Борис Розин

Об обобщаемости золотого сечения

Благодаря уточнению С.Л. Василенко своей позиции в статье «Геноматрица Квадратичных Рядов Фибоначчи» [1] http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161536.htm стало возможным выделить основные тезисы, точнее антитезисы, исследовательской деятельности доктора Василенко в области золотого сечения:

- лингвистическая неправомерность использования термина *математика гармонии* [2, 3];
- принципиальная невозможность обобщения золотой пропорции [1,2,3].

На первый антитезис дал исчерпывающий ответ лингвист профессор Мартыненко [4]. Не хочу растаскивать этот прекрасный образец научного видения лингвистических проблем на цитаты, поэтому рекомендую прочитать ее полностью на сайте «Академия Тринитаризма».

Для ответа на второй вопрос необходимо рассмотреть два понятия:

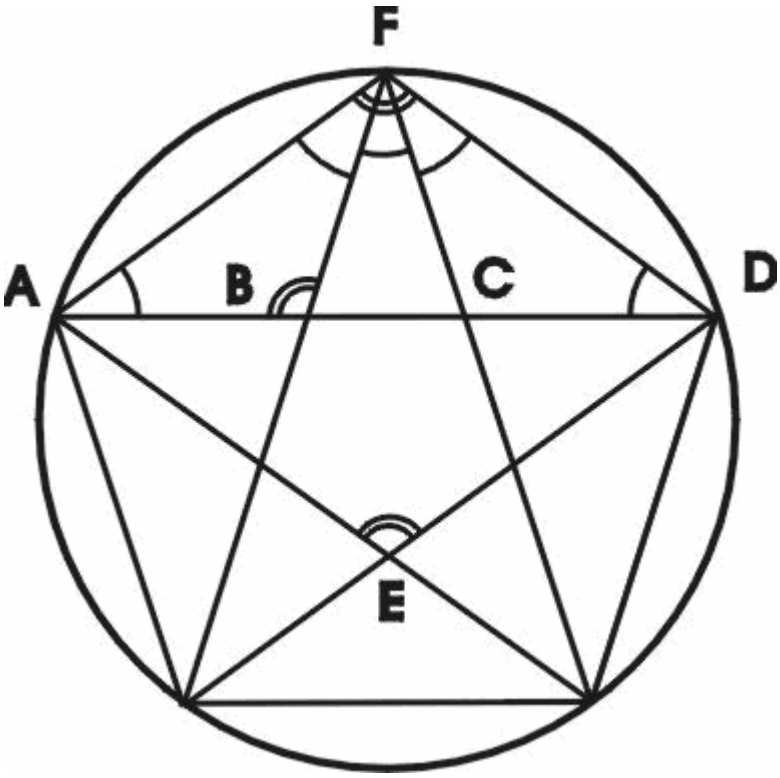
- что есть золотая пропорция и каковы ее математические свойства
- что такое обобщение.

О термине **обобщение** Wikipedia (ru.wikipedia.org), ссылаясь на [5], нам сообщает:

"Мысленное выделение каких-нибудь свойств, принадлежащих некоторому классу предметов, и формулирование такого вывода, который распространяется на каждый отдельный предмет данного класса."

Математический феномен, называемый золотым сечением или золотой пропорцией, обладает целым рядом замечательных свойств, вот основные из них:

1. Деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Из решения этой задачи можно получить квадратное уравнение $x^2 - x - 1 = 0$, положительным корнем которого является основание золотой пропорции $\tau = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803....$
2. Основание золотой пропорции есть предел отношения двух последовательных членов рекуррентного ряда $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, причем с любыми начальными членами.
3. Формула Бине, связывающая ряд Фибоначчи с основанием золотой пропорцией
$$F_n = \frac{\tau^n - (-1)^n \tau^{-n}}{\sqrt{5}}$$
4. Одновременная мультипликативность и аддитивность: $\tau^n = \tau \times \tau^{n-1} = \tau^{n-1} + \tau^{n-2}$.
5. Связь с пентагональной симметрией



$$\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|AC|}{|AB|}=\frac{|AD|}{|AC|}=\tau$$

