, W_i) = a_j W_j^b, \quad (5)$$

где a_j, b_j - величины, соответствующие j -параметру сердца (эти величины имеют **постоянные** значения независимо от веса животных и величины нагрузки).

С учетом (5), закон композиции всех j -ССЦ (4) предстает в следующей форме:

$$0,382a_jW_j^b + 0,618a_jW_j^b = a_jW_j^b. \quad (6)$$

Отметим, незначительным изменением веса животного в течение кратковременной нагрузки в дальнейшем можно пренебречь. В (6) представлен «золотой» закон вхождения «простых» систем $(0,382a_jW_j^b)$ и $(0,618 a_jW_j^b)$ в «сложную» $(a_jW_j^b)$.

Влияние физической нагрузки на величину систолических, диастолических и суммарных элементов j -ССЦ представлено нами в обобщенной формуле /63/:

$$0,382(\sqrt{\delta})^{k_j+1} a_jW_j^b + 0,618(\sqrt{\delta})^{k_j-1} a_jW_j^b \cong (\sqrt{\delta})^{k_j} a_jW_j^b, \quad (7)$$

где k_j - величина, соответствующая j -параметру (эта величина **постоянна** и не зависит от уровня физической нагрузки и веса животных). Величины a_j, b_j , и k_j представлены в таблице 1.

Табл. 1. Коэффициенты «пространства» j -ССЦ млекопитающих (7)

j-ССЦ	j-коэффициенты		
	a_j	b_j	k_j
Временная	0,249	0,250	-2
Механическая	$1,47 \cdot 10^5$	0,033	1
Объемная	1,76	1,02	-1
Кровотоковая	7,48	0,81	2

Примечание. Во всех расчетах в (7) $[W_i]$ принимается в кг, временная, механическая, объемная и кровотоковая ССЦ соответственно имеют размерности сек, $дн/см^2$, мл, мл/мин.

В (7) представлен обобщенный закон композиции «пространства» временных, механических, объемных и кровотоковых структур сердечного цикла. Естественно, что при $\delta = \delta_{3C} = 1$ выражение (7) предстает в виде (6). В выражении (7) отображена универсальная роль золотого сечения, а также отображено влияние веса животных и мышечной нагрузки на величину рассматриваемых параметров. Отметим при этом, что относительное расхождение между левой и правой частями приблизительного тождества (7) в заданных пределах ($\delta = 1 \div 4$) составляет не более $(-3 - +7)\%$. Эти величины находятся в пределах $\pm(5-6)\%$ -отклонения параметра от его оптимального значения, при котором оптимальность системы еще сохраняется /8/.

Рассмотрим математические особенности «пространства» (7). В золотом режиме ($\delta = \delta_{3C}$) числа 0,382 и 0,618 представляют «золотую» гармонию вхождения «простых» систем (систолическое и диастолическое значения j -параметра) в «сложную» (суммарное значение j -параметра). В этом случае суммарное значение j -параметра обусловлено величинами W_i, a_j , и b_j . В условиях физической нагрузки гармония «вхождения» «простых» систем в «сложную» дополнительно представлена числами k_j, k_j+1, k_j-1 и $1 < \delta \leq 4$. Каждой суммарной величине j -параметра в покое и при нагрузке соответствует «своя» гармония «противоположностей». В покое «вхождение противоположностей» представлено золотыми числами 0,382 и 0,618, а при нагрузке **оптимальными** отклонениями от этих чисел /63/. Поэтому можно говорить об оптимальной, «золотой» гармонии «противоположностей» на всем диапазоне $\delta = 1 \div 4$.

Установлено /63, 65/, в покое и пределах нагрузки величины $0,382(\sqrt{\delta})^{k_j+1} a_j W_j^b$, $0,618(\sqrt{\delta})^{k_j-1} a_j W_j^b$ и $(\sqrt{\delta})^{k_j} a_j W_j^b$ равны энергооптимальным значениям. Таким образом, соотношение «противоположностей» во всех j-ССЦ всегда имеет «золотую», энергооптимальную основу. Отметим, что вес животных W_i также является энергооптимальной величиной /63/.

