

## МНОГОМЕРНЫЙ СИНТЕЗ СТРУКТУРНОЙ ДИХОТОМИИ

Начиная с древних времен, философы и естествоиспытатели обращали внимание на двойственность структуризации вещества, процессов и явлений окружающего мира.

О широком распространении этого феномена в природе свидетельствует и разнообразие появившихся терминов, обозначающих парность в организации мироздания: бинеры, бинигруппы, антиномии, диады, дуализм, биполярность и др. [1].

Для обозначения дуального характера в структуризации материи чаще других используется термин «дихотомия» (греч. *dicha* + *tome* = надвое + деление) с ее несколькими и заметно отличающимися друг от друга толкованиями согласно разным энциклопедическим словарям:

- последовательное деление целого на две части, сопоставленность или противопоставленность двух частей целого;
- ветвление у растений, при котором ось разделяется на две новые, обычно одинаково развитые ветви;
- способ классификации, когда классы и множества, понятия или термины разбиваются на пары соподчиненных или противоположных по смыслу элементов (подклассов, подмножеств и др.);
- деление объема понятия на две взаимоисключающие части, полностью исчерпывающие объем делимого понятия, когда основанием дихотомического деления объема понятия служит наличие или отсутствие видообразующего признака.

В философии дихотомия – раздвоение или способ разделения целого с выделением двух самостоятельных значащих его составляющих частей; бифуркация – тот же процесс, но происходящий в природе спонтанно, самопроизвольно, без участия сознания [2].

Бифуркация означает разделение, раздвоение или разветвление чего-нибудь в двух направлениях (лат. *bis* дважды + *furca* вилы).

Данным термином, который родился в математике, описывают поворотные пункты развития, подчеркивая ситуацию выбора, возможность нескольких вариантов последующего продолжения событий, потерю устойчивости предшествующего состояния [3].

В современных концепциях структурного генеза, неравновесных процессов и динамического хаоса бифуркация – акт спонтанного (лат. *spontaneous* самопроизвольного), внешне ничем недетерминированного (лат. *determinare* – определяющего, обуславливающего) и непредсказуемого разделения надвое изначально однородного процесса, хода течения событий [2].

В этом контексте понятие дихотомии также предполагает раздвоение или способ дефлегмации единого целого с выделением двух самостоятельных составляющих частей, не обязательно равнозначных или одинаковых по мощности, размерам и др.

В целом сама идея целостности, так или иначе, восходит к дихотомии – «примитивному и гениальному орудью, которым природа строит бесконечно совершенный и беспредельно многообразный мир» [4].

Дихотомия обычно используется как инструмент анализа для разделения на две противоположности и двоичного структурирования объекта или явления.

Дихотомическое деление в математике, философии, логике и лингвистике является способом образования взаимоисключающих подразделов одного понятия или термина и служит для образования классификации элементов [<http://ru.wikipedia.org/wiki>].

Ключевым ядром такого деления является лингвистическая пара «теза–антитеза», когда члены дробления взаимно исключают друг друга, и каждый объект делимого множества

попадает только в один из классов *a* или *не-а*: четные – нечетные числа, живые – мертвые, симметрия – асимметрия, ментальное – витальное и т.п.

Дихотомическое деление привлекательно своей простотой, когда два класса исчерпывают делимое понятие, хотя имеет и недостаток, связанный с некоторой неопределенностью той части объема понятия, с которой соотносится отрицание, в частности, обусловленное частицей "не".

Обратим внимание на одно важное обстоятельство, которое почему-то часто упускается из виду: **дихотомия (по определению) не обязательно предполагает деление на две равные (равновеликие, одинаковые) части.**

Поэтому любое деление, например, числовой оси или отрезка единичной длины на две составные части составляет дихотомию по дефиниции.

Деление целого в соотношении "золотого" сечения – тоже дихотомия.

А уже вместе с целым она образует триединство.

Деление целого на две равные части – всего лишь частный, хотя и очень важный случай дихотомии и характеризуется как *бисегментация* (фр. *bisegmentation*)<sup>1</sup>. Можно, конечно, обойтись исключительно словарным запасом русского языка, но тогда к слову «дихотомия» следует добавлять соответствующие прилагательные или качественные признаки, например, равновеликая, симметричная, эквивалентная, равнозначная и т.п.

Геометрическое деление на две равные (равнозначные, равноценные) части в математике известно как *бисекция*, и в частности, применяется для идентификации метода половинного деления (метод деления отрезка пополам) – простейшего численного способа решения нелинейных уравнений.

