С.Л. Василенко

Случайность и «золотая» пропорция в системе «хаос–порядок»

Исторически слово «хаос» появилось в греческой мифологии (греч. *chaos*) и буквально означает беспредельно первобытную массу, из которой впоследствии образовалось все существующее. В повседневной жизни хаотичность характеризует [1] беспорядочность, отсутствие последовательности и стройности. Ближайшие синонимы в русском языке – неразбериха, путаница, сумбур, сумятица и др.

Антоним хаоса – *порядок* – правильное, налаженное состояние, расположение или последовательный ход чего-либо, а также правила, по которым совершается что-нибудь, существующее устройство или режим [1].

Синонимический ряд порядка – налаженность, последовательность, расстановка, система, регламентированность.

В науку хаос вошел как «термин динамики для описания явлений, подобных турбулентному поведению погоды» [2, с. 10], небезосновательно считая, что динамический хаос – основа физической картины основы бытия [3, гл. 1] и «объединяющий элемент в обширной области от классической механики до квантовой физики и космологии» [3, гл. 3].

Хотя и здесь продолжает существовать расплывчатость и неоднозначность понятия хаоса, которое и сегодня часто соотносят с состоянием полного беспорядка и неразберихи.

И все-таки хаос – это не абсолютный беспорядок. Так или иначе, ему присущи свои внутренние, чаще всего скрытые элементы (зародыши) и механизмы организованности.

Ибо даже отсутствие системы – это тоже система.

Например, броуновское движение частицы-трассера в воде, иначе как хаотичным назвать нельзя, хотя оно основано на вполне определенных физических законах. Однако, много раз повторяясь и накладываясь во времени, они приводят к видимости беспорядочного движения каждой конкретной частицы. Здесь хаос (X) – есть результирующая сумма вполне детерминированных взаимодействий или частных порядков (П): $X = \sum_m \Pi_m$.

С другой стороны, хаотическое движение отдельно взятых частиц со временем приводит к полному перемешиванию красителя с водой и упорядочению в смысле однородности системы. Здесь установившийся порядок – есть результирующая сумма отчетливо обнаруживающихся и повторяющихся хаотических движений $\Pi = \sum_n X_n$. То есть хаос на микроуровне может приводить к упорядоченности на макроуровне.

В системном плане подобным проявлениям соответствуют две структуры:

1. Отдельные элементы целого упорядочены, целое → хаос.
2. Отдельные элементы целого хаотичны, целое → порядок.

Так, и турбулентное течение жидкости на макроуровне кажется совершенно беспорядочным или хаотическим, в микроскопическом масштабе – оно высокоорганизованно.

1. Золото в системе «хаос–порядок» (гипотеза). Одни и те же нелинейности могут порождать порядок из хаоса элементарных процессов, а при других обстоятельствах приводить к разрушению того же порядка

В действительности же, идеальный порядок или полный хаос – две идеализированные крайности (категории), которые в реальности не существуют изолированно, но между ними происходит постоянное взаимодействие так, что бытие – это сочетание наблюдаемого (видимого) хаоса и установленного или выявляемого нами порядка.

К ним вполне применимы общие законы сохранения, круговорота и т.п.

Они соотносятся между собой вполне слаженно, взаимно уравновешиваются и "уживаются" рядом в виде некоторого баланса сил.

Исходя из всеобщей гармонии мира, выскажем гипотезу, что между порядком и хао-

сом в их глобальном проявлении существует некая «золотая середина», которая проявляется в отношениях, достаточно близких к "золотой" пропорции:

$$\text{Бытие} = 1 \Rightarrow \text{П} + \text{Х}, \qquad \frac{\text{Бытие}}{\text{П}} \Rightarrow \frac{\text{П}}{\text{Х}}$$

Здесь отражены лишь общие тенденции в проявлении дуализма «порядок–хаос».

То есть элементов упорядоченности (организованности, эктропии) в мироздании все-таки больше, но их существование в пространстве и времени немыслимо без разрушительно-созидательной роли хаотических процессов – ростков порядка.

Как и в социальных проявлениях, свобода без порядка – это полная анархия, тоталитарный порядок без свободы – стагнация, деградация и т.п.

Философия данной проблематики весьма интересна, достаточно сложна и заслуживает отдельного рассмотрения.

Пока же остановимся на некоторых частных ее проявлениях в надежде, что они дадут ключ к большему осмыслению и последующему развитию нашей гипотезы.

