

БОЛЬШИЕ ЧИСЛА И ГИПОТЕЗА О ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ МИРОВЫХ КОНСТАНТ

К.А.Томилин

*“Что же мне делать
с этой безмерностью в мире мер?!”
М.Цветаева, 1923*

Анализируя параметры нашего мира, ученые в XIX в. и в начале XX в. открыли так называемые *большие числа* – числа, имеющие огромные, «безмерные», с точки зрения современной физики, значения 10^{20} , 10^{40} , 10^{60} , 10^{80} , 10^{120} и т.д. (будем рассматривать их с точностью до порядка).

Основная проблема, связанная с большими числами, заключается в том, что ни в одной математической теории не появляются такие огромные числа в качестве неких решений. Это обстоятельство неоднократно подчеркивали многие крупные ученые, такие как Г.Вейль, П.А.М.Дирак, В.Гейзенберг, Р.Фейнман и др. Наиболее красивое решение проблемы объяснения больших чисел было предложено в 1937 г. П.А.М.Дираком, связавшим *все* большие числа с космологическим временем, которое, будучи выражено в атомных единицах, также является одним из больших чисел. Эта замечательная идея Дирака дала мощный импульс развитию целого ряда программ — скалярно-тензорных теорий гравитации с переменной гравитационной постоянной, геофизической теории расширяющейся Земли, исследованию изменения физических констант с космологическим временем, а также альтернативной антропной программе. Важнейшим аргументом против гипотезы Дирака является отсутствие на данный момент каких-либо хорошо установленных

экспериментальных подтверждений изменения силы гравитационного взаимодействия. Вместе с тем, ученым не удалось до сих пор предложить иные физические объяснения появлению больших чисел, столь же простые и красивые, как идея Дирака.

Поскольку разные авторы анализировали разные большие числа и соотношения между ними (обычно произвольно выбирались 2-3), целесообразно рассмотреть их совокупность целиком. Также в данной статье рассматривается история открытия больших чисел, первое соотнесение больших чисел между собой Г.Вейлем, выдвижение Э.Милном идеи зависимости от времени гравитационной постоянной, возникновение и кризис программы Дирака переменных констант.

Большие числа в физике и соотношения между ними. К большим числам относятся прежде всего параметры, характеризующие Вселенную *в целом* (для удобства будем рассматривать их с точностью до порядка):

1) Радиус наблюдаемой Вселенной:

$$R/r_o \approx 10^{40},$$

где r_o – т. н. классический радиус электрона $r_o = Ke^2/mc^2$ (K — постоянная, зависящая от выбора электродинамических единиц).

2) Возраст Вселенной:

$$T/t_o \approx 10^{40},$$

где t_o — т. н. атомное время $t_o = h/mc^2$, m – характерная масса элементарных частиц (обычно — электрона или протона).

3) Масса Вселенной, выраженная в массах протона:

$$M/m_p \approx 10^{80} = (10^{40})^2.$$

Большие числа характеризуют и *параметры звезд* — основных материальных объектов Вселенной:

4) Массы звезд, выраженные в массах протона:

$$M_*/m_p \approx 10^{60} = (10^{40})^{3/2}.$$

Наконец, одним из важнейших больших чисел является

5) Отношение электромагнитной и гравитационной сил между двумя частицами, например, между протоном и электроном:

$$F_{эл}/F_{гп} = Ke^2/Gm_em_p \approx 10^{40},$$

То же соотношение в других формах:

5^а) в виде т. н. гравитационной константы связи:

$$\alpha_g^{-1} = hc/Gm_p^2 \approx 10^{40}$$

5^б) отношение "классического" и гравитационного радиуса частицы:

$$r_e/r_g = Ke^2/Gm^2 \approx 10^{40}$$

5^в) отношение комптоновской длины и гравитационного радиуса частицы:

$$\lambda_e/r_g = hc/Gm^2 \approx 10^{40}$$

5^г) отношение "классического" радиуса электрона и планковской длины:

$$r_e/l_{пл.} = (hc/Gm^2)^{1/2} \approx 10^{20}$$

В некоторых соотношениях большие числа присутствуют в скрытом виде:

$$6) \quad G\rho \approx H^2, \text{ где } H \text{ – параметр Хаббла } H=R/R,$$

$$6^a) \quad G\rho \approx T^2$$

$$7) \quad HT \approx 1,$$

$$8) \quad GR \approx h^2/m^3,$$

$$9) \quad G/\rho \approx (h^4/m^6 c^2),$$

$$10) \quad GM/Rc^2 \approx 1,$$

$$10^a) \quad GM \approx c^3 T,$$

$$10^b) \quad R_g \approx R \text{ и др.}$$

“Большие числа” являются эмпирическими параметрами современной физической картины мира и отражают свойства Вселенной в целом, звезд и