Добавим, каждая j-ССЦ, в свою очередь, входит в качестве «простой» системы в более сложную систему («пространство» ССЦ). «Пространство» ССЦ составляет совокупность структур сердечного цикла всех рассматриваемых j-параметров для различных видов животных в покое и в допустимых пределах нагрузки. Величины 0,382, 0,618, a_j , b_j , k_j , k_j+1 , k_j-1 и $\delta=1\div 4$ образуют **числовой каркас** «пространства» (7). Этими числами представлена математическая связь между принципом оптимального вхождения и энергооптимальной гармонией «противоположностей».

7.3. Математические особенности гармонии «пространства» ССЦ

Обобщенный закон (7) можно представить в следующем виде:

$$[0,382\sqrt{\delta} + 0,618\sqrt{\delta}^{-1}](\sqrt{\delta})^{k_j} a_j W_i^{b_j} \cong (\sqrt{\delta})^{k_j} a_j W_i^{b_j}. \quad (8)$$

Очевидно, что в пределах нагрузки основу гармонии «противоположностей» для каждой j-ССЦ составляет приблизительное тождество:

$$0,382\sqrt{\delta} + 0,618\sqrt{\delta}^{-1} \cong 1. \quad (9)$$

Первый член (9) представляет долю систолической «противоположности» j-параметра, а второй – долю диастолической (см. рис. 1). В (9) представлена основа **золотой** гармонии «противоположностей» сердечных параметров в покое и при различных уровнях нагрузки. Величины $n_s(\delta)$ и $n_d(\delta)$ являются **численной мерой** энергооптимальной гармонии «противоположностей» в ССЦ в покое и при каждом уровне нагрузки для всех животных.

При замене $\sqrt{\delta}$ на x и умножении правой части на $x^0 = 1$, выражение (9) предстает в следующей форме:

$$0,382x + 0,618x^{-1} \cong x^0. \quad (10)$$

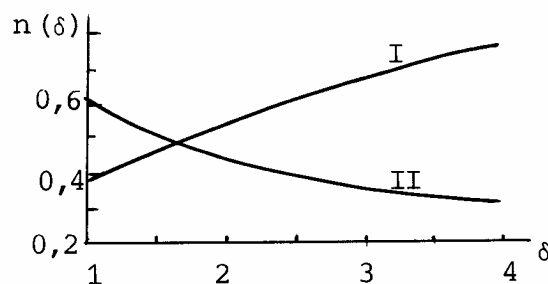


Рис.1. Золотые «противоположности» j-ССЦ. Кривые I и II представляют значения $n_s(\delta) = 0,382\sqrt{\delta}$ и $n_d(\delta) = 0,618\sqrt{\delta}^{-1}$.

В этом законе следует отметить интересные особенности.

1. В структуре (10) имеет место «пересечение» двух геометрических прогрессий: 1) $\Phi^{-2}, \Phi^{-1}, \Phi^0$ и 2) x^{-1}, x^0, x . Первая прогрессия, «золотая», представляет гармонию сердечных «противоположностей» при покое организма. Вторая «переплетена» с числами 0,382 и 0,618. Это «переплетение» обуславливает энергооптимальную гармонию «противоположностей» в физиологических пределах нагрузки /63/.

2. Разность показателей крайних членов обеих прогрессий равна 2. Отношение $x_{\max}/x_{\min} = 2$ имеет характерную особенность: оно соответствует отношению верхнего и нижнего значений двух соседних октав ($\sqrt{2}^{i+2} / \sqrt{2}^i$). Это соотношение соответствует 2 интервалам качественной симметрии /30/. Таким образом, особенности композиции (10) связаны с золотым числом Φ и числом 2, которое наряду с «особыми» числами π , e и i имеет широкое «представление» в законах физики /1/.

В «пространстве» (7) представлены следующие особенности его структуры.

1. В каждом члене (7) имеет место перемножение двух сомножителей: $(\sqrt{\delta})^{k_j+1} a_j W_i^{b_j}$, $(\sqrt{\delta})^{k_j-1} a_j W_i^{b_j}$, $(\sqrt{\delta})^{k_j} a_j W_i^{b_j}$. Первый из этих сомножителей представляет нагрузку, а второй – вес животного. Величины $a_j, b_j, k_j, k_j+1, k_j-1$ постоянны при любом весе животных и при любой нагрузке. Именно эти и золотые числа 0,382 и 0,618 обеспечивают энергооптимальный числовой «каркас» «пространства» (7). Структуру (7) следует рассматривать как уникальную, обеспечивающую энергооптимальную работу сердца в пределах от покоя и до максимальной нагрузки. Максимальная эффективность сопряжения «противоположностей» имеет место в покое ($\delta = \delta_{3C} = 1$), минимальная при максимальной нагрузке ($\delta = 4$).