2. Термин "хаос" в математике используется в узком смысле для отражения свойств непредсказуемости или существенной зависимости (чувствительности) от начальных условий, когда малые причины порождают большие следствия: одна спичка может сжечь целый лес. «По сути дела, математический хаос – это характерная черта *детерминированных* динамических систем» [2, с. 11] (курсив мой – С.Л.).

Математические системы с хаотическим поведением расчетных переменных обычно описываются системами нелинейных дифференциальных уравнений, являются детерминированными, подчиняются строгим законам, и в этом смысле – упорядочены.

Решения таких систем уравнений даже без участия статистических закономерностей могут носить чрезвычайно сложный (нерегулярный, хаотический) характер, однако они вполне предсказуемы, определены и в любые моменты времени вычисляются в принципе абсолютно точно без случайных погрешностей [4].

Здесь хаос – не синоним случайности, а соответствующее хаотическое поведение выходного сигнала системы не является случайным процессом, хотя и похоже на него.

Можно лишь говорить о хаотическом поведении системы на основании специфических черт изменения ее состояния во внешнем проявлении.

При этом механизмом самого изменения может быть как внутренне определенным и однозначным (детерминированным), так и случайным.

Последнее обстоятельство представляется очень важным.

3. Хаос и случайность. «Наш мир слишком сложен. В нем множество законов сохранения. События в нем разворачиваются в гигантском интервале пространственных и временных масштабов. В нем поразительным образом сочетаются случайность и закономерность» [3, гл. 3].

Реальный мир управляется не только детерминистическими законами, равно как и не абсолютной случайностью.

А все, что происходит случайно и хаотично, уже в силу своего происхождения не имеет явного представления или точного (детерминированного) описания [5, с. 11].

Тем более, невозможно достоверно и правильно предугадать исход таких событий.

В то же время, их значение в природе чрезвычайно велико. Например, известна созидательная роль случайности в жизненных процессах. А развитие человеческой популяции – это и вовсе стохастический процесс с непредсказуемыми встречами будущих супругов.

Так и «результирующее хаотическое поведение динамической системы … существенно обязано своим возникновением не только действию динамических (детерминистских) законов, но и наличию статистических … факторов» [4].

Без этих слабых случайных возмущений хаос принципиально возникнуть не может.

Переходя в хаотический режим, нелинейная динамическая система лишь многократно усиливает слабые флуктуации, в результате чего может потерять устойчивость.

Поэтому математические модели хаоса наряду с нелинейными дифференциальными уравнениями, которые сами по себе не способны привести к хаосу, должны «учитывать в формализованном виде также и эффект флуктуаций, носящий характер случайного» [4].

«Законы хаоса необходимо формулировать на статистическом уровне» [6, с. 38], когда «в статистической формулировке основными объектами физики становятся не траектории и волновые функции, а вероятности» [6, с. 69].

В частности, идея квантов в физике в силу принципа неопределенностей Гейзенберга и наличия неустранимых флуктуаций не позволяет абсолютно точно задавать параметры состояния, вынуждая приводить описание изучаемых явлений к вероятностной форме.

4. Роль распределения Гаусса в природе. В основу анализа положим представления о случайной величине, как мере недетерминированного хаоса в виде «хаотического поведения системы под действием причинно не связанных между собой воздействий» [4].

Нам заранее неизвестна реализация случайной величины в конкретном случае, но могут быть априорные сведения о том, какие она принимает значения (область значений) и с какой частотой (периодичностью).

В соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей и математической статистики (см. приложение 1) сумма независимых одинаково распределённых случайных величин имеет распределение, близкое к нормальному.

То есть, если N случайных выборок извлекаются из совокупности всех данных, то суммы или средние значения выборок будут приблизительно нормально распределены независимо от распределения совокупности, из которой взяты эти выборки.

Нормальное распределение или распределение Гаусса играет важнейшую роль во многих областях знаний.

Центральная предельная теорема позволяет нам обращаться с распределением средних значений выборок, как с нормальным, без необходимости знать распределение всей совокупности (!).

Этот удивительно простой и блестящий факт подтверждает значимость нормального распределения.

Так, физическая величина подчиняется нормальному распределению, если она подвержена влиянию большого числа случайных помех.

Подобная ситуация является наиболее распространенной, поэтому из всех распределений в природе чаще всего встречается именно нормальное распределение, откуда и произошло одно из его названий.

Еще Максвелл показывал, что состояние термодинамического равновесия газа наступает, когда распределение скоростей принимает форму гауссовой кривой. При этом столкновения и непрестанно изменяющие скорости молекул не сказываются более на эволюции распределения скоростей или на среднем числе молекул, движущихся с любой из скоростей. Именно при нормальном распределении скоростей последствия различных столкновений в целом по ансамблю взаимно компенсируются: $\Pi = \sum_n X_n$..

5. "Золото в нормальной случайности".

Рассмотрим нормальное распределение $N(m,\sigma)$ непрерывной случайной величины с нулевым математическим ожиданием (центром) $m = 0$ и дисперсией σ^2.

Плотность вероятности такого распределения равна [7, с. 575]:

$$\varphi(x,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} . \qquad (1)$$

Нормальная функция распределения определяется выражением

$$F(x,\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma}\right)^2}du\,. \qquad (2)$$

Зададимся двумя числами гармонической пропорции $\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

$$a=2-\Phi=1-\Phi^{-1}\approx 0{,}382 \qquad \text{и} \qquad b=\Phi-1=\Phi^{-1}\approx 0{,}618\,.$$

В геометрической интерпретации они соответствуют меньшей и большей частям отрезка единичной длины при его делении "золотым" сечением: $1=a+b$, $1/b=b/a=\Phi$.

5.1. Методом машинного эксперимента установлено, что уравнение относительно σ_b

$$\int_{-b}^{b}\varphi(x,\sigma_b)dx=F(b,\sigma_b)-F(-b,\sigma_b)=b$$

имеет единственное решение $\sigma_b\approx 0{,}707$, $\sigma_b^2\approx 0{,}5$, то есть

$$\int_{-b}^{b}\varphi\left(x,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)dx\approx b\,. \qquad (3)$$

Как следует из теории вероятность того, что значение случайной величины окажется в интервале $[-b,b]$ равно площади S, ограниченной графиком функции $\varphi(x,\sigma)$, осью абсцисс и перпендикулярами, восстановленными в этих точках.

Следовательно, равенство (3) отражает тот факт, что для нормального распределения $N\left(0,\sqrt{0{,}5}\right)$ с дисперсией $\sigma^2=0{,}5$ вероятность P_{σ^2} попадания случайной величины в интервал $[-b,b]$ приближенно (с точностью 10^{-4}) равна $b=\Phi^{-1}$ (рис. 1):

$$\begin{cases} P_{0,5}\left(|x|\le\Phi^{-1}\right)\approx\Phi^{-1}, \\ P_{0,5}\left(|x|>\Phi^{-1}\right)\approx\Phi^{-2}. \end{cases} \qquad (4)$$

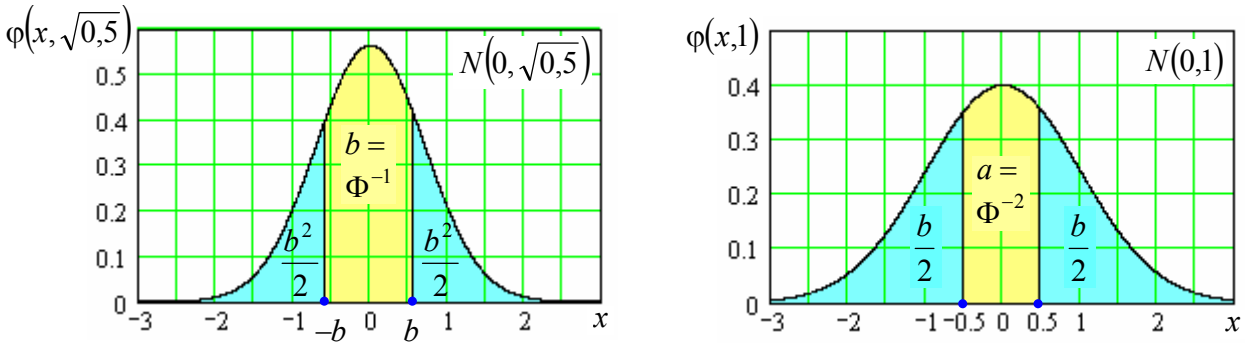

Рис. 1. Нормальные распределения $N(0,\sigma)$ случайной величины с явным наличием свойств "золотой" пропорции

Закономерности (3)–(4) назовем правилом «обратного фи».