соотношение между гравитационным и остальными взаимодействиями. Современная физика (за исключением астрофизики) и в конце XX в. пока еще не работает с величинами типа “больших чисел”. Это отражается, в частности, в согласованной терминологии кратных и дольных величин. В 1930-50 гг. диапазон этих величин составлял всего от 10^{-12} (пико-, от исп. *pico* – малая величина) до 10^{12} – (тера-, от греч. *teras* – чудовище). Если числа порядка 10^{12} расценивались в 1930-х гг. как “чудовищные”, то что можно сказать о числах, имеющих значительно большие порядки! В 1960-1970-х гг. диапазон наименований дольных величин был увеличен до 10^{-15} (фемто-, от дат. *femten* – пятнадцать) и 10^{-18} (атто-, от дат. *atten* – восемнадцать), а кратных — до 10^{15} (*пета-*, пятая степень тысячи) и 10^{18} (*экса-*, от греч. *ἕξ* – шесть, шестая степень тысячи).

В отличие от остальной физики теоретическая астрофизика столкнулась с большими числами еще в начале XX в. Для наименования таких чисел английскими астрофизиками применялась т. н. мультипликативная система числовых обозначений. Так, например, септиллион означал миллион в 7-ой степени, т.е. 10^{42} . Аналогично, окталлион означал 10^{48} и т.д. Для общего обозначения различных огромных астрофизических параметров английские астрофизики А.Эддингтон, Э.Милн и др. начали применять термин “большие числа” (“large numbers”).

Вслед за ними и П.А.М.Дирак в статье 1937 г. также использовал этот термин, сначала в сравнительной степени — большие и меньшие числа (“the larger numbers” – “the smaller numbers”), а затем уже прямо — “вышеупомянутые большие числа” (“the large numbers”) [1]. Идея Дирака, развитая им в трех статьях 1937-1938 гг. [1-3], получила общепринятое наименование “гипотезы больших чисел Дирака” (“Dirac's large numbers hypothesis”). Сам Дирак никогда не употреблял в названии этой своей гипотезы свое собственное имя, называя ее просто “гипотеза больших чисел” (“the large numbers hypothesis”).

С чем связано появление таких больших чисел в Природе? Среди больших чисел особое место занимает время существования Вселенной. В принципе само по себе оно не нуждается в объяснении — время постоянно увеличивается и таким образом достигло своего нынешнего значения. Чтобы измерять время нам приходится пользоваться некой единицей времени. В отличие от таких физических величин, как скорость, электрический заряд и др., в настоящее время у нас нет столь же фундаментальной естественной единицы времени. Для измерения времени используются две различные шкалы — макрошкала (период вращения Земли и т.д.) и микрошкала, где в качестве единицы времени выбираются атомные единицы — время прохождения светом отрезка, равного комптоновской длине или "классическому" радиусу электрона или какой-либо другой частицы. В атомных единицах время существования Вселенной оказывается одним из больших чисел.

Параметры Вселенной, такие как ее наблюдаемый радиус, плотность, параметр Хаббла, также изменяются с течением времени. Поскольку они не являются случайными, а определяются космологическими законами, то большие числа, связанные с ними, оказываются таковыми *просто из-за их связи с таким большим числом как время*. Таким образом, наблюдаемый радиус Вселенной оказывается таким большим, а наблюдаемая плотность вещества столь малой, просто потому, что прошло достаточно много времени.

Наряду с изменяющимися параметрами, стандартные космологические модели предполагают наличие некоторых неизменных параметров, таких как масса Вселенной и сила гравитационного взаимодействия, что приводит к необходимости объяснения больших чисел, связанных с ними, а также ряда соотношений между ними и параметрами, изменяющимися со временем.

