В.П. Шенягин

Экспресс-модели расчета ставки и срока увеличения суммы в золотой пропорции

Формула должна быть настолько простой, насколько можно, но не проще.
По А. Эйнштейну

Одна из главных целей теоретического исследования – найти точку зрения,
с которой предмет представляется наиболее простым.
Дж.У. Гиббс

Известен экспресс-способ расчета срока удвоения суммы при использовании сложного процента при заданной ставке и определения ставки при заданном сроке, называемый правилом 72-х [1].

Правило 72-х (rule of 72) и правило 70-ти – удвоение суммы

Достоинство хорошей методы состоит в том,
что она уравнивает способности;
она вручает всем средство легкое и верное.
Ф. Бэкон

Известно правило расчета срока n удвоения начальной суммы P при начислении сложных процентов по фиксированной ставке r, выраженной в процентах, причем в целых числах, по формуле $n \approx \dfrac{72}{r}$ или расчета ставки, при которой конечная сумма P_n удваивается за заданное число лет n, по формуле $r \approx \dfrac{72}{n}$.

Правило иллюстрирует рисунок.

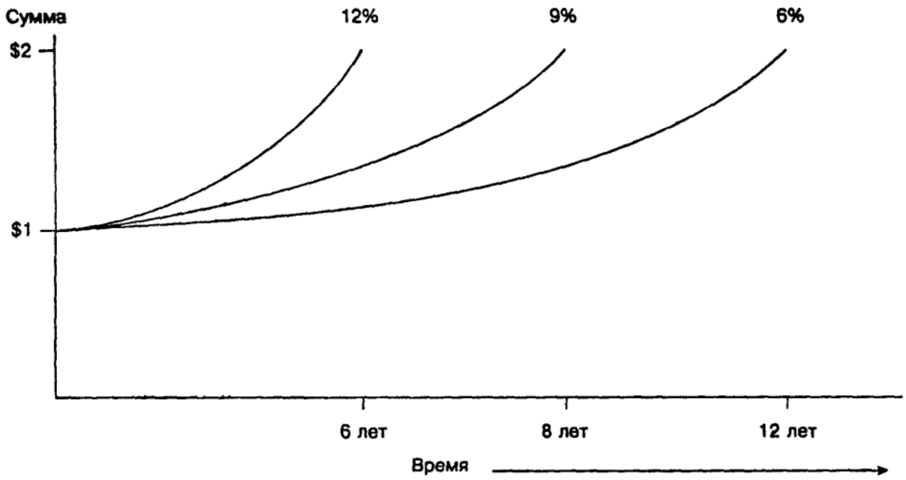

Рис. Правило 72-х – время, необходимое для увеличения денежной суммы в два раза при сложном проценте
[Источник: Фридман Дж., Ордуэй Ник. Анализ и оценка приносящей доход недвижимости. Пер. с англ. – М.: Дело, 1997, с. 40, рис. 3-2]

Оригинальность правилу придает число 72, включающее в себя большое число сомножителей.

Правило используется при $r \approx 3 \ldots 18\,\%$.

Правило 72-х расширяется добавлением к нему правила 70-ти, что следует из [2], став одновременно правилом 72-х (70-ти).

Отступление от темы. Небезынтересно постоянное подчеркивание, что перевод древнееврейского Танаха на греческий язык, получивший название Септуагинта, переводили 70 (72) толковника. Такая неопределенность в их количестве при поразительной точности перевода (исполнения заказа) предполагает скрытую числовую символику. Она выражается в особой универсальной структуре написания древних сакральных трактатов при жестком соответствии числа и слова.

Вот что пишет А.В. Зиновьев: «Предание гласит: библиотекарь александрийского царя Птоломея Филадельфа II (287-245 гг. до н. э.) Деметрий познакомил своего властелина с ветхозаветными трактатами. Царь повелел перевести на язык греческий. Деметрий, не медля, связался с первосвященником Иудеи Элезаром и передал ему волю царя и просьбу оказать содействие. Вскоре в Александрию прибыли 72 толковника (по 6 из каждого из 12 колен израильских). По распоряжению Птолемея II все переводчики были отправлены на остров Фарос, что неподалеку от Александрии. Там их разместили по изолированным кельям, чтобы исключить общения (советы и подсказки), после чего работа началась. Когда перевод Семидесяти был готов (отсюда и название – Септуагинта), царь самолично проверил тексты и удостоверился, что все 70 свитков книг в полном согласии. Применены были для перевода одинаковые греческие слова, не допущено ни единой ошибки, описки помарки» [3]. Ключом к переводу служили структура написания ветхозаветных трактатов сообразно Универсуму при однозначном соответствии слова и числа.