5.2. Для стандартного нормального распределения $N(0,1)$ с единичной дисперсией $\sigma^2=1$ выполняется другое соотношение, обладающее признаками "золотого" сечения,

$$\int_{-0.5}^{0.5} \varphi(x,1)dx \approx a\,. \qquad (5)$$

Согласно равенству (5) для нормального распределения $N(0,1)$ с дисперсией $\sigma^2 = 1$ вероятность P_{σ^2} попадания случайной величины в интервал единичной длины $[-0{,}5;\ 0{,}5]$ приблизительно (10^{-3}) равняется $a = \Phi^{-2}$ (рис. 1):

$$\begin{cases} P_1(|x| \le 0{,}5) \approx \Phi^{-2}, \\ P_1(|x| > 0{,}5) \approx \Phi^{-1}. \end{cases}$$

Соответственно вероятность выпадения из отрезка равна $1 - a = \Phi^{-1}$:

$$\Phi^{-1} \approx 1 - \int_{-0,5}^{0,5} \varphi(x,1)dx = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1/2}^{1/2} e^{-\frac{x^2}{2}} dx\,.$$

Последнее уравнение связывает три фундаментальные математические константы π, e, Φ:

$\pi \approx 3{,}142$ – Архимедова константа, сопоставляющая длину окружности к диаметру;

$e \approx 2{,}718$ – основание натурального логарифма (константа Непера или Эйлера), единственное число, для которого верно $\int_1^e \frac{dx}{x} = 1, \quad \frac{dx}{x} e^x = e^x$;

$\Phi \approx 1{,}618$ – число Фидия, воспроизводящее гармонию частей в целом в виде ассиметричной симметрии, $\Phi - \Phi^{-1} = 1$.

Число 2 отражает дульные или двойственные признаки мироздания, в основе которого на любом его уровне лежат две противоположности.

Говоря о данном соотношении основных констант, нельзя не упомянуть уникальную формулу Злобина [8]:

$$\pi\Phi e^{-\Phi} \approx 1{,}0079 \text{ – точный атомный вес водорода.}$$

Учитывая взаимосвязь нормальной функции распределения $F(0,1)$ с функцией ошибок [7, с. 579] $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du$, очевидным становится выражение (с точностью до четвертого знака после запятой)

$$\operatorname{erf}(\pm b) \approx \pm b \quad \text{или} \quad \operatorname{erf}\left(\pm \Phi^{-1}\right) \approx \pm \Phi^{-1}\,.$$

Подобная формула может быть записана и через дополнительный интеграл вероятности [7, с. 739] $\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty e^{-u^2} du = 1 - \operatorname{erf}(z)$:

$$\operatorname{erfc}\left(-\Phi^{-1}\right) \approx \Phi\,.$$

Сравнение выражений (3) и (5) приводит к равенству

$$\int_{-0,5}^{0,5} \varphi(x,1)dx + \int_{-b}^{b} \varphi\left(x, \sqrt{0{,}5}\right)dx \approx 1\,, \qquad (6)$$

которое через "золотую" пропорцию объединяет два нормальных распределения с разными дисперсиями σ^2: 1 и 0,5.

Анализируя это равенство с точки зрения отношений в системе «хаос–порядок» ($\text{Х}+\Pi=1$) и его транспонирования на наши исходные рассуждения, можно высказать ряд общих соображений (табл. 1).

Таблица 1

Отношения в системе «хаос–порядок» и их сопоставление с "золотой" пропорцией в нормальных распределениях вероятностей

Утверждения	*Сравнение с нормальным распределением и «золотой» пропорцией*
Суть бытия состоит в равновесии противоположных процессов хаоса и порядка	$1=\text{Х}+\Pi$
В порядке и хаосе заложены элементы случайностей	$\text{Х}\in N(0,1)$; $\Pi\in N\left(0,\sqrt{0{,}5}\right)$
Хаосу соответствует большая дисперсия ("распыленность", размытость), чем порядку	$\sigma_{\text{Х}}^2=1$; $\sigma_{\Pi}^2=0{,}5$
Хаоса всегда меньше, чем порядка	$\text{Х}=0{,}382$; $\Pi=0{,}618$
В своем фиксированном проявлении хаос более сконцентрирован (активен, сосредоточен), чем порядок. В своих взаимодействиях, круговороте и фиксированных проявлениях хаос стремится к порядку, а порядок может вырождаться в хаос	$\text{Х}\Leftarrow\lvert x\rvert\le 0{,}5$ $\Pi\Leftarrow\lvert x\rvert\le 0{,}618$

Нормальные распределения образуют масштабно-сдвиговое семейство с параметром масштаба σ^{-1} и параметром сдвига $m\sigma^{-1}$. Поэтому при исследовании реальных процессов разной природы в формулах (3)–(6) допускается масштабирование.

