А.П. Стахов

О лженаучном понятии «золотые *p*-сечения»

1. Введение

С огромным упорством, достойным другого применения харьковский исследователь С.Л. Василенко пытается подвергнуть сомнению научное направление «Математика гармонии». В недавней своей статье он начал с «благих пожеланий», а закончил обвинениями в «лженауке» тех, кто пользуется понятиями «математика гармонии», «гиперболические функции», «коды золотой пропорции». Приведу цитату из этой статьи С.Л. Василенко **Идентификация рекуррентных рядов** http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161531.htm :

«На основе анализа линейных алгебраических уравнений общего вида и исследования принципов формирования числовых констант показана принципиальная невозможность теоретического обобщения «золотого сечения» и, как следствие, бессодержательность лженаучной идиомы «коды (обобщения) золотого сечения»

Таким образом, обвинение в «лженауке» налицо.

В основном С.Л. Василенко концентрируется вокруг трех пунктов:
1. «Математика Гармонии» - это ненаучное (понимай - лженаучное) словосочетание
2. Гиперболические функции Фибоначчи и Люка, введенные Стаховым, Ткаченко и Розиным – это ненаучные (понимай – лженаучные) функции и их необходимо привести к «стандартному виду», то есть, «параметризировать» (по выражению Василенко)
3. Понятие «золотые *p*-сечения» или «коды золотой пропорции» - это лженаучная идиома (см. приведенную выше цитату)

Что касается «Математики Гармонии», то ответ на это обвинение содержится в двух статьях, опубликованных на сайте «Академия Тринитаризма»:

1. Мартыненко Г.Я. **Математика гармонии и статистика** http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321149.htm.
2. Владимир Мещеряков **Математика Гармонии. Реплика** http://www.trinitas.ru/rus/doc/0021/001a/00211107.htm

Кто такой Г.Я. Мартыненко, распространяться не следует. Достаточно посмотреть его автобиографическую справку http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0687-00.htm

Кто такой Владимир Мещеряков, я не знаю. Его биографической справки на нашем сайте нет.

Для меня эти публикации, которые поддержали мою концепцию «Математики Гармонии», были полной неожиданностью и я хочу выразить благодарность как Мартыненко, так и Мещерякову за эти публикации. Я думаю, что для Василенко эти публикации также стали неприятной неожиданностью, поскольку они показали, что не все читатели АТ разделяют его точку зрения на «Математику Гармонии».

Что касается «гиперболических функций Фибоначчи и Люка», то ответ на обвинения Василенко дан в моей статье **Какой тип «золотых» гиперболических функций использует Природа в ботаническом явлении филлотаксиса?** http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321148.htm. **В этой статье я показал, что именно этот**

класс функций (а не «параметризированные» функции Василенко) использует Природа в ботаническом явлении филлотаксиса.

И это так же блестяще показано в «геометрии филлотаксиса», разработанной Олегом Боднаром, на которого Василенко пытается опираться. **Спорить со Стаховым можно, но с Природой – бесполезно, поскольку ее решения принимаются, но не обсуждаются.**

2. *P*-числа Фибоначчи

А теперь перейдем к «золотым *p*-сечениям». Проведем анализ этого «лженаучного понятия». Мне приходится в который раз повторять историю открытия этого действительно глубокого научного понятия. Это научное понятие тесно связано с понятием *p*-чисел Фибоначчи, которые были открыты **Игорем Витенько и Алексеем Стаховым** в 1970 г. при решении задачи синтеза оптимальных алгоритмов измерения. Но настоящий интерес к *p*-числам Фибоначчи возник в связи с изучением так называемых «диагональных сумм» **треугольника Паскаля**, который является едва ли не главным математическим объектом комбинаторного анализа.

Приведу эти исследования в том виде, как они изложены в моей книге «Введение в алгоритмическую теорию измерения» (1977). Для этого рассмотрим так называемый **прямоугольный треугольник Паскаля** (Табл. 1).

Таблица 1. 0-треугольник Паскаля

1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8
		1	3	6	10	15	21	28
			1	4	10	20	35	56
				1	5	15	35	70
					1	6	21	56
						1	7	28
							1	8
								1
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Будем называть указанную таблицу биномиальных коэффициентов 0-*треугольником Паскаля* (смысл такого определения станет ясным ниже). Если теперь просуммировать биномиальные коэффицента 0-треугольника Паскаля по столбцам, начиная с нулевого столбца, получим *двоичный ряд чисел*:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, …., 2^n, … . \qquad (1)$$

А теперь проделаем некоторые «манипуляции» над треугольником Паскаля. Сдвинем каждый ряд 0-треугольника Паскаля на один столбец вправо относительно предыдущего ряда. В результате такого преобразования мы получим следующую числовую таблицу, называемую *1-треугольником Паскаля.*

Таблица 2. 1-треугольник Паскаля

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
				1	3	6	10	15	21	28
						1	4	10	20	35
								1	5	15
										1
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

А теперь просуммируем биномиальные коэффициенты 1-треугольника Паскаля по столбцам. К нашему изумлению мы обнаружим, что такое суммирование приведет нас к числам Фибоначчи:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots, F_{n+1}, \ldots . \tag{2}$$

где F_{n+1} – (n+1)-е число Фибоначчи, связанное с двумя предыдущими рекуррентным соотношением:

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \tag{3}$$

Числовой ряд (2) образуется на основе рекуррентной формулы (3), если принять следующие начальные условия:

$$F_1 = F_2 = 1. \tag{4}$$

Если теперь в исходном 0-треугольнике Паскаля (Табл. 1) сдвинуть биномиальные коэффициенты каждого ряда на p столбцов вправо относительно предыдущего столбца, (p = 0, 1, 2, 3, ...), то мы получим числовую таблицу, называемую *p-треугольником Паскаля.* Ясно, что 0-треугольник Паскаля, то есть p-треугольник Паскаля, соответствующий p=0, есть ни что иное, как исходный треугольник Паскаля (Табл. 1). 1-треугольник Паскаля представлен в Табл. 2. *P*-треугольники Паскаля, соответствующие p = 2 и p = 3, имеют следующий вид соответственно:

Таблица 3. 2-треугольник Паскаля

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
			1	2	3	4	5	6	7	8
						1	3	6	10	15
									1	4
1	1	1	2	3	4	6	9	13	19	28

Таблица 4. 3-треугольник Паскаля

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
				1	2	3	4	5	6	7
								1	3	6
1	1	1	1	2	3	4	5	7	10	14

А теперь просуммируем по столбцам биномиальные коэффициенты 2- и 3-треугольников Паскаля; в результате мы получим две новые числовые последовательности:

$$1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60, \ldots \tag{5}$$

$$1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 14, 19, 26, \ldots \tag{6}$$

Обозначим n-е члены последовательностей (5) и (6) соответственно через $F_2(n)$ и $F_3(n)$. Легко увидеть следующую закономерность в числовых последовательностях (5), (6), которую мы выразим с помощью следующих рекуррентных формул:

$$F_2(n) = F_2(n\text{-}1) + F_2(n\text{-}3) \qquad \text{для } n \geq 4; \tag{7}$$

$$F_2(1) = F_2(2) = F_2(3) = 1; \tag{8}$$

$$F_3(n) = F_3(n\text{-}1) + F_3(n\text{-}4) \qquad \text{для } n \geq 5; \tag{9}$$

$$F_3(1) = F_3(2) = F_3(3) = F_3(4) = 1. \tag{10}$$

Таким образом, в результате проведенных рассуждений мы обнаружили две новые числовые последовательности. Первую их них, задаваемую рекуррентной формулой (7) при начальных условиях (8), мы будем называть *2-числами Фибоначчи,* а вторую, задаваемую рекуррентной формулой (9) при начальных условиях (10), - *3-числами Фибоначчи*.

В общем случае (произвольное p), суммируя по столбцам биномиальные коэффициенты p-треугольника Паскаля, мы получим числовую последовательность, которая для заданного p = 0, 1, 2, 3, ... задается следующим рекуррентным соотношением:

$$F_p(n) = F_p(n\text{-}1)+F_p(n\text{-}p\text{-}1) \quad \text{для} \quad n>p+1; \tag{11}$$

$$F_p(1) = F_p(2) = \ldots = F_p(p+1) = 1. \tag{12}$$

Числовые последовательности, соответствующие формулам (11), (12), были названы *p-числами Фибоначчи.*

Следует отметить, что рекуррентная формула (11), (12) задает бесконечное количество новых рекуррентных числовых рядов, в том числе, классический двоичный ряд чисел (p=0) и ряд Фибоначчи (p=1).

Таким образом, наши рассуждения привели к открытию нового класса числовых рядов, которые выражают «скрытую гармонию» треугольника Паскаля («диагональные суммы» треугольника Паскаля). И эти числовые последовательности так же уникальны и неповторимы, как и сам треугольник Паскаля! Можно ли этот результат отнести к лженауке? Я думаю, что даже господин Василенко, который имеет ученую степень доктора наук и ученое звание профессора, постесняется это сделать (хотя я в этом не уверен).

3. **Золотые *p*-сечения.**

Перейдем теперь к понятию «золотых p-сечений», которое Василенко предлагает искоренить, как лженаучную идиому.

Хорошо известно, что классические числа Фибоначчи тесно связаны с золотой пропорцией. В частности, предел отношения F_n/F_{n-1} стремится к золотой пропорции. Возникает вопрос: к чему стремится отношение соседних p-чисел Фибоначчи? Для этого рассмотрим предел отношения соседних p-чисел Фибоначчи $\frac{F_p(n)}{F_p(n-1)}$ при $n \to \infty$**.** С этой целью введем следующее определение:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_p(n)}{F_p(n-1)} = x \tag{13}$$

Представим теперь отношение соседних p-чисел Фибоначчи в следующем виде:

$$\frac{F_p(n)}{F_p(n-1)} = \frac{F_p(n-1)+F_p(n-p-1)}{F_p(n-p-1)} =$$

$$= 1 + \frac{1}{\dfrac{F_p(n-1)}{F_p(n-p-1)}} = 1 + \frac{1}{\dfrac{F_p(n-1)\cdot F_p(n-2)\cdots F_p(n-p)}{F_p(n-2)\cdot F_p(n-3)\Lambda\, F_p(n-p-1)}} \tag{14}$$

Принимая во внимание определение (13) для $n \to \infty$ можно заменить выражение (14) следующим алгебраическим уравнением:

$$x^{p+1} = x^p + 1. \tag{14}$$

Обозначим через Φ_p положительный корень алгебраического уравнения (14). Исследуем теперь уравнение (14) для различных значений *p***.** Для случая $p = 0$ уравнение (14) вырождается в тривиальное уравнение $x = 2$**.** Для случая $p=1$ уравнение (14) сводится к алгебраическому уравнению золотой пропорции:

$$x^2 = x + 1, \tag{15}$$

корнем которого является золотая пропорция $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Таким образом, уравнение (14) является обобщением уравнения золотой пропорции (15). Заметим, что уравнение (14) может быть получено в результате следующей геометрической задачи (Рис. 1): разделим отрезок *AB* точкой *C* в следующем отношении:

$$\frac{CB}{AC} = \left(\frac{AB}{CB}\right)^p \tag{16}$$

где *p* – заданное целое число, выбираемое из множества $\{0,1,2,3,\ldots\}$.

Заметим, что пропорция (16) сводится к дихотомии для случая $p=0$ (Рис.1-a) и к классическому золотому сечению для случая $p = 1$ (Рис. 1-b). Учитывая это обстоятельство, деление отрезка *AB* точкой *C* в пропорции (16) было названо *золотым p-сечением,* а положительный корень уравнения (14) - *золотой p-пропорцией.* Ясно, что *золотые p-пропорции* выражают более сложные виды гармонии, которые могут возникать в процессах самоорганизации природных структур. И это блестяще доказано в работах белорусского философа Эдуарда Сороко.

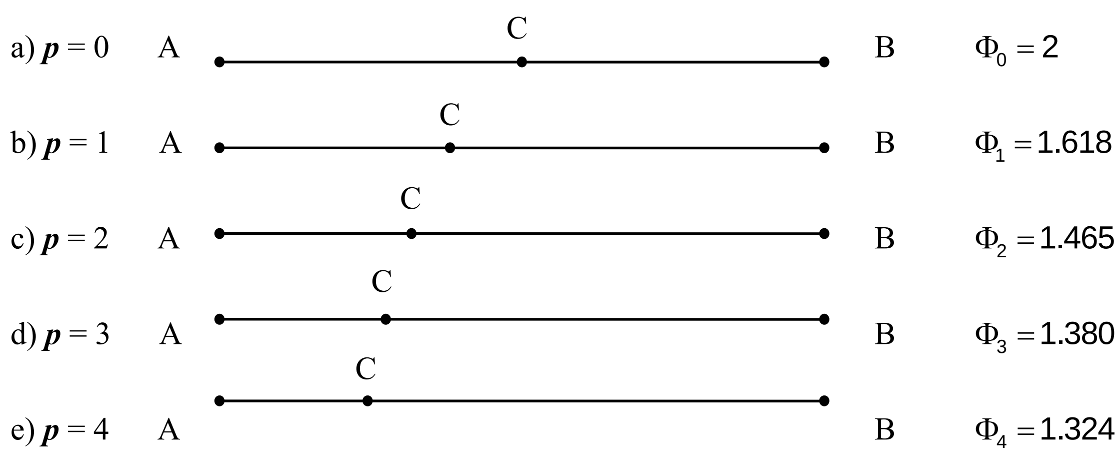

Рисунок 1. Золотые *p*-сечения (p = 0, 1, 2, 3, ...)

Возникает вопрос: где здесь лженаука? «**Золотые *p*-сечения» - это вполне конкретное математическое понятие, которое возникает при исследовании *p*-чисел Фибоначчи, которые являются уникальными числовыми рядами, выражающими «скрытую гармонию» треугольника Паскаля. Но тогда и «золотые *p*-сечения» также выражают эту «скрытую гармонию»!**

Я думаю, что только человек с заранее заданной идеей – разоблачить «Математику Гармонии» и приписать ее к лженаукам, может писать то, что пишет проф. Василенко.

И последнее. Редакция Академии Тринитаризма публикует статьи Василенко без согласования со мной – директором Института Золотого Сечения и вообще - без всякого рецензирования. Я уже неоднократно обращался к редакции с просьбой посылать статьи С.Л. Василенко на рецензирование, чтобы на страницах нашего сайта не появлялись подобного рода «исследования».