2. В выражении (7) присутствует аспект симметрии. В пределах относительной нагрузки ($\delta = 1 \div 4$) отношения «противоположностей» i -животного будут одними и теми же для всех рассматриваемых параметров (см. рис. 1). Симметричный «перенос» элементов каждой j -ССЦ от i - на n -животное происходит за счет «умножения» их значений на $(W_n/W_i)^{b_j}$. Таким образом, каждому j -параметру в пределах заданной нагрузки соответствуют аспекты симметрии: инвариантные величины (9) и «свой» закон преобразования $(W_n/W_i)^{b_j}$. **Законы преобразования обеспечивают «перенос» гармонии и энергооптимальности каждого j -параметра от одного вида животных к другому.** В этом феномене представлена математическая связь между гармонией «противоположностей» и энергооптимальностью j -ССЦ отдельного животного и симметрией их тиражирования для различных видов млекопитающих.

8. Золотая гармония и эстафета «противоположностей» в сердечных процессах

Рассмотрим пример «использования» Природой восходящего ряда золотых чисел на примере временной структуры систолы /см. рис. 2/. Напряжение мышечных волокон миокарда в течение систолы разделяется на ряд активностных состояний: 1) асинхронное напряжение (0-1), 2) синхронное напряжение (1-2), 3) сокращение (2-3). Соответственно, 0-3 – длительность систолы, 0-4 – длительность кардиоцикла. Сегмент (0-2) соответствует подготовке к изгнанию крови из желудочков, он включает в себя

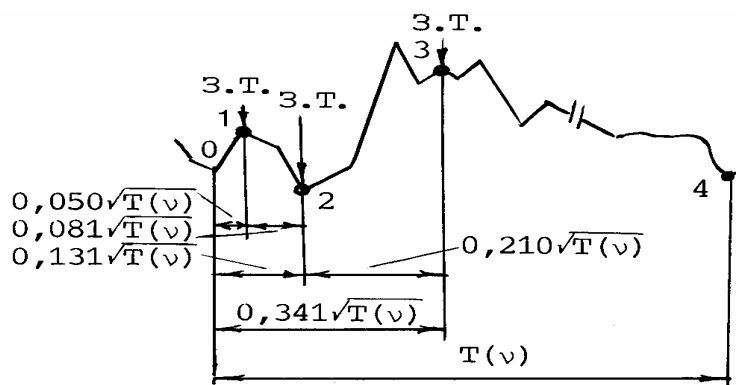


Рис. 2. «Золотая» динамокардиограмма человека. /63/. ν - частота сердцебиений; $T(\nu)$ - длительность сердечного цикла при частоте ν . З.Т. - золотые точки интервалов 0-2 (т. 1), 0-3 (т. 2). З.Т. 3 делит сердечный цикл 0-4 по золотому сечению только при $\nu = \nu_3$.

противоположные формы напряжения волокон при неизменной длине. С активностной точки зрения интервалы (0-1) и (1-2) соответствуют «противоположностям»: асинхронное и синхронное напряжение волокон. Сегмент (2-3) соответствует времени изгнания крови из желудочков; этот сегмент соответствует укорочению сердечных волокон. Сегмент 0-3 (интервал подготовки + интервал изгнания) включает в себя две «противоположности» - постоянство и изменение длины мышечных волокон. Для человека интервал асинхронного напряжения, интервал синхронного напряжения, фаза напряжения при неизменной длине мышечных волокон, интервал сокращения и длительность систолы соответственно равны /63/: $0,050\sqrt{T(\nu)}$, $0,081\sqrt{T(\nu)}$, $0,131\sqrt{T(\nu)}$, $0,210\sqrt{T(\nu)}$, $0,340\sqrt{T(\nu)}$, где ν - частота сердцебиений, $T(\nu)$ - длительность сердечного цикла, соответствующая частоте ν . Очевидна аналогия представленного ряда длительностей восходящему ряду золотых чисел.