Например, можно одновременно изменять среднеквадратические отклонения σ и интервалы интегрирования с действительным коэффициентом пропорциональности $k>0$,

$$\underbrace{\int_{-0{,}5k}^{0{,}5k}\varphi(x,k)dx}_{0{,}382}+\underbrace{\int_{-bk}^{bk}\varphi\left(x,\frac{k}{\sqrt{2}}\right)dx}_{0{,}618}\approx 1.$$

По аналогии с хорошо известной трактовкой правила «трех сигм» $\int_{-3\sigma}^{3\sigma}\varphi(x,\sigma)dx$ ϕ 99,7 % можно сформулировать ***правило сигмы***:

числовой интервал $\lvert x-m\rvert\le 0{,}5\sigma$ длиной в сигму σ делит нормальное распределение вероятностей $N(m,\sigma)$ в соотношении, близком к "золотому" сечению (рис. 2).

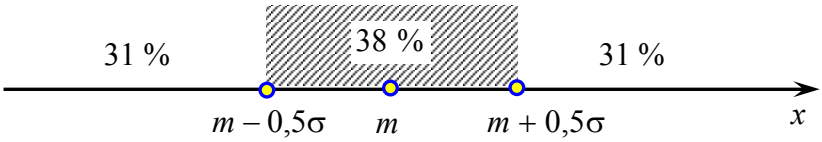

Рис. 2. Рассредоточение нормально распределенной случайной величины $N(m,\sigma)$ на числовой оси

Иначе говоря, вероятности попадания случайной величины $N(m,\sigma)$ на отрезок $[m-0{,}5\sigma,\ \ m+0{,}5\sigma]$ или вне его соотносятся в виде "золотой" пропорции 0,38: 0,62.

В частности, уравнения (3), (5) могут быть масштабированы

$$\int_{-1}^{1}\varphi(x,2)dx\approx a,\qquad \int_{-1}^{1}\varphi\left(x,\frac{\Phi}{\sqrt{2}}\right)dx\approx b.$$

Не менее интересные свойства обнаруживаются и для кубических степеней "золотой" пропорции:

$$\int_{-b^3}^{b^3} \varphi\left(x, \sqrt{b}\right) dx \approx b^3 = \Phi^{-3}. \qquad (7)$$

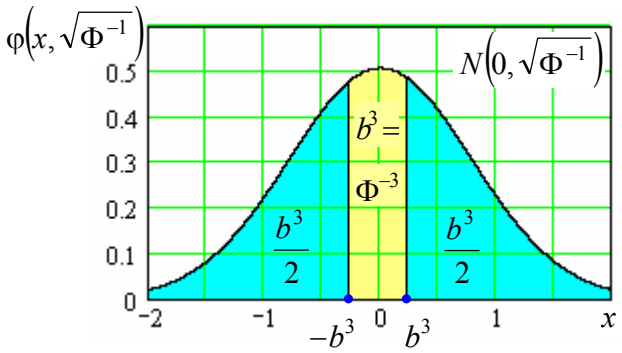

Рис. 3. Вероятностные характеристики нормального распределения с признаками "золотой" пропорции

Согласно равенству (7) при нормальном распределении $N\left(0, \sqrt{b}\right)$ с дисперсией $\sqrt{b} = \sqrt{\Phi^{-1}}$ вероятность P_{σ^2} попадания случайной величины в интервал $\left[-b^3, b^3\right]$ приближенно (с точностью 10^{-5}) равна b^3 (рис. 3)

$$\begin{cases} P_{\Phi^{-1}}\left(|x| \le \Phi^{-3}\right) \approx \Phi^{-3}, \\ P_{\Phi^{-1}}\left(|x| > \Phi^{-3}\right) \approx 1 - \Phi^{-3}. \end{cases}$$

Точки $x = \pm\sigma$ являются точками перегиба для плотности вероятности нормального распределения $N(0, \sigma)$:

$$\frac{d^2}{dx^2}\varphi(x, \sigma) = 0.$$

Значения функции и скорость ее изменения (угол наклона к оси абсцисс), которая в этих точках принимает наибольшие значения, соответственно равны

$$\varphi(\sigma, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}}, \qquad \varphi'(\sigma, \sigma) = \frac{1}{\sigma^2\sqrt{2\pi e}}.$$

Для стандартного нормального распределения $N(0, 1)$ в точках перегиба $x = \pm 1$:

$$\varphi(1, 1) = \varphi'(1, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi e}} \approx 0{,}242.$$

6. Идеальное в неидеальном. Следует особо подчеркнуть, что приближенность равенств (3)–(6) является большим плюсом, нежели слабым местом или изъяном наших результатов. Было бы наивным думать, что в статистических закономерностях "золотое" сечение проявит себя идеально. Слишком разные у них «сферы деятельности».