Параметр Хаббла, характеризующий закон расширения Вселенной $\dot{R} = HR$ длительное время также считался постоянным. Позже была признана его зависимость от космологического времени. С другой стороны, для некоторых астрофизических задач, связанных с описанием современного состояния

Вселенной, параметр Хаббла, действительно, можно рассматривать как постоянный, поскольку скорость его изменения в настоящее время очень мала: $H \sim T^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$. В период, когда H считалась константой, соотношение (7) $HT \approx 1$, в котором изменяющееся время приравнивается некой постоянной, рассматривалось как *случайное* совпадение, характерное только для данного момента космологического времени и показывающее его "избранность". Ныне признано, что параметр Хаббла является функцией космологического времени и уменьшается примерно пропорционально времени $H \sim T^{-1}$. Таким образом, оказалось, что соотношение (7) просто характеризует закон уменьшения параметра Хаббла. Это соотношение ныне используется для оценки времени существования Вселенной $T \approx H^{-1} \approx 1.8 \cdot 10^{10}$ лет. К сожалению, современное значение параметра Хаббла известно с недостаточной точностью, чтобы служить обоснованием точного закона расширения Вселенной $R=R(t)$ и времени ее существования.

Соотношение $G\rho \approx H^2$ также рассматривалось некоторое время как случайное совпадение, характерное лишь для современного космологического момента времени. В самом деле, в правой части стоит некая постоянная (напомним, что параметр Хаббла H рассматривался как постоянный), а в левой, наряду с гравитационной постоянной, — зависящая от времени плотность вещества во Вселенной (масса Вселенной в стандартных моделях расширяющейся Вселенной считается неизменной, поэтому плотность вещества уменьшается со временем). В дальнейшем выяснилась непостоянность "постоянной" Хаббла и соотношение (6) потеряло "случайный" характер. Более того, это соотношение прямо следует из рассмотрения взаимодействия некоторой единичной массы с массой Вселенной, как в рамках релятивистских теорий гравитации, так и на основе классического ньютоновского приближения. В самом деле, приравнивая кинетическую энергию некой единичной массы (в качестве нее может выступать и галактика)

и потенциальную энергию ее взаимодействия с остальной Вселенной, получаем $\dot{R}^2 / 2 - GM/R = 0$, следовательно, $(\dot{R}/R)^2 \approx G\rho$.

Таким образом, соотношения (6), (6^a), (10) также просто объясняются из космологической теории, даже без привлечения принципа Маха, который использовал для объяснения (6^a) Д.Шама [4, с.167].

Закон для масс звезд (4) был обоснован Р.Дикке [5, р.440], Б.Картером [6], [7, с.370], М.Рисом [8, с.325], И.Л.Розенталем [9, с.255-256] и другими физиками на основе чисто физических аргументов.

Анализируя соотношения (1-10), мы видим, что некоторые из них не являются независимыми, таковы, например, соотношения (5а-5г), а также (1) и (7); (1), (6) и (10). Соотношения (8) и (9) можно рассматривать как следствие (1), (3) и (5).

Итак, подлинно независимыми большими числами в рамках современной физической картины мира являются время существования Вселенной (2), масса Вселенной (3) (вместо массы можно рассматривать ее плотность) и отношение сил электромагнитного и гравитационного взаимодействий (5) для двух частиц. Из этих трех чисел лишь последние два нуждаются в своем обосновании. Почему, в самом деле, масса Вселенной столь велика, а гравитация столь слаба? В рамках какой теории можно получить такие большие числа?

Многие физики, среди них — П.А.М.Дирак, Г.Вейль, В.Гейзенберг, Р.Фейнман, Р.Дикке, П.Дэвис и др., справедливо отмечали, что ни в одной современной физической теории такие большие числа не фигурируют, что "загадочно". Вместе с тем колоссальная слабость гравитации по сравнению с другими "нормальными" взаимодействиями должна быть каким-то образом теоретически объяснена в рамках единой теории поля.

Вот как писал об этой проблеме Герман Вейль: "Сила притяжения двух электронов составляет в естественных единицах величину ϵ/r^2 , где безразмерное число равно примерно 10^{-41} . Оно является еще более загадочным, чем постоянная α [постоянная тонкой структуры 1/137. — Авт.]. В самом деле,

простая математическая теория может привести к числам типа $1/2$ или 8π , но чтобы получилось безразмерное число экстравагантного порядка 10^{41} представить себе трудно!" [10, с.349].