Временной интервал напряжения при постоянной длине сердечных волокон и длительности «противоположных» интервалов (асинхронного и синхронного напряжения) соотносятся по золотой пропорции:

$$0,131\sqrt{T(\nu)} : 0,081\sqrt{T(\nu)} = 0,081\sqrt{T(\nu)} : 0,050\sqrt{T(\nu)} = 1,62. \quad (11)$$

Аналогично систолу в целом можно представить также золотой пропорцией:

$$0,340\sqrt{T(\nu)} : 0,210\sqrt{T(\nu)} = 0,210\sqrt{T(\nu)} : 0,131\sqrt{T(\nu)} = 1,62. \quad (12)$$

В (11) и (12) представлена эстафета «временных» золотых сечений по всей систоле в соответствии с восходящим рядом золотых чисел: $0,050\sqrt{T(\nu)}$, $0,081\sqrt{T(\nu)}$, $0,131\sqrt{T(\nu)}$, $0,340\sqrt{T(\nu)}$. Для систолы «золотая» гармония между «противоположностями» не зависит от длительности сердечного цикла и сохраняется при любой частоте сердцебиений. «Золотая» гармония «противоположностей» между систолой в целом и диастолой имеет место только при золотом сердечном ритме ($\nu = \nu_{3C}$). Таким образом, в золотом режиме кровоснабжения организма временная эстафета золотых «противоположностей» существует в течение всего кардицикла. Установлено /4/, что организация временной структуры работы сердца по золотой эстафете «противоположностей» соответствует минимуму кинетической энергии сердца.

Эстафета «объемных» золотых «противоположностей» имеет место в точках «качественного» перехода при наполнении и опорожнении предсердий и желудочков. Показано /82/, что в покое за интервал раннего наполнения в левое предсердие человека

поступает 37%, а в фазу позднего наполнения - 63% от общего количества крови, поступившей в предсердие за интервал закрытого митрального клапана; это соотношение практически соответствует золотому сечению. Границей раздела «противоположных» состояний (раннего и позднего наполнения) служит момент, в который прекращается падение и начинается рост давления в левом предсердии. Следует отметить, что максимальный и минимальный объем обоих предсердий и их разность в течение сердечного цикла также приблизительно составляют золотую пропорцию /83/. Через открытый митральный клапан в течение времени, когда предсердие представляет собою трубку, открытую с двух сторон, в левый желудочек поступает 60% крови от общего количества, а остальные 40% - в течение систолы предсердия /71/. Соответственно, фазу изгнания крови из желудочков можно разделить на два противоположных периода: возрастающего и редуцированного изгнания. Объемы выброшенной крови в покое за эти периоды соотносятся по пропорции золотого сечения. Следует напомнить, что в покое отношение всего объема изгнанной крови, объема оставшейся крови и конечнодиастолического объема желудочков приблизительно соответствует золотой пропорции /72/. Итак, в золотом режиме кровоснабжения организма «объемная» картина наполнения и опорожнения предсердий и желудочков, представленная с учетом «противоположностей» в этих процессах, неизменно связана с пропорцией золотого сечения. Установленные соотношения позволяют представить процесс наполнения и опорожнения предсердий и желудочков как гармонию последовательных золотых «противоположностей». Этот процесс имеет **энергооптимальную** основу /63/.

Отметим также особенность структуры кровотоков в крупных коронарных артериях. Показано /78/, что форма пульсации кровотока в этих артериях совершенно аналогична. Соотношение кровотоков в левой огибающей коронарной артерии и левой нисходящей артерии коронарной артерии в конце фазы напряжения (длина мышечных волокон постоянна) и в конце фазы сокращения (укорочение мышечных волокон) одинаково. В обеих коронарных артериях отношение между кровотоками в точках перехода к «противоположное» состояние миокарда близко к золотому числу 1,618. Поскольку отношения между значениями коронарного кровотока в характерных точках систолы не меняются /79/, то золотое отношение является инвариантом количественной организации систолы кровотоковой ССЦ при любом уровне нагрузки.

Итак, рассмотренные «цепочки» «противоположностей» неизменно связаны с пропорцией золотого сечения и числами Фибоначчи. **Гармония их сопряжения в соответствии с принципом оптимального вхождения имеет энергооптимальную основу.**

Выводы:

1. Принцип оптимального вхождения – критерий **энергооптимальной** гармонии сердечных циклов человека и млекопитающих. Этот принцип является подтверждением универсальности принципа экономии энергии, представленного в основных законах физики (принцип наименьшего действия).