Углы ABF, AFD и AED равны $\frac{1}{5}\pi$, а углы ADF, AFB, BFC равны $\frac{3}{5}\pi$, при этом:

$$\cos\left(\frac{1}{5}\pi\right)=\frac{1}{2}\tau \qquad \text{и} \qquad \cos\left(\frac{3}{5}\pi\right)=-\cos\left(\frac{2}{5}\pi\right)=-\frac{1}{2}\frac{1}{\tau}$$

6. Связь с биноминальными коэффициентами и треугольником Паскаля.
7. Представление в виде радикалов и в виде цепной дроби:

$$\tau=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{\ldots}}}}} \qquad \tau=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\ldots}}}}}.$$

8. Связь с объектами Живой Природы (филлотаксис, пропорции в теле человека и т.п.)

Несомненно, золотое сечение уникально и неповторимо. Ни одно число не может обладать всем «букетом» таких свойств.

Зададим вопрос, а могут ли другие числа или группы чисел обладать одним или несколькими свойствами, сходными со свойствами золотого сечения. Оказалось, что могут. Под **обобщением мы понимаем расширение одного или нескольких свойств золотого сечения на группу чисел или последовательностей чисел.**

Пример 1. Обобщенные числа Фибоначчи (р-числа Фибоначчи)

«Треугольник Паскаля» известен достаточно давно и входит в курс математики для школы.

Биноминальные коэффициенты								∑ ряда
1								1
1	1							2
1	2	1						4
1	3	3	1					8
1	4	6	4	1				16
1	5	10	10	5	1			32
1	6	15	20	15	6	1		64
1	7	21	35	35	21	7	1	128

Сдвинем каждую колонку на одну ячейку вниз относительно левой колонки

Биноминальные коэффициенты					∑ ряда
1					1
1					1
1	1				2
1	2				3
1	3	1			5
1	4	3			8
1	5	6	1		13
1	6	10	4		21
1	7	15	10	1	34

Получили ряд Фибоначчи $F_{n+2} = F_{n+1} + F_{n,}$

Еще раз сдвинем каждую колонку на одну ячейку вниз относительно левой колонки

Биноминальные коэффициенты				∑ ряда
1				1
1				1
1				1
1	1			2
1	2			3
1	3			4
1	4	1		6
1	5	3		9
1	6	6		13
1	7	10	1	19

Получили рекуррентный ряд $F_{n+3} = F_{n+2} + F_{n,}$

Если продолжать сдвиг колонок, то будем получать рекуррентные ряды $F_{n+1+p} = F_{n+p} + F_{n,}$ которые предложили Витенько и Стахов в 1970 г. [6]. Эти ряды получили название **обобщенные числа Фибоначчи или р-числа Фибоначчи.** На мой взгляд, наибольший интерес представляет тот факт, что при р=0 мы получаем ряд 2^k , значит, ряд 2^k является частным случаем р-рекуррентного ряда. Это позволило Стахову [7] предложить коды Фибоначчи, основанные на рекуррентных рядах $F_{n+1+p} = F_{n+p} + F_n$, в качестве альтернативы бинарному коду, для представления информации в ЭВМ.

Предел отношения F_{n+1+p} к F_n был назван **р-золотыми сечениями**, которые можно вычислить из уравнения $x^{p+1} - x^p - 1 = 0$.

Таким образом, налицо обобщение группы свойств Золотого сечения на новый класс последовательностей.

Заметим, что на основании математического аппарата p-чисел Фибоначчи и золотых p-сечений доктор философских наук Э.М. Сороко [8] сформулировал «Закон структурной гармонии систем»: *«Обобщенные золотые сечения суть инварианты, на основе и посредством которых в процессе самоорганизации естественные системы обретают гармоничное строение, стационарный режим существования, структурно-функциональную ... устойчивость».*

Пример 2. Металлические пропорции.

Рассмотрим рекуррентные ряды $M_{n+2} = mM_{n+1} + M_n$.