Формально на уровне геометрии, физики или биологии начала (истоки) возникновения бисегментации и бисекции содержатся в удвоении или делении пополам:

«Простая капля росы на листе травы в пересыщенной паром атмосфере растет и размножается путем деления: когда вследствие своего роста она распадается на две, то каждая из тех, также увеличиваясь за счет оседающих паров, может достичь таких же размеров и так же делиться дальше» [5, гл. 1, § 1];

«Свободная клетка обычно размножается делением на основе своего роста, т. е. присоединения веществ извне» [5, гл. 3, § 1];

«Физический мир устроен на бинарных основаниях; механизмом строительства живых структур является банальная процедура репликации, т.е. деление клетки пополам, – деление, являющееся умножением, поскольку число клеток удваивается... простейшие множатся делением клеток пополам; растения и животные размножаются слиянием двух половых клеток в одну. Дихотомия-двойственность – первый закон целостности – безраздельно господствует в природе» [4].

Итак, исходя из общепринятых научных и философских представлений, дихотомия подразумевает в общем случае произвольное (общее) деление целого на две составные части.

Это чрезвычайно важный аспект в развиваемой математике гармонии и теории пропорции. Он позволяет с единых позиций рассматривать важные вопросы классификации и систематизации разнообразных сечений и адекватных им числовых последовательностей, уяснять их роль и определять пути дальнейшего совершенствования и, наконец, снять накопившиеся терминологические нестыковки и противоречия в этой сфере.

Один такой положительный опыт представлен в работе С. Ясинского [6, с. 115], который, по сути, является первой попыткой систематизации гармонических соотношений и основой для ее последующего осмысления и модернизации, против чего не возражает и сам ее автор.

---

<sup>1</sup> Энциклопедический словарь Ф.А. Брокгауза и И.А. Ефрона. Словарь иностранных слов, вошедших в состав русского языка, А.Н. Чудинов, 1910.

### Примеры дихотомических делений.

Обозначим через  $x$  – отношение целого (единицы) к его большей части.

Соответственно величина  $b = x^{-1}$  задает отношение большего в целом, или абсолютное значение большей части в отрезке единичной длины.

Рассмотрим уравнение  $x^n - x^{n-1} = 1$  с его разностным аналогом  $x_{n+t} = x_{n-1+t} + x_t$ , которые можно найти в работах А. Стахова [7], Д. Пойа [8, с. 393] и др.

Они дают совокупность (дискретный ряд) дихотомических делений целого на две части и сообразных с ними обобщенных последовательностей Фибоначчи:

$n = 1, \lambda_1 = 2$  – бисекция (деление отрезка пополам),  $b = 1/2$  ;

$n = 2, \lambda_2 = \Phi = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618$  – "золотое" сечение,  $b = 0,618$  ;

$n = 3, c = \sqrt[3]{116 + 12\sqrt{93}}, \lambda_3 = \frac{c}{6} + \frac{2}{3c} + \frac{1}{3} \approx 1,466$  – 3-е дихотомическое деление,  $b = 0,682$  ;

$n = 5, c = \sqrt[3]{108 + 12\sqrt{69}}, \lambda_5 = \frac{c}{6} + \frac{2}{c} \approx 1,325$  – 5-е дихотомическое деление,  $b = 0,755$  .

Остальные целые значения  $n$  приводят к уравнениям, разрешимым только численными методами.

Таким образом, алгебраическое уравнение  $x^n - x^{n-1} = 1$  образует счетное множество значений дихотомических делений целого (единичного отрезка) на две части, включая бисекцию ( $n = 1$ ), "золотое" сечение ( $n = 2$ ) и др.

В таком представлении уравнение задает не мифические коды "золотой" пропорции [7], что алогично с точки зрения какого-либо обобщения математических констант, а серию (подкласс) дихотомических кодов, описываемых алгебраическим двухзвенным (по  $x$ ) уравнением старшей степени  $x^n - x^{n-1} = 1$ .

Понятие «старшей степени» здесь подчеркивает наличие подряд идущих старших степеней  $x^n, x^{n-1}$  в отличие, например, от младшей степени  $x$  в уравнении  $x^n - x = 1$ .

Некоторые другие примеры математической пропорции и дихотомического взаимодействия целого и его частей можно найти, например, в статье [9].

**Равнодолевое (симметричное) деление** (половина): Целое 1 одинаково относится к своим частям  $a$  и  $b$ .

$$a = b = \frac{1}{2}, \quad x = \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = 2.$$

Ввиду своего широкого распространения в природе, данная пропорция, несмотря на ее простоту, является предметом тщательного и разностороннего анализа многих ученых.

Так, выбрав "единицу" в качестве символа "целостности" всего сущего, И. Шевелев вводит понятие «Уравнения Первоосновы» [10], позволяющего выразить "единицу" в виде суммы простейших элементов на основе динамической модели суммирования бесконечных рядов. Для равновеликой (симметричной) дихотомии или бисегментации оно выглядит так

$$1 = 2^0 = 2^{-1} + 2^{-1} = \sum_s 2^{-s} . \quad (1)$$

Следует заметить, что (1) не является уравнением и даже формулой, поскольку не содержит аргументов (переменных), а представляет собой сумму бесконечного числового ряда  $s \rightarrow \infty$ , что ближе к понятию числового тождества.

Приняв целочисленные индексы суммирования  $j = \overline{0, n}$  и  $s = \overline{1, n}$ , можно записать сумму ряда бесконечно убывающей геометрической прогрессии  $n \rightarrow \infty$  со знаменателем  $q^{-1}$

$$(q-1) \sum_j q^{-j} = q, \quad (q-1) \sum_s q^{-s} = 1, \quad |q| > 1. \quad (2)$$

Хорошо видно, что по своей сути соотношение (1) – это естественная запись суммы геометрической прогрессии (2) со знаменателем  $q = 2$ .

В работе П. Сергиенко [11] интерпретация данных чисел выглядит еще любопытнее, когда очевидное тождество геометрической прогрессии (при  $j \rightarrow \infty$ )

$$(0,5)^0 - (0,5)^j \equiv (0,5)^j + (0,5)^{j-1} + (0,5)^{j-2} + \dots + (0,5)^3 + (0,5)^2 + (0,5)^1,$$

возводится в ранг открытия, ни много, ни мало, – закона сохранения движения количества вещественного числа  $1/2 = 0,5$ , хотя с таким же успехом подобное тождество согласно (2) можно записать для чисел  $\pi$ ,  $e$ ,  $\sqrt{3}$  и любых других.

Формальным образом оно может быть распространено и на область комплексных значений, например,

$$(2i)^0 = |(2i)^{-1}| + |(2i)^{-1}| = (2i-1) \sum_s (2i)^{-s} = 1, \quad (3)$$

где  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица,  $|\xi|$  – модуль числа.

Многие исследования упомянутых авторов проникнуты достаточно глубокой философией, но она вовсе не усиливается и не становится более аргументированной после ее облачения в такую "эклектичную числовую форму" со статусом первоосновы или закона.

Тем не менее, в отличие от традиционного и общепринятого разбиения целого на две части (в пропорции того же "золотого" сечения), данные работы [10, 11] в завуалированной и нечетко различимой форме подсказывают важность развития другой не менее важной составляющей в теории познания – идеи синтеза.

Надо сказать, в искусстве анализа и разделения целого на части человек достиг незаурядных высот так, что потом часто забывает собрать отдельные составляющие в одно общее – то, что и называется целым с его системными связями между отдельными элементами, и получать те же внешние его проявления, какими оно обладало до разложения.

Особенностью современной науки является ее развитие на интеграционных началах. Происходит обобщение теорий и методов разных научных областей, их взаимопроникновение и создание на этой основе междисциплинарных направлений.

Применительно к гармонии это соотносится со смещением акцента:

*от традиционного анализа* целого по его отдельным частям, превратившегося в главный методологический принцип исследований в области математики гармонии, *к синтезу новых научных знаний* на основе определения наиболее общих закономерностей формирования организованного целого на основе принципа «целое больше суммы своих частей» и гармонизации взаимодействия его элементов.

### **Многомерный синтез дихотомии.**

#### 1. Синтез дихотомии рациональными числами.

Пусть большая часть единичного целого (большее) равна правильной рациональной дроби  $p/q$ , где  $p > q/2$ .

Тогда в зависимости от выбора переменной  $x$ , с учетом свойств геометрической прогрессии можно записать три равнозначных обобщенных (по старшей степени) алгебраических уравнения, справедливых для любых степеней – натуральных значений  $n \geq 1$ ,  $j = 0, n-1$ :

$$x = \frac{\text{целое}}{\text{большее}} = 1 + \frac{q-p}{p} = \frac{q}{p} \Rightarrow x^n - \left(\frac{q-p}{p}\right) \sum_j x^j = 1, \quad (4)$$

$$x = \frac{\text{целое}}{\text{меньшее}} = 1 + \frac{p}{q-p} = \frac{q}{q-p} \Rightarrow x^n - \left(\frac{p}{q-p}\right) \sum_j x^j = 1, \quad (5)$$

$$x = \frac{\text{большее}}{\text{меньшее}} = 1 + \frac{2p-q}{q-p} = \frac{p}{q-p} \Rightarrow x^n - \left(\frac{2p-q}{q-p}\right) \sum_j x^j = 1. \quad (6)$$

Смысл обобщения или многомерности заключается в следующем.

Для любого количества произвольных начальных условий  $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  линейные возвратные уравнения, соответствующие алгебраическим аналогам (4)–(5) с заменой  $x^j \rightarrow x_{j+t}$ , где  $t=0, 1, 2, \dots$  – дискретный шаг, асимптотически сходятся (по теореме Бернулли) к их решениям в виде максимального положительного корня  $\lambda$ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{t+k}/x_t = \lambda^k,$$

где  $k$  – натуральное число; в частности,  $\lambda = q/p > 1$ , если  $x = \text{целое/большее}$ .

То есть по своей сущности и структуре данные алгебраические уравнения  $n$ -й степени воссоздают динамику аддитивно-последовательного взаимодействия  $n$  элементов, которое в конечном итоге приводит к установившемуся дихотомическому равновесию уже двух составляющих в той или иной пропорции (соотношении).

Ввиду дробного представления  $p/q$  рекуррентные числовые последовательности, порождаемые (4)–(6), в общем случае не являются целочисленными.

Но в частном случае, когда меньшая часть составляет  $1/q$ , уравнения (5)–(6) в их разностном варианте приводят уже к целочисленным последовательностям.

Например, для величин  $p=4, q=5$  линейные разностные уравнения, которые адекватны (5)–(6), соответственно запишутся,  $s = \overline{1, n-1}$

$$x_{n+t} = 4 \sum_s x_{s+t} + 5x_t, \quad x_{n+t} = 3 \sum_s x_{s+t} + 4x_t.$$

## 2. Деление целого на две равные части (бисегментация).

Известная задача геометрического деления отрезка пополам определяется простым уравнением  $x=2$ , где  $x$  – отношение целого к его большей или меньшей части.

Умножив это равенство поочередно произвольное число раз на  $x$ , с учетом очевидного тождества  $2x = x + x = x + 2$  получаем *обобщенное уравнение бисегментации*

$$x^n = \sum_{s=1}^{n-1} x^s + 2 = \sum_{j=0}^{n-1} x^j + 1, \quad (7)$$

или в развернутом представлении

$$\begin{aligned} x^n - (x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x) &= 2, \\ x^n - (x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^1 + x^0) &= 1 \end{aligned}$$

В частности, квадратичный аналог деления отрезка пополам (бисекция) имеет вид

$$x^2 - x - 2 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 - x^1 - x^0 = 1$$

с однородным разностным (возвратным) уравнением  $x_{2+t} = x_{1+t} + 2x_t$ .

Алгебраическое уравнение (7) разрешимо в аналитической форме:

– при нечетных значениях  $n=1(\bmod 2)$  содержит основной корень 2 и  $(n-1)/2$  пар сопряженных комплексных корней

$$(-1)^k \cos\left(\frac{k}{n}\pi\right) \pm i \sin\left(\frac{k}{n}\pi\right), \quad k=1, \overline{\frac{n-1}{2}};$$

– при четных значениях  $n=0(\bmod 2)$  содержит пару действительных корней  $(-1, 2)$  и пары сопряженных комплексных корней:

для  $n=2, 6, 10, \dots$  или  $n-2=0(\bmod 4)$  в виде "четверок"

$$\pm \cos\left(\frac{2k}{n}\pi\right) \pm i \sin\left(\frac{2k}{n}\pi\right), \quad k=1, \overline{\frac{n-2}{4}};$$

для  $n=4, 8, 12, \dots$  или  $n=0(\bmod 4)$  в виде сопряженной пары мнимых единиц  $(\pm i)$  и "четверок" комплексных корней

$$\pm \cos\left(\frac{2k}{n}\pi\right) \pm i \sin\left(\frac{2k}{n}\pi\right), \quad k=1, \overline{\frac{n-4}{4}}.$$

Линейное однородное разностное (возвратное) уравнение на основе (7) имеет вид

$$x_{n+t} = \sum_{j=1}^{n-1} x_{j+t} + 2x_t$$

или в развернутой презентации

$$x_{n+t} = x_{n-1+t} + x_{n-2+t} + \dots + x_{1+t} + 2x_t.$$

### Особенности обобщенного уравнения бисегментации (симметричной дихотомии):

1. Главным математическим свойством уравнения (7) является то, что для любого целого  $n \geq 1$  оно имеет действительный и максимальный по модулю корень  $\lambda = 2$  (рис. 1).

2. Все коэффициенты, кроме последнего, равны 1 (в записи уравнения их знак не имеет особого значения, поскольку при переносе влево–вправо он меняется на противоположный).

3. Имеем аналитическое решение в общем виде, что позволяет получать полезные соотношения, основанные на знании всех корней.

4. Обобщенное уравнение порождает бесчисленное множество аддитивно-рекуррентных последовательностей в виде *уравнения суммирующей рекурсии*,  $t = 0, 1, 2, \dots$

$$x_{n+t} = x_{n-1+t} + x_{n-2+t} + \dots + x_{1+t} + 2x_t. \quad (8)$$

5. Последовательности (8):

– могут иметь сколь угодно много любых начальных условий (НУ)  $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ , что обеспечивает дополнительные возможности для использования и расширения знаний в смежных областях науки;

– при любых НУ (затравочных числах) в их взаимодействии по мере роста  $t$  сходятся к числу 2:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x_{k+t}}{x_t} = 2^k$ ;

– допускают их реализацию в виде целочисленных аддитивных рядов при задании целых НУ.

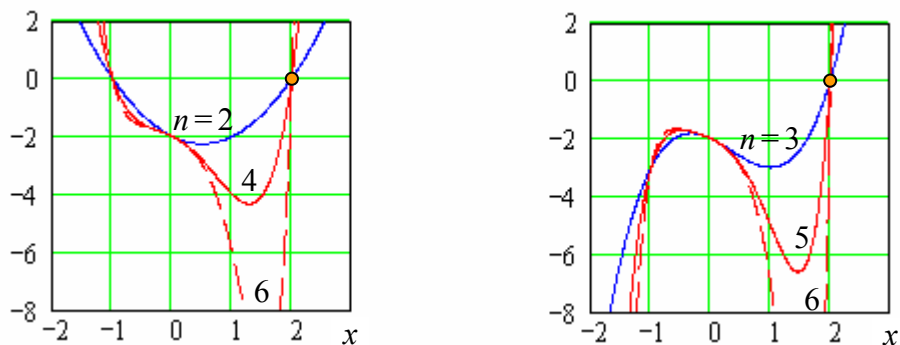


Рис. 1. Особенности изменения алгебраического многочлена

$$x^n - (x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^1 + x^0) - 1 \text{ с максимальным по модулю корнем } \lambda = 2$$

### Заключение и "размышлизмы".

Для многих исследователей математическая пропорция – это только деление, причем исключительно на две части. Конкретным примером могут служить разнообразные приложения того же "золотого" сечения (ЗС). Это не прорехи или упущения, а распространенная методология человеческого анализа сложных систем.

Но как же быть с синтезом и его повсеместным проявлением в окружающем мире?

Допустим, мысленно разделили что-то на две части и установили между ними соотношение. А что же дальше?

Не менее, и даже более важно понять и объяснить механизм, а как же природа синтезирует все свое многообразие в процессе эволюции.

То есть не просто созерцать или выявлять соотношения, а попытаться ответить на вопросы: как и почему они возникают и что потом «несут за собой»?

К примеру, вполне научно установили тесную взаимосвязь сердечных циклов с "золотым" сечением (по Д. Цветкову) и восхищаются гармонией (кстати, по определению, любое соотношение нескольких частей в целом и та же дихотомия – тоже гармония).

Но кто сказал или доказал, что это хорошо или благотворно, чтобы от него приходило в завороченный восторг и состояние экзальтации?

По всей видимости, все как раз с «вероятностью до-наоборот», когда именно данный фактор является первопричиной преждевременного старения человека, способного в идеале жить 200 и более лет.

Похожие обстоятельства могут лежать и в основе гибели цивилизаций или целых народов, исчезнувших с лица земли загадочным и пока необъяснимым образом, когда в своей структуризации они вышли на уровень ЗС, тем самым, разрушив собственную системность и целостность.

Да и вообще, какая структурная добротность, устойчивость и реальная польза "золотого" сечения в контексте систематики (!), кроме его уникальных математических свойств, которые ничего не оставляют для сохранения системных связей частей в целом, фактически и заблаговременно предрекая его на тленность.