Это отступление – к слову, точнее, *к числу*. Но это уже другая тема. О ней и многом ином следует прочесть в книгах Адольфа Васильевича Зиновьева, встреча автора с которым произошла 15 лет назад – 10 августа 1996 года в г. Владимире, и Андрея Адольфовича Зиновьева. Результатом встречи-общения осталось неизгладимое впечатление от сказанного-услышанного, добрая память и дарственная надпись, от приложения которой автор не стал воздерживаться.

Однако вернемся к нашим финансово-экономическим экспресс-моделям.

Экспресс-модель расчета срока увеличения суммы в *k* раз

Осень выплачивает земле листья,
которые лето взяло у земли взаймы.
Г.К. Лихтенберг

Чем фундаментальнее закономерность,
тем проще ее можно сформулировать.
П. Капица

В общем виде итоговая сумма определяется по формуле сложного процента

$$P_n = P(1+r)^n.$$

(1)

Задав возрастание суммы в k раз, получим $P_n = kP$.

Следовательно $k = (1+r)^n$; $\ln k = n\ln(1+r)$.

Для небольших r, измеряемых в долях единицы, $\ln(1+r) \approx r$. Тогда

$$\ln k \approx nr;$$

$$n \approx \frac{\ln k}{r}; \; r \approx \frac{\ln k}{n}.$$

То есть по аналогии с правилом 72-х можно найти и иные соотношения между r и n как ключевые числа $v = \ln k$. Главное при этом, чтобы *ключевое число обладало множеством делителей*.

Подобные числа пифагорейцы именовали совершенными и сверхсовершенными.

Совершенными называли числа, сумма частей которых равна целому. Первое совершенное число есть число 6. Его половина (3), треть (2) и шестая часть (1) в сумме составляют целое 6.

Сверхсовершенными считали числа, сумма частей которых больше целого. Первым сверхсовершенным числом является число 12. Его половина (6), треть (4), четверть (3), шестая часть (2) и двенадцатая часть (1) в сумме составляют 16, что превышает целое 12.

Правило 48-ми (49-ти, 50-ти) – рост суммы в золотой пропорции

Назначение исследований и преобразований, особенно сложных, в одном – привести к неожиданно или ожидаемо простому выводу.

Позиция автора

Пусть сумма увеличивается в $\phi \approx 1{,}618$ раз. При этом срок определится по формуле:

$$n \approx \frac{\ln\phi}{r} \approx \frac{\ln 1{,}618}{r} \approx \frac{0{,}4812}{r} \approx \frac{0{,}48}{r},$$ где r измеряется в долях единицы; или

$$n \approx \frac{48}{r},$$ где r измеряется в процентах.

Процентная ставка находится из выражения

$$r \approx \frac{48}{n}.$$

Подчеркнем, что 48 является сверхсовершенным числом, что удовлетворяет требованиям поставленной задачи.

Рост суммы в ϕ раз порождает правило 48-ми [4].

Кстати, в случае непрерывного начисления процента одна денежная единица возрастет до величины

$$e^{0,48} \approx 1{,}616 \approx \phi,$$

где e – число Эйлера, равное 2,718….

Формулы можно получить по-иному, сделав расчеты r для различных n и соответствующее обобщение. Из (1) при $P_n = 1{,}618P$ следует $r = \sqrt[n]{1{,}618} - 1$.

Расчеты r для различных n сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Значения ставок r для различных n

n	r	r, %	nr
1	0,6180	61,80	61,8
2	0,2720	27,20	54,4
3	0,1740	17,40	52,2
4	0,1278	12,78	51,1
5	0,1010	10,10	50,5
6	0,0835	8,35	50,1
7	0,0712	7,12	49.8
8	0,0620	6,20	49,6
9	0,05492	5,49	49,4
10	0,0493	4,93	49,3
11	0,0447	4,47	49,2
12	0,0409	4,09	49,1
13	0,0377	3,77	49,0
14	0,0350	3,50	49,0
15	0,0326	3,26	48,9
16	0,0305	3,05	48,8
24	0,0203	2,03	48,7
25	0,0194	1,94	48,5

Очевидно, что при выборе чисел nr от 48 до 54 предпочтение следует отдать сверхсовершенному числу 48, которое в данном правиле будет ключевым числом $v_\phi = 48$.