Предел отношения M_{n+1} к M_n был назван m-золотыми сечениями. m-золотые сечения можно вычислить как положительные корни уравнения $x^2 - mx - 1 = 0$. Причем m-золотые сечения обладают представлением в виде радикалов и в виде цепной дроби:

$$\tau_m = \sqrt{m + \sqrt{m + \sqrt{m + \sqrt{m + \sqrt{\ldots}}}}} \qquad \tau_m = \cfrac{1}{m + \cfrac{1}{m + \cfrac{1}{m + \cfrac{1}{m + \cfrac{1}{\ldots}}}}}.$$

Египетский математик Газале [9] вывел «формулы Бине» для рекуррентных рядов $M_{n+2} = mM_{n+1} + M_n$:

$$M_n = \frac{\tau_m{}^n - (-1)^n \tau_m{}^{-n}}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

Как и в первом примере, мы видим расширение группы свойств золотого сечения на m-золотые сечения. Нашему оппоненту следовало бы почитать архив «Академии Тринитаризма» полутора-двухлетней давности, какая нешуточная дискуссия развернулась о приоритете m-золотых сечений, поскольку к этим пропорциям независимо друг от друга и практически одновременно пришло несколько исследователей (Вера Шпинадель, Мидхат Газале, Джей Каппрафф и Александр Татаренко). Арбитром выступил профессор Стахов, что еще раз свидетельствует о его высоком научном авторитете. Приоритет был признан за известным аргентинским математиком **Верой Шпинадель**. Профессор Вера Шпинадель - Президент Международной Ассоциации «Математика и Дизайн», автор многих работ в области золотого сечения. С ее резюме можно познакомиться по адресу http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0529-00.htm. Вера Шпинадель ввела термин «Металлические пропорции», m=1 - золотая, m=2 - серебряная, m=3 - бронзовая и т.д. Поэтому высказывание Василенко «*алюминиево-каструльные пропорции*» являются оскорбительными не только для Веры Шпинадель, но и для других соавторов этого математического открытия (Мидхата Газале, Джея Каппраффа и Александра Татаренко). И они недопустимы для исследователя, имеющего ученую степень доктора наук. Подобного рода высказывания допустимы для какой-то бульварной газеты, но не для серьезного научного издания, которым является сайт Академии Тринитаризма.

Так же хотелось бы получить лингвистическо-правовую оценку следующих высказываний Василенко на сайте Академии Тринитаризма:

- «"золотые подвески" – фальшивые, как издержки самозваных авторских терминологий, применяемых ими ради красного словца в погоне за сенсациями»

- «самовозвеличение ... у авторов и соавторов (солистов и подпевал) подобных псевдонаучных обобщений..»

- «бессодержательность лженаучной идиомы "коды (обобщения) золотого сечения"».

Мне очень хотелось бы, чтобы доктор технических наук Василенко в своих следующих статьях не уходил от оценки этих высказываний, которые у меня, да и у других членов нашего Клуба, вызывают справедливое возмущение.

Из моей статьи [10] редакция Академии Тринитаризма исключила несколько абзацев с острыми полемическими высказываниями, это ее право. Тогда непонятно, почему уважаемая редакция Академии Тринитаризма печатает оскорбительные выпады Василенко? Или в оригиналах статей Василенко содержались столь неполиткорректные высказывания на фоне которых выше приведенные цитаты показались редакции Академии Тринитаризма вполне в рамках научной дискуссии?

Литература:

1. С.Л. Василенко, Геноматрица квадратичных рядов Фибоначчи // http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161536.htm
2. С.Л. Василенко, Математизация гармонии // http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161533.htm
3. С.Л. Василенко, Идентификация рекуррентных рядов // http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161531.htm
4. Мартыненко Г.Я., Еще раз о термине «Математика гармонии»(взгляд лингвиста) // http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321153.htm
5. Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. Законы истории. Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура. 2-е изд. М.: УРСС, 2007.
6. Витенько И.В., Стахов А.П. Теория оптимальных алгоритмов аналого-цифрового преобразования. – В кн. Приборы и системы автоматики, вып. 11. Харьков, Изд-во Харьковского университета, 1970.
7. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения. М., Советское Радио, 1977.
8. Сороко Э.М. Структурная гармония систем. Минск, Наука и техника, 1984.
9. Gazale Midhat J. *Gnomon. From Pharaohs to Fractals*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999 (русский перевод, 2002 г.)
10. Борис Розин, Обсуждение «Идентификация рекуррентных рядов». Взгляд не эколога // http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321152.htm