Но как в нормальности распределений, так и "золотой" пропорциональности просматривается объединяющее гармонизирующее начало в развитии процессов и явлений.

Здесь не обязательно искать стопроцентную сходимость. Ее, по-видимому, просто нет, хотя бы в силу существенной иррациональности числа Ф.

Но зато есть объединяющие тенденции, что представляется нам более важным для построения единой обобщающей модели мироздания. И погоня за идеальностью в неидеальной системе «хаос–порядок» тут не так уж важна.

Например, в работе [9] утверждается, что для биномиального распределения с дискретной функцией вероятности $f_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ при $p = 0{,}5$ и увеличении $n = \overline{1, 500}$ Н-мера хаоса [10, 11] асимптотически стремится к "золотому" сечению (!?),

где $0 \le p \le 1$ – вероятность "успеха"; $n \ge 0$ – число испытаний, $k \in \{1, 2, \ldots n\}$;

$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ – биномиальные коэффициенты;

Н-мера неопределенности состояния системы (мера хаоса, информационная энтропия) и I-мера определенности состояния системы (мера порядка) при достаточно больших значениях k связаны нормированным (через основание логарифма k) уравнением

$$1 = \mathrm{H}_k + \mathrm{I}_k = -\sum_{i=1}^{k} f_i \log_k f_i + \sum_{i=1}^{k} f_i \log_k k f_i \,.$$

Но действительно ли это "золотая" асимптота? Ведь в силу центральной предельной теоремы биномиальное распределение при $n \to \infty$ вырождается в нормальное. Но наши результаты подобных идеальных проявлений «золота в нормальности» не дают.

Расчеты показывают (рис. 4), что при дальнейшем увеличении числа испытаний n ни о каком доподлинном и точном "золотом" соотношении между хаосом и порядком в этом случае говорить не приходится, и нужно искать иные закономерности.

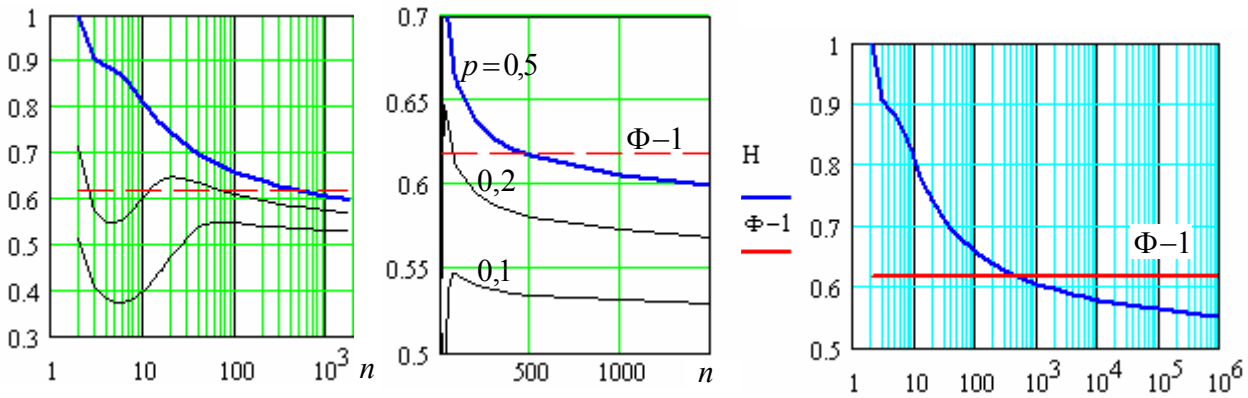

Рис. 4. Графики изменения Н-меры хаоса
для системы с биномиальным распределением вероятностей

Прямая линия $\Phi - 1 \approx 0{,}618$ не является асимптотой для рассматриваемого процесса с биномиальным распределением, хотя и проходит от него достаточно близко при $n = 500$.

Примечание. При очень больших величинах n значения биномиальных коэффициентов резко увеличиваются, а p^n – наоборот уменьшаются, поэтому расчеты на ЭВМ при $p = 0{,}5$ целесообразно выполнять итерационно для $C_n^k p^n$ (см. приложение 2).

7. Дифференциальная энтропия. Из теории информации известно, что среди всех непрерывных распределений с фиксированной дисперсией σ^2 наибольшую дифференциальную энтропию

$$H = -\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) \log_c \varphi(x) dx$$

имеет именно нормальное распределение $H_{N(m,\sigma)} = \log_c\left(\sigma\sqrt{2\pi e}\right)$.

В частности, для стандартизованного гауссового распределения с единичной дисперсией $\sigma^2 = 1$ и десятичного логарифма (основание $c = 10$) величина $H \approx 0{,}616$.

Следует отметить, что информационный смысл имеет не столько сама дифференциальная энтропия, сколько разность или соотношение двух дифференциальных энтропий, чем и объясняется ее название.

Соотношение мер «хаоса–порядка», выражаемое через дифференциальную энтропию и дифференциальную I-меру определенности состояния системы [10, 11]

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) \log_c c\varphi(x) dx \quad \Rightarrow \; 1 - H \,,$$

в десятичных логарифмах для нормального распределения максимально приближено к "золотому" сечению, чуть-чуть не «дотягивая» до его истинного значения (рис. 5).

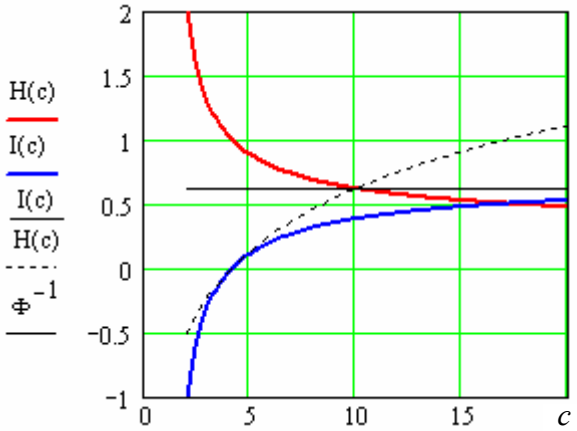

Рис. 5. Соотношение мер хаоса-порядка для нормального распределения

Обратим внимание, что все наши рассуждения в подразделах 5–7 выполнены чисто математически и не привязаны к конкретной физической системе, что существенно повышает уровень их обобщения и распространения на любые природные явления с возмущениями и флуктуациями, для которых выполняется центральная предельная теорема.

В этом контексте установление соотношений (3)–(7) с явным наличием признаков "золотой" пропорции, можно считать значимым результатом для последующего обоснования движущих сил в развитии многих природных процессов и выявления общих механизмов и причинно-следственных зависимостей в гармонии мироздания.

Вместо заключения. Надо полагать, что равновесное протекание процессов хаоса и порядка составляет суть бытия, основу существования и развития мироздания.

Созидательно-разрушительные свойства присущи как порядку, так и хаосу.

Как две диалектические противоположности они немыслимы друг без друга.

Без элементов хаоса и случайности в идеальной упорядоченной системе невозможна самоорганизация и эволюция.

И хотя видимый (наблюдаемый) хаос больше ассоциируется с дезорганизацией и потерей устойчивости, он одновременно несет с собой зародыши будущей упорядоченности системы и является если не ее сердцевиной, то, как минимум – спусковым крючком и исполнительным механизмом.

Поскольку хаос, так или иначе, содержит в себе элементы случайностей, то его макро-характеристики и тенденции глобальных проявлений согласно центральной предельной теореме теории вероятностей следует изучать с привлечением нормальных распределений.

Наши математические расчеты и выявленные закономерности с приемлемой точностью результатов открывают значимость и роль "золотого" сечения в вероятностно-статистических взаимоотношениях хаоса–порядка в качестве основы сбалансированного состояния этих двух противоположных процессов под общим тезисом (рис. 6):

от хаоса к порядку и наоборот
– через нелинейную динамику, случайность и "золотую" пропорцию.

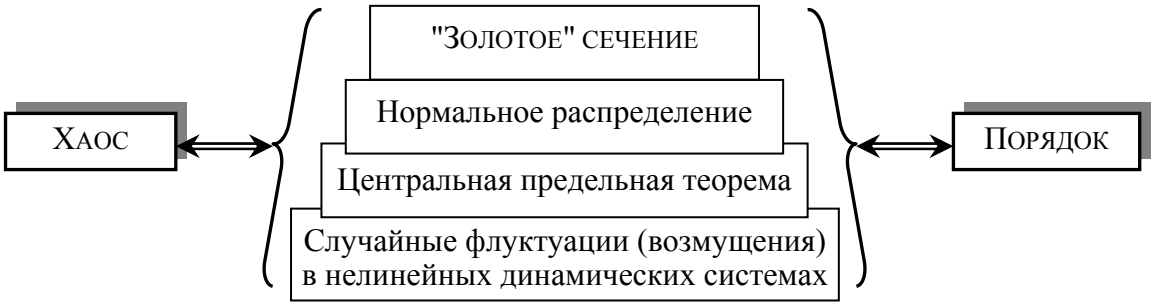

Рис. 6. Схематическое отображение математической гармонии природы в системе «хаос–порядок»

Выводы.