В 1965 г. Р.Фейнман писал: "Тяготение относится к электрическому отталкиванию, как единица к числу с 42 нулями. Это вызывает глубочайшее недоумение. Откуда могло взяться такое огромное число? Если бы у нас когда-нибудь появилась общая теория для двух этих явлений, то как она давала бы такую диспропорцию для двух электронов:

$$\frac{\text{сила тяготения}}{\text{сила отталкивания}} = \frac{1}{4,17 \cdot 10^{42}}$$

Каким должно быть общее уравнение, если, решая его для двух видов сил — гравитационного притяжения и электрического отталкивания, мы приходим к такому фантастическому отношению?" [11, с.28].

Также говорил об этом П.Дэвис: "В физических теориях числа типа 4π или 3 появляются часто, и это не вызывает удивления. Однако число 10^{40} , которое полностью составлено из фундаментальных постоянных природы и поэтому, вероятно, имеет фундаментальный смысл, невероятно велико по сравнению с любым из этих более привычных значений" [12, с.97].

В лекциях 1975 г. Дирак еще раз отметил нетипичность больших чисел для теоретической физики: "Можно ли хотя бы надеяться придумать теорию, которая объяснит это число? Его нельзя разумно построить, например, из 4π и других простых чисел, которыми оперирует математика! Единственная возможность объяснить это число — связать его с возрастом Вселенной" [13, с.69]. Это одно из наиболее простых и оригинальных решений проблемы больших чисел, предложенное П.А.М.Дираком в 1937 г., одновременно вело к существенной модификации всей теории тяготения.

Большие числа: от открытия к совпадениям. Исторически первым открытым большим числом было (5) — отношение силы электромагнитного и гравитационного взаимодействий. Достоверно неизвестно, кто первым сравнил эти две силы. Можно ожидать, что большие числа появились впервые в единых теориях, прежде всего — в электромагнитных теориях тяготения. Однако, в пионерской работе 1836 г. итальянского физика О.Ф.Моссотти какое-либо конкретное численное значение еще отсутствовало [14]. В дальнейшем “большое число” $1/(6 \cdot 10^{42})$ фигурировало в работах И.Цельнера, развивавшего идеи В.Вебера [15, ч.3(2), с.230-231]. Подробно историю электромагнитных теорий тяготения исследовал В.П.Визгин [16, с.43-63], а “дальнодействующие” электромагнитные теории Б.В.Булюбаш [17, с.221-250].

Основная идея «единой теории», получившая название гипотезы Моссотти-Цельнера, заключалась в том, что предполагалось, что электростатическая сила между двумя разнородными притягивающимися частицами материи на очень малую величину $1/(6 \cdot 10^{42})$ превышает силу двух однородных отталкивающихся частиц. Это давало возможность рассматривать тяготение как вторичный эффект электромагнетизма. Так в теоретической физике появилось первое большое число. Однако объяснение, *почему* эти потенциалы отличаются и почему они отличаются именно на такую малую величину, выходило за рамки предложенной ими теории. Цельнер попытался обосновать эту интересную научную идею с помощью философской гипотезы одушевленности материи, уходящей корнями в античное представление о природе. Материи, согласно Цельнеру, имманентно присущи ощущения и чувства, которые и возбуждают притягательные или отталкивательные стремления. И притягательные “чувства” превышают на небольшую величину “чувства” отталкивающие [15, ч.3(2), с.230-231].

Длительное время отношение силы электромагнитного и гравитационного взаимодействия было единственным известным большим числом. Следующие

большие числа появились в 1910—1920-х гг., когда с развитием космологии после создания общей теории относительности, были произведены оценки параметров Вселенной, прежде всего — ее радиуса и ее средней плотности. Первым это сделал в рамках общепринятой тогда модели стационарной Вселенной в 1917 г. де Ситтер [18, р.3]. Он получил следующие оценки: $R \sim 10^{27}$ см, $\rho \sim 10^{-27}$ г/см³.

В рамках программы единой теории поля, развиваемой рядом физиков на рубеже 1910—1920-х гг. большие числа неизбежно должны были стать предметом обсуждения, как в связи с соотношением гравитации и электромагнