Олег Черепанов

ОБОСНОВАНИЕ «ЗОЛОТОЙ» АРИФМЕТИКИ: ГЛАВНАЯ ПРОБЛЕМА ГИЛЬБЕРТА И ПАРАДОКС ПИФАГОРА

С интересом слежу за дискуссией, приуроченной оппонентами директора Института Золотого Сечения к его юбилею. И, пытаясь уловить смысл выдвигаемых ими претензий, не могу не заметить личной обиды С. Алферова и С. Василенко на проф. А. Стахова. Но не о ней речь. Возможно, что в развитии «золотой» математики начался этап, когда (чтобы двигаться дальше) надо учредить общий порядок в обозначениях и терминах. Но прежде чем всерьез браться за это дело, необходимо пережить когнитивный диссонанс и в интеллектуальных потугах не лишиться чувства юмора, понижающего меру собственной вины и уровень своей ответственности при возможном фиаско.

В науке часто случается так, что за кем наименование, за тем и приоритет. В своей книге «Где начало того конца?...» (Москва, «Гончаръ», 1994) я назвал уравнение $x + x^{\mathrm{N}} = 1$ уравнением Э. Сороко, а уравнение $y - y^{1-\mathrm{N}} = 1$ уравнением А. Стахова. Хотя, может быть не они первые представили Диофантову единицу как сумму и как разность чисел, зависящих от натурального параметра $\mathrm{N} = 1,2,3,...$ Но если брать во внимание только первые корни $\mathrm{X}_1 = \mathrm{Y}_0^{-1} = 0{,}5$, $\mathrm{X}_2 = \mathrm{Y}_1^{-1} = 0{,}618...$, $\mathrm{X}_3 = \mathrm{Y}_2^{-1} = 0{,}682...$, $\mathrm{X}_4 = \mathrm{Y}_3^{-1} = 0{,}725...$ и т. д. поименованных уравнений, то следует говорить о тождествах $\mathrm{X}_\mathrm{N} + \mathrm{X}_\mathrm{N}^\mathrm{N} = 1$ и $\mathrm{Y}_{\mathrm{N}-1} - \mathrm{Y}_{\mathrm{N}-1}^{1-\mathrm{N}} = 1$ Сороко и Стахова соответственно и не выходить из рамок арифметики, считая уравнение понятием алгебры. То есть, не следует пересекать границу между дискретным и непрерывным, тем более, что эта граница настолько четкая, что вызывает удивление, почему до сих пор ее переходят, не глядя под ноги.

«Линия непрерывна, можно указать место, где соединяются ее части – точку». Данная *maxima* Аристотеля касается геометрии с аксиомой непрерывности в основании и распространяется на алгебру, где принято считать, что точка – это по минимуму одно число. Но вот парадокс: в рамках арифметической аддитивности точка деления фиксированного отрезка на две части, строго говоря, не определяется вообще.

Возьмем отрезок длиной, например, в две единицы и убедимся, что его дихотомия (деление пополам) и диарезис (деление на две неравные части) в принципе невозможны.

В самом деле, если геометрический образ $L = 2$ считать фрагментом $L \subseteq [0,2]$ числовой оси, то его части $L_1 \subseteq [0,1]$ и $L_2 \subseteq [1,2]$ будут такими, что $[L_1 + L_2] > 2$, так как точка-число 1 входит в сумму $L_1 + L_2$ дважды. Если же $L_1 \subseteq [0,1)$ и $L_2 \subseteq (1,2]$, то $[L_1 + L_2] < 2$, поскольку точка-число 1 исключена из отрезка $L = 2$. А если $L_1 \subseteq [0,1]$ и $L_2 \subseteq (1,2]$ или, наоборот, $L_1 \subseteq [0,1)$ и $L_2 \subseteq [1,2]$, то $[L_1 + L_2] = 2$, но при этом $L_1 \neq L_2$ и вообще нельзя складывать отрезок с полуинтервалом по семантическим соображениям.

И получается, что постулат непрерывности, необходимый в геометрии, не позволяет свести ее аксиоматику к принципам арифметики, по сути дискретной, как это сумел сделать Д. Гильберт, сформулировавший ряд проблем и не заметивший главной: Диофантова единица в равенстве $1 + 1 = 2$ не определяется геометрически ни как точка, ни как масштабный отрезок. То есть, прямая не фрагментируема в принципе или, иначе говоря, не имеет частей, доступных измерению. И оказывается, что если точка не имеет длины, то у Аристотелевой линии нет меры.

А теперь заметим, что первые корни X_N уравнения Э. Сороко при $N \to \infty$ от $X_1 = 0{,}5$ стремятся к единице снизу, тогда как действительные решения Y_{N-1} уравнения А. Стахова приближаются к ней сверху, оставаясь в интервале от 2 до 1. А так как $X_N \cdot Y_{N-1} = 1$, то общим свойством взаимно обратных чисел Сороко-Стахова являются эквивалентные тождества $X_N^{N-1} - X_N^N = X_N^{2N-1}$ и $Y_{N-1}^{1-N} - Y_{N-1}^{-N} = Y_{N-1}^{1-2N}$, где показатели степени рекурсивны и при $N = 2$ отвечают делению отрезка в среднем и крайнем отношении, невозможному из-за главной проблемы Гильберта, представленной выше. И в результате «золотое» сечение, утратившее опору в геометрии, полностью перемещается в арифметику, несовместимую с аксиомой непрерывности, бытующей в алгебре.

Вспомним, что абстрактный образ оси из точек-чисел является основой метода координат, позволяющего решать множество задач механики. При этом, благодаря А. Эйнштейну, физика вышла за Евклидовы рамки и оперирует метриками, не свойственными элементарной геометрии. А геометрия Евклида, как известно, характеризуется своим собственным способом оценки расстояния между точками A и B Декартовой плоскости, известном как теорема Пифагора, которую И. Кеплер превозносил как чудо наравне с делением отрезка в среднем и крайнем отношении. Но посмотрим на Евклидову метрику $a^2 + b^2 = c^2$ с позиций неприятия аксиомы непрерывности.

Заметим, что гипотенуза $AB = c$ ставит в соответствие крайней точке A катета $AC = b$ аналогичную точку B катета $BC = a$. И вообще, прямые, параллельные гипотенузе, каждой точке отрезка b ставят в соответствие одну точку отрезка a. Но в таком случае катеты a и b равномощны по содержанию точек, даже если они не одинаковы по длине. И в этом смысле только случай $1^2 + 1^2 = 2$, отвечающий равенству $a = b = 1$, не вызывает когнитивного диссонанса, поскольку кажется, что в буквы, символизирующие непрерывность, вложен тет же дихотомический смысл, что и в противостоящие им числа.

Ясно, что парадокс Пифагора порожден логикой, включающей аксиому непрерывности, прилагаемую к понятиям пространства и времени, роль которых в классической механике обозначена методом координат, а объединение дает континуум теории относительности. То есть, данная логика не безупречна: принцип непрерывности отрицает аддитивность геометрических образов (главная проблема Гильберта), а Евклидова метрика Декартовой плоскости никак не ложится на ее сплошность (парадокс Пифагора). И выход из противоречий возможен только в сторону арифметики, безупречно дискретной, в которой единичных морфизмов больше, чем один, а набор действий не ограничен операциями сложения-вычитания и умножения-деления, как в Диофантовой системе. Причем такая арифметика органически является «золотой» и обозначена в работах [1] и [2] своими структурами.

А что касается упомянутого в начале спора (который хорош только как повод высказаться), то попытка проф. Василенко построить общую алгебру пропорциональных отношений мне кажется равновеликой достижениям проф. Стахова в строительстве «золотой» тригонометрии. Ведь оба уходят от дискретности в сторону непрерывности, слабость которой отягощена главной проблемой Гильберта и парадоксом Пифагора.

1. Черепанов О. А. Скалярное моделирование скрытых относительностей // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15283, 12.05.2009.
2. Черепанов О. А. Структуры «золотой» арифметики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 15073, 07.02.2009.