1. В основе бытия и гармонии мира как диалектического единства и борьбы двух противоположностей в системе «хаос–порядок» лежат математические представления о "золотом" сечении и центральной предельной теореме.

2. Временные нарушения устойчивости и обмен энергией и информацией в системе «хаос–порядок» происходят под воздействием случайных гауссовых факторов, характеризуемого симбиозом двух правил:

правило сигмы: числовой интервал $|x| \le 0{,}5$ длиной в сигму $\sigma^2 = \sigma = 1$ делит нормальное распределение вероятностей $N(0,1)$ в соотношении, близком к "золотой" пропорции

$$\int_{-0.5}^{0.5} \varphi(x,1)dx \approx 2 - \Phi = a \approx 0{,}38\,;$$

правило обратного фи: числовой интервал $|x| \le \Phi^{-1}$ делит нормальное распределение вероятностей $N\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ с дисперсией $\sigma^2 = 0{,}5$ в соотношении, близком к "золотой" пропорции

$$\int_{-\Phi^{-1}}^{\Phi^{-1}} \varphi\left(x, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)dx \approx \Phi^{-1} = b \approx 0{,}62\,.$$

Литература.

1. *Ожегов С.И.* Словарь русского языка. / Под ред. Н.Ю. Шведовой. – 19-е изд., испр. – М.: Русский язык, 1987. – 750 с.

2. *Кроновер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

3. *Пригожин И.*, *Стенгерс И.* Время, хаос, квант. К решению парадокса времени: Пер. с англ. / 5-е изд., испр. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 240 с.

4. *Шарыпов О.В.* Детерминированный хаос и случайность. – 2001. – http://filosof.historic.ru/books/item/f00/s00/z0000242T.

5. *Рюэль Д.* Случайность и хаос. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 192 с.

6. *Пригожин И.* Конец неопределенности. Время, хаос и новые законы природы. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – 2000. – 208 с.

7. *Корн Г.*, *Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – 6-е изд. стер. – СПб.: Лань, 2003. – 832 с.

8. *Стоунхилл П.* Послание строителей Стоунхенджа. – http://aurahome.narod.ru/stonehill4.html.

9. *Иванус А.И.* Золотое сечение в системах с биномиальным законом распределения // Академия Тринитаризма, М., Эл № 77-6567, публ.13681, 18.08.2006.

10. *Харитонов А.С.* Симметрия хаоса и порядка в круговороте энергии: Холистическая парадигма триединства природы, человека и общества. – М.: Энергия, 2004. – 172 с.

11. *Харитонов А.С.* Симметрия мер хаоса и порядка в системах с постоянно изменяющейся структурой динамических элементов // Физика. Известия вузов. – 2004. – № 1. – С. 46–51.

Приложение 1

Центральная предельная теорема (для одинаково распределенных слагаемых).

Пусть X_i – независимые одинаково распределенные случайные величины с математическими ожиданиями $M(X_i) = m$ и дисперсиями $D(X_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2, 3, ...$

$$M(X_1 + X_2 + ... + X_n) = nm, \;\; D(X_1 + X_2 + ... + X_n) = n\sigma^2.$$

Тогда приведенная случайная величина $U_n = \dfrac{X_1 + X_2 + ... + X_n - nm}{\sigma\sqrt{n}}$ для суммы $X_1 + X_2 + ... + X_n$ при $n \to \infty$ имеет стандартное нормальное распределение $N(0,1)$: $M(U_n) = 0, D(U_n) = 1$, то есть для любого x существует предел

$$\lim_{n\to\infty} P(U_n < x) = F(x),$$

где $F(x)$ – функция стандартного нормального распределения.

Приложение 2

```
B(k,n,p) := | k ← n − k  if  2·k > n
            | n' ← n − k
            | ind ← 0
            | b ← 1
            | for  j ∈ 1 .. k                          if  k ≠ 0
            |   | b ← b·(n' + j)/j
            |   | if  b > 10^300
            |   |   | α ← trunc(−log(b)/log(p)) + 1
            |   |   | ind ← ind + α
            |   |   | b ← b·p^α
            | b ← b·p^(n−ind)
```

Текст программы в математической среде MathCad для расчета величины $C_n^k p^n$