Для расширения диапазона действия правило 48-ми следует обогатить двумя приложениями – правилом 49-ти, что дает 7 % и 7 лет, и правилом 50-ти (5 % и 10 лет, и наоборот).

Для определения диапазона ставок при практическом использовании правила необходимо исследовать точность результата в сравнении с реальностью.

Так, при $n=8$ правило дает $r=6\ \%$, тогда как реальный результат по формуле (1) соответствует $r=\sqrt[n]{\frac{P_n}{p}}-1=\sqrt[8]{1{,}618}-1=0{,}062$ или 6,2 %. Неточность составляет $\frac{6{,}2-6}{6{,}2}100\%=3{,}2\%$, что приемлемо.

Например, при $r=8\ \%$ по правилу 48-ми требуется $n=6$, но в действительности по формуле (1) соответствует $n=\frac{\ln 1{,}618}{\ln(1+r)}\approx\frac{\ln 1{,}618}{\ln 1{,}08}\approx\frac{0{,}481}{0{,}077}\approx 6{,}25$. Неточность составляет $\frac{6{,}25-6}{6{,}25}100\%=4\%$, что допустимо.

Правило 96-ти (100) – возрастание суммы в квадрате золотой пропорции или в *e* раз

Для умножения суммы в $\phi^2\approx 2{,}618$ раз требуется:

$n\approx\frac{\ln\phi^2}{r}\approx\frac{\ln 2{,}618}{r}\approx\frac{0{,}9624}{r}\approx\frac{0{,}96}{r}$, где *r* измеряется в долях единицы;

$n\approx\frac{96}{r}$, где *r* измеряется в процентах;

$r\approx\frac{96}{n}$.

Отметим, что число 96 является сверхсовершенным.

Рост суммы в ϕ^2 или *e* раз характеризуется правилом 96-ти [4].

Для расширения диапазона действия, его можно именовать также правилом 100 (ста), что дает дополнительные делители 5, 10 и 25, правилом 98-ми и правилом 99-ти (делители 9 и 11).

Правило 108-ми – утроение суммы

Для умножения суммы втрое требуется:

$n\approx\frac{\ln 3}{r}\approx\frac{1{,}0986}{r}\approx\frac{1{,}1}{r}$, где *r* измеряется в долях единицы;

$n\approx\frac{110}{r}$, где *r* измеряется в процентах.

Число 110 не является сверхсовершенным. Ближайшее к нему такое число есть 108. Отсюда следует правило 108-ми – утроение суммы:

$n\approx\frac{108}{r}$, где *r* измеряется в процентах;

$r\approx\frac{108}{n}$.

Эквивалентность роста суммы в *e* раз при непрерывном начислении процента и ее удвоения по простому проценту

Непрерывное начисление процента характеризуется формулой

$$P_n = Pe^{rn}. \quad (2)$$

Уравнение является экспонентой.

Для лучшего понимания его экономического смысла сравнивают результат с начислением простых процентов, когда сумма нарастает линейно с той же ставкой и за тот же период, по формуле

$$P_n = P(1 + rn). \quad (3)$$

Для получения $P_n = Pe \approx 2{,}718P$ в (2) необходимо принять $rn = 1$.

Тогда из (3) следует $P_n = 2P$.

Оказывается, что при непрерывном начислении процента сумма возрастает в *e* раз за период времени, при котором эта сумма возросла бы вдвое при условии начисления простых процентов раз в год.

Так что при непрерывном начислении процента рост не так велик, как кажется на первый взгляд, и вначале (с 1975 года) такие операции являлись рекламным трюком банковских учреждений.

Правило 12-ти – прирост суммы на 12 процентов

Для увеличения суммы на 12 процентов или возрастания в 1,12 раза требуется период времени:

$n \approx \dfrac{\ln 1{,}12}{r} \approx \dfrac{0{,}1133}{r} \approx \dfrac{0{,}11}{r}$, где *r* измеряется в долях единицы;

$n \approx \dfrac{11}{r}$, где *r* измеряется в процентах.

Число 11 не является сверхсовершенным. Ближайшее к нему сверхсовершенное число есть 12. Отсюда следует правило 12-ти – прирост суммы на 12 процентов [5]:

$n \approx \dfrac{12}{r}$, где *r* измеряется в процентах;

$$r \approx \frac{12}{n}.$$

Правило 12-ти легко запоминается, поскольку его название, включающее числовое значение, соответствует величине процентного возрастания суммы.

Правилу 12-ти созвучно правило 6-ти – прирост суммы на 6 %, базирующееся на совершенном числе 6.

Коэффициент совершенности числа

Воображение важнее, чем знание.
А. Эйнштейн

Практичность рассмотренных правил заключается в том, что их числа 12, 48, 72, 96 и 108 содержат большое количество делителей и являются, изъясняясь языком Пифагора, сверхсовершенными, то есть сумма их делителей больше самого числа.

Сумма делителей составляет:

для числа 12 1+2+3+4+6=16.

для числа 48 1+2+3+4+6+8+12+16+24=76;

для числа 72 1+2+3+4+6+8+9+12+18+24+36=123;

для числа 96 1+2+3+4+6+8+12+16+24+32+48=156;

для числа 108 1+2+3+4+6+9+12+18+27+36+54=172.

Введем, исходя из пифагорейского видения, коэффициент совершенности числа *h*, как отношение суммы делителей к самому числу.

Коэффициенты совершенности для рассмотренных чисел будут равны значениям $h_{12} = \frac{16}{12} \approx 1{,}333$, $h_{48} = \frac{76}{48} \approx 1{,}583$, $h_{72} = \frac{123}{72} \approx 1{,}708$, $h_{96} = \frac{156}{96} = 1{,}625$, $h_{96} = \frac{172}{108} = 1{,}592$.

Представление коэффициентов совершенности чисел гармоничными константами

Суп не едят таким горячим, каким его варят.
Французская поговорка

Выразим данные коэффициенты с помощью гармоничных соотношений как фундаментальных констант:

$$h_{48} \approx 1{,}583 = 2 - 0{,}417 \approx 2 - \bar{s}_2 = 2 - \frac{1}{s_2},$$

где $s_2 = 1 + \sqrt{2} = 2{,}414\ldots$ – вторая мантиссовая *s*-пропорция, открытая автором и ранее некорректно названная второй золотой пропорцией [6, 1997 г.], или серебряная пропорция по Вере де Шпинадель, или T_2-пропорция по А.А. Татаренко;

$$\bar{s}_2 = \frac{1}{s_2} = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1}{2{,}414\ldots} = 0{,}414\ldots = \sqrt{2} - 1;$$

$$h_{48} \approx 4 - s_2,$$

поскольку $1 - 0{,}583 = 0{,}417 \approx \sqrt{2} - 1$, $0{,}583 \approx 2 - \sqrt{2}$, $1{,}583 \approx 3 - \sqrt{2} = 4 - s_2$.

$$h_{72} \approx 1 + 0{,}708 \approx 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{s_2}{\sqrt{2}};$$

$$h_{96} = 1{,}625 \approx \phi.$$

$$h_{108} \approx 1{,}592 = 2 - 0{,}408 \approx 2 - \bar{s}_2.$$

Сведем результаты расчетов в таблицу 2.

Таблица 2

Свод факторов экспресс-моделей расчета сроков увеличения суммы и коэффициентов совершенности чисел

Рост k	Рост k	Ключевое число $v = \ln k$	Делители числа m	Коэффициент совершенности h	Выражение h константами
1,12	1,12	12	1, 2, 3, 4, 6	1,333	–
ϕ	1,618	48	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24	1,583	$2-\bar{s}_2$ $4-s_2$
2	2	72	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36	1,708	$\frac{s_2}{\sqrt{2}}$
ϕ^2	2,618	96	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48	1,625	ϕ
e	2,718	100~96	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48	1,625	ϕ
3	3	108	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54	1,592	$2-\bar{s}_2$ $4-s_2$

Выводы

1. Предложены экспресс-модели расчета срока возрастания суммы в золотой пропорции ϕ и ϕ^2 или e раз при заданной ставке и определения ставки при заданном сроке, выраженные правилами 48-ми (49, 50) и 96-ти (100), и утроения суммы по правилу 108-ми.

Правила расширяют пределы упрощенных расчетов периодов начисления денежных сумм и процентных ставок по ним. При этом не следует забывать, что «мыслить по шаблону – вернейший способ завалить дело» (Д.Ф. Энрайт).

2. Предложена экспресс-модель расчета срока прироста суммы на величину, равную ключевому числу в названии правила, т. е. 12 %, а именно правило 12-ти.

3. Введен коэффициент совершенности числа как отношение суммы делителей к самому числу.

4. Установлена взаимосвязь рассмотренных коэффициентов совершенности чисел с гармоничными константами, среди которых золотая пропорция ϕ, вторая мантиссовая пропорция s_2 или серебряная пропорция по В. де Шпинадель.

Примечательной особенностью является правило возрастания суммы в ϕ^2 и e раз, порождая правило 96-ти (правило 100), коэффициент совершенности ключевого числа которого примерно равен ϕ.

5. В реальности наиболее притягательно удвоение суммы $P_n = 2P$, поэтому более распространенным остается правило 72-х $n \approx \frac{72}{r}$, ключевое число которого обладает наиболее высоким коэффициентом совершенности $h_{72} \approx 1{,}708$, к тому же

оригинально и с высокой точностью выражающееся с помощью $\sqrt{2}$ и s_2, а именно $h_{72} \approx 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{s_2}{\sqrt{2}}$

Литература

1. *Фридман Дж., Ордуэй Ник.* Анализ и оценка приносящей доход недвижимости. Пер. с англ. – М.: Дело, 1997. – 480 с., с. 38-40.

2. *Филиппов Л.А.* Оценка бизнеса: учебное пособие / Л.А. Филиппов. – М.: КНОРУС, 2006. – 720 с., с. 690.

3. *Зиновьев А.В.* Тайна Откровения. – Владимир, 1990. – 176 с., с.84-85.

4. *Шенягин В.П.* Правило «48-ми»: возрастание суммы в золотой пропорции / Проблемы экономики и менеджмента качества: программа и материалы международной школы-семинара молодых ученых (25 – 30 сентября 2006 г., г. Тамбов) / ТГТУ. – Тамбов, 2006. – 308 с., с. 123-124.

5. *Шенягин В.П.* Правило «12-ти»: возрастание суммы на 12 процентов / Проблемы экономики и менеджмента качества: программа и материалы международной школы-семинара молодых ученых (25 – 30 сентября 2006 г., г. Тамбов) / ТГТУ. – Тамбов, 2006. – 308 с., с. 121-122.

6. *Шенягин В.П.* Пифагор, или Каждый создает свой миф. Философское эссе / Ежемесячный литературный журнал Союза писателей Молдовы «Кодры. Молдова литературная». Кишинев, Кодры. Молдова литературная, 1997, № 9-10. С. 204–227.

Правило 48-ми (49-ти, 50-ти) – возрастание суммы в золотой пропорции ϕ

$$n \approx \frac{48}{r},\ r \approx \frac{48}{n}$$

Правило 96-ти (100) – возрастание суммы в квадрате золотой пропорции ϕ^2 или в e раз

$$n \approx \frac{96}{r},\ r \approx \frac{96}{n}$$

Правило 108-ми – утроение суммы

$$n \approx \frac{108}{r},\ r \approx \frac{108}{n}$$

Правило 12-ти – прирост суммы на 12 процентов

$$n \approx \frac{12}{r},\ r \approx \frac{12}{n}$$

Коэффициенты совершенности чисел, выраженные через гармоничные константы

$$h_{48} \approx h_{108} \approx 2 - \bar{s}_2,\ h_{48} \approx h_{108} \approx 4 - s_2$$

$$h_{72} \approx \frac{s_2}{\sqrt{2}},\ h_{96} \approx \phi$$

Приложение

Дарственная надпись А.В. Зиновьева автору настоящей статьи 10 августа 1996 года.

А. В. Зиновьев

ТАЙНА ОТКРОВЕНИЯ

ПРОРОЧЕСКИЕ ИСЧИСЛЕНИЯ

АПОКАЛИПСИС ИОАННА БОГОСЛОВА

Виктору Павловичу
на добрую память
с пожеланиями успехов
в постижении числовых тайн.
- от автора
А. Зинов

Владимир 1990