2. Гармония «противоположностей» в структурах сердечного цикла важнейших сердечных параметров представлена уникальным **математическим** соотношением - пропорцией золотого сечения. За «удивительными», «загадочными», «таинственными» проявлениями золотой пропорции в системах сердца скрывается **внутренняя взаимосвязь между энергооптимальностью и золотой гармонией «противоположностей»**. Золотая гармония «противоположностей» в сердечных системах является итогом стремления последних в течение эволюции к максимально возможной экономии энергии и строительного материала. Золотое сечение обеспечивает своего рода «резонанс» всех основных циклов деятельности сердца.

3. Произведенный анализ «мира экспериментального» (по Платону - мира вещей) с привлечением «мира математического» (по Платону - мира «идей») позволил установить следующий феномен: золотая гармония является **«математической идеей» предельного**

совершенства», воплощенной Природой в сердечных и, по-видимому, во многих других биосистемах.

4. Золотая гармония сердца составляет основу здоровья человека и млекопитающих. При конструировании искусственного сердца необходимо учитывать «золотые» соотношения во временной, механической и объемных структурах сердечных циклов. Такое конструктивное решение позволит в максимальной степени приблизиться к естественному кровоснабжению организма.

Литература

1. Аракелян Г.Б. Фундаментальные безразмерные величины. - Ереван, Изд-во АН Арм. ССР, 1981. 157 с.
2. Асеев И.А. Экстремальные принципы в естествознании и их философское содержание. Л., Изд-во ЛГУ, 1977.
3. Бакунинский А. Математика гармонии: позолоченные сечения//«Академия Тринитаризма». М., эл. № 77-6567, публ. 16939, 05.11.2011.
4. Балакшин О.Б. Гармония саморазвития в природе и обществе. Подобие и аналогии. М., Изд-во ЛКИ, 2008. 344 с.
5. Блюменфельд Л.А. Проблемы биологической физики. - М., Наука, 1977. 336 с.
6. Боднар О.Я. Золотое сечение и неевклидова геометрия в природе и искусстве. Львов, Изд. «Свит», 1994.
7. Борн М. Физика в жизни моего поколения. М., Изд. иностр. лит., 1963. 535 с.
8. Бочков В.Г. Принцип оптимальности как основа исследования живых систем и некоторые вопросы их математического описания//Особенности современного научного познания. - Свердловск: УНЦ АН СССР, 1974. С. 161-178.
9. БСЭ. Т. 6. С. 128. М., Сов. Энци., 1971.
10. Бутусов К.П. «Золотое сечение» в Солнечной системе//Тр. ВАГО «Проблемы исследования Вселенной, - Л., 1978. Вып. 7. С. 475-499.
11. Варден Б.Л. ван дер. Пробуждающаяся наука. - М., Гос. изд-во Ф-МЛ, 1959. 146 с.
12. Вейль Г. Симметрия. М., Наука, 1968. 191 с.
13. Вигнер Е. Этюды о симметрии. М., Мир, 1971. 318 с.
14. Винер Н. Динамические системы физики и биологии//Вестн. АН СССР. 1964. № 7. С. 43-45 (перевод статьи в New Scientist, № 375. 1964).
15. Владимиров Ю. С. Метафизика. М., Бином. Лаборатория знаний. 2002. 534 с.
16. Волохонский А.Г. Генетический код и симметрия//Симметрия в природе. - Л., 1971. С. 371-375.
17. Волошинов А.В. Математика и искусство. М., Просвещение. 2000. 399 с.
18. Горбачев В.В. Концепции современного естествознания. М., 2003. 592 с.
19. Гратиа Д. Квазикристаллы//Успехи физических наук. 1988. Т. 156. Вып. 2. С. 347-363.
20. Гринченко С.Н., Загускин С.Л. Механизм живой клетки: алгометрическая модель. М., Наука, 1989. 232 с.
21. Дирак П.А.М. Воспоминание о необычной эпохе. Сборник статей. М., Наука, 1990.
22. Жирмунский А.В., Кузьмин В.И. Критические уровни в процессах развития биологических систем. - М., Наука, 1982. 178 с.
23. Иванус А.И. Код да Винчи в бизнесе или гармоничный менеджмент по Фибоначчи. М., Комкнига, 2006.
24. Клайн М. Математика. Поиск истины. М., Мир, 1988.
25. Коробко В.И. Золотая пропорция: некоторые философские аспекты гармонии. М., Изд-во АСВ, 2000. 208 с.
26. Лима-де-Фариа А. Эволюция без отбора. М., Мир, 1991. 455 с.
27. Лосев А.Ф. История философии как школа мысли. Коммунист. 1981. № 11.

28. Любищев А.А. Понятие сравнительной анатомии//Вопросы общей зоологии и медицинской паразитологии. - М., 1962. С. 189-214.
29. Ляпунов А.А. О кибернетических вопросах биологии// Проблемы кибернетики. М., 1972. Вып. 5. С. 5-40.
30. Марутаев М.А. Гармония как закономерность природы. //Золотое сечение. Три взгляда на природу гармонии. - М., Стройиздат, 1990. С. 130-233.
31. Мигдал А.Б. Физика и философия// Вопр. филос., 1990. № 1. С. 29
32. Овчинников Н.Ф. Принципы сохранения. М., Наука, 1966. 329 с.
33. Петрашов В.В. Глаза и мозг эволюции. Новая теория эволюции организмов. – М., 2006. 458 с.
34. Петухов С.В. Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение//Метафизика. Москва, Бином, 2006. С. 216-250.
35. Планк М. Единство физической картины мира. М., Наука, 1966.
36. Пригожин И. От существующего к возникающему: время и сложность в физических науках. М., Наука, 1985.
37. Пуанкаре А. О науке. М., Наука. 1990.
38. Рассел Б. История западной философии. Новосибирск, Сибир. унив. изд-во, 2003.
Рашевский Н. Модели и математические принципы в биологии// Теоретическая и математическая биология. – М.,: Мир, 1968. С.48-66.
39. Розен Р. Принцип оптимальности в биологии. М., Мир, 1969. 216 с.
40. Розин Б. Золотое сечение – морфологический закон природы. 2003. <http://www.abc-people.com/idea/zolotosech/rozin-ru/txt.htm>
41. Руденко А.П. Самоорганизация и прогрессивная эволюция в природных процессах в аспекте концепции эволюционного катализа// Российский химический журнал. 1995. Т. 39. № 2. С. 55-71.
42. Рыбин И.А. Психофизика: Поиск новых подходов//Природа. 1990. № 2. С. 19-25.
43. Свентицкий И.И. Энергосбережение в АПК и энергетическая экстремальность самоорганизации. М., 2007. 464 с.
44. Селье Г. От мечты к открытию. – М., Прогресс, 1987. 367 с.
45. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М., Наука, 1980.
46. Соколов А.А., Соколов А.Я. Математические закономерности электрических колебаний мозга. - М., Наука, 1976. 97 с.
47. Сороко Э.М. Структурная гармония систем. – Минск, Наука и техника, 1984. 264 с.
48. Стахов А.П. Введение в алгебраическую теорию измерения. М., Сов. радио, 1977.
49. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. - М., Радио и связь, 1984. 365 с.
50. Стахов А.П., Ткаченко И.С. Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи//Доклады АН Украины. 1993. Т. 208. № 7. С. 9-14.
51. Стахов А.П. Гармония Мироздания и золотое сечение: древнейшая парадигма и ее роль в современной науке. 2006. (Сайт: <http://www.obretenie.narod.ru/txt/stakhov/harmony2.htm>)
52. Стахов А.П. Математика Гармонии как «золотая» парадигма современной науки //Академия тринитаризма. М., Эл. № 77-6567, публ.15999, 15.10.2009.
53. Стахов А.П. Математизация гармонии и гармонизация математики //«Академия тринитаризма». М., Эл. № 77-6567, публ. 16897, 16.10.2011.
54. Степанов И.Н. Формы в мире почв. - М., Наука, 1986. 190 с.
55. Суббота А.Г. «Золотое сечение» («sectio aurea») в медицине. - С.-Птб., Изд. Военно-мед. акад., 1994. 116 с.
56. Татаренко А.А. На пороге первого тысячелетия эры полигармонии мира// Труды международной конференции «Проблемы Гармонии, Симметрии и Золотого сечения в Природе, Науке и Искусстве». Винница, 2003.
57. Тяпкин А., Шибанов А.. Пуанкаре. М., Мол. Гвардия, 1982. 415 с
58. Уотермен Т. Заключительное слово// В кн.: Теория систем и биология. М., Мир. 1968 с. 431-442.