Мир, построенный на идеальной гармонической пропорции, – это абстракция (фикция, вымысел), а приближение к ней живого на близкое расстояние небезопасно.

Целостных структур на основе ЗС не существует ни априори, ни апостериори.

А в числах Фибоначчи заложен реальный предел роста (в смысле аппроксимации ЗС), по достижению которого живое перестает быть таковым из-за потери системности, когда ЗС начинает «работать только на самого себя» и практически ничего не отдает целостной структуре в виде системных связей, становясь ее фактическим деструктором.

Так что вся завораживающая красота "золотого" сечения, его восхваление, обожествление или прославление – еще под очень и очень большим вопросом.

А поэтому в математике гармонии важным является также изучение, анализ и синтез других видов дихотомического структурирования, не менее, а возможно и более полезных в практических приложениях.

«Мы должны расчленять целое так, на такие составляющие и элементы, чтобы затем можно было в соответствии с имеющимися у нас способами связать, объединить их в одно целое. Проводя анализ, мы должны уже учитывать нормы и правила последующего синтеза, ориентироваться на них. И это становится основным законом соответствующих процедур исследования» [12, л. 3].

Целое, расчлененное или разобранное на части строго по "золотому" сечению, не собирается обратно в целое при его синтезе, разве что только мысленно.

Суть наших обобщений как раз и состоит в том, что независимо от количества исходных элементов (не только двух), конечный объект теоретически может на всех этапах своего становления воссоздаваться по алгоритму структурной дихотомии – не обязательно «золотой» и непременно симметрично-эквивалентной.

Наряду с обобщенным уравнением гармонической пропорции [13], математические конструкции (4)–(8) – это уравнения синтеза сложных систем, воссоздающие или генерирующие в конечном итоге ту или иную дихотомию, включая тривиальное деление геометрического отрезка на две, в общем случае не равны части.

В этом и состоит суть многомерного дихотомического синтеза как методологического способа обобщения разрозненных знаний о целом, являющегося более сложной задачей, чем анализ его отдельных составляющих, и направленного на совместное выполнение процедур анализа и синтеза, которые взаимосвязаны с категорией структуры целого.

#### Литература.

1. *Патин Ю.С.* Дихотомия – основа бинальной парадигмы Естествознания // Междунар. науч. конгресс – 2004 «Фундаментальные проблемы естествознания и техники». – [http://www.shaping.ru/congress/2004rus\\_text.asp](http://www.shaping.ru/congress/2004rus_text.asp).
2. *Философский энциклопедический словарь* / Ред. сост.: Губский Е.Ф., Кораблева Г.В., Лутченко В.А. и др. – М.: Инфра-М, 2003. – 576 с.
3. *Управление риском.* Риск, устойчивое развитие, синергетика / В.А. Владимиров, Г.Г. Малинецкий, А.В. Подлазов и др. – М.: Наука, 2000. – 432 с.
4. *Алферов С.А.* Встреча с Шевелевым И.Ш. // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 13666, 15.08.2006. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321054.htm>.
5. *Богданов А.А.* Тектология. Всеобщая организация науки. – М.: Экономика, 1989. – Т. 1. – 304 с. – <http://vse-knigi.ru/book/9412>.
6. *Ясинский С.А.* Основы унификации элементарной математики для инженеров-исследователей и место в ней "золотого" сечения. – СПб.: ВАС, 2006. – 124 с.
7. *Стахов А.П.* Коды золотой пропорции. – М.: Знание, 1979. – 64 с.
8. *Пойа Д.* Математическое открытие. – М.: Наука, 1970. – 452 с.
9. *Василенко С.Л.* Математические пропорции взаимодействия целого и его частей // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 15248 от 23.04.2009. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/012a/02322040.htm>.
10. *Шевелев И.Ш.* Метаязык живой природы. – Кострома: Воскресенье, 2000. – 352 с.
11. *Сергиенко П.Я.* Синтетическая геометрия Триалектики. Тезисное изложение. Часть 1 // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 10920, 06.01.2004.
12. *Щедровицкий Г.П.* Процессы и структуры в мышлении (курс лекций) / Из архива Г.П. Щедровицкого. Т.6. – М.: "Путь", 2003. – 320 с.
13. *Василенко С.Л.* Обобщенное уравнение гармонической пропорции. Теория и приложения. – Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15325, 06.06.2009. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321110.htm>.