59. Урманцев Ю.А. Симметрия природы и природа симметрии. - М., Мысль, 1974. 229 с.
60. Хадарцев А.А., Тульян В.А., Зилов В.Г. и др. Теория и практика восстановительной медицины. Тула – Москва, 2004.
61. Хакен Г. Синергетика. М., Мир, 1980.
62. Харитонов А.С. Симметрия хаоса и порядка в круговороте энергии (Холистическая парадигма природы, человека и общества). М., Издательско-аналитический центр «Энергия», 2004.
63. Цветков В.Д. Сердце, золотое сечение и симметрия. Пущино, ПНЦ РАН, 1997. 170 с.
64. Цветков В.Д. Кислородное обеспечение сердца и принцип оптимального вхождения. Серпухов, ИП А.А. Кулаков, 2004. 152 с.
65. Цветков В.Д. Золотая гармония и сердце. Пущино, ООО «Фотон-век», 2008. 203 с.
66. Черепахин Ю. Г. Парадигма Единой Жизни // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15670, 26.11.2009
67. Шестаков В.П. Гармония как эстетическая категория. М., Наука, 1973.
68. Якушко С.И. «Фибоначчиева» закономерность в периодической системе элементов Д.И. Менделеева //Академия Тринитаризма. М., Эл. № 77-6567, публ.15695. 27.06.2010.
69. Bergman G. A number system with an irrational base //Mathematics Magazine. 1957. N 31. P. 98-119.
70. Gazale M.J. Gnomon. From Pharaohs to Fractals. Princenton, New Jersey: Princeton University Press, 1999.
71. Grant C., Bunnell I.L., Green D.G. The reservoir function of the left atrium during ventricular systole//Amer. J. Med. 1964. V. 37. № 1. P. 36-43.
72. Holt J.P., Rohde E.A., Kines H. Ventricular volumes and body weight in mammals//Amer. J. Physiol. 1968. V. 215. № 3. P. 704-715.
73. Kamiya A., Togawa W. Optimal branching structure of the vascular tree // Bull. Math. Biophys. 1972. V. 34. N 4. P. 431-438.
74. Kappraff J. Connections. The geometric bridge between Art and Science. Second Edition. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong. World Scientific. 2001.
75. Khouri t.m., Gregg D.E., Rayford C. R. Effect exercise on cardiac output, left coronary flow and myocardial metabolism in unanesthetized dog //Circ. Res. 1965. V. 17. N 5. P. 427-437.
76. Plank M. Religion und Naturwissenschaft. - Leipzig, 1952.
77. Rashevsky N. Mathematical biophysics. Physico-mathematical foundations of biology. Vol. II. - New York: Dover, 1960. 462 p.
78. Ross G. Blood flow in the right coronary artery dog // Cardivasc. Res. 1967. V. 1. N. 2. P. 138-144.
79. Scholtholt J., Lochner W. Systolischer und diastolischer Anteil an Coronarsinusaussfluss in Abhängigkeit von Grösse der mitleren Ausflusses //Pflüg. Arch. 1966. Bd. 290. N 4. S. 349-361.
80. Spinadel W. de. From the Golden Mean to Chaos. Nueva Libreria, 1998.
81. Stakhov A. The Mathematics of Harmony from Euclid to Comtemporary and Computer Science. Singapore, World Scientific, 2009.
82. Toma Y., Matsuda Y., Moritani K., Ogawa H. et al. Left atrial filling in normal human subjects : relation between left atrial contraction and atrial early filling//Cardiol. Res. 1987. V. 21. № 4. P.255-259.
83. Tsarikis A.G., Padiyar R., Gordon D.A., Lipton I. Left atrial size and geometry in the intact dog//Amer. J. Physiol. 1977. V. 232. № 2. P. H167-H172.
84. Uylings H.B. Optimization of diameters and bifurcation angles in lungs and vascular tree structures // Bull. Math. Biol. 1977. V.39. P. 509-520.
85. Zamir M. Optimality principles in arterial branching //J. Theor. Biol. 1976. V.62. N. 1. P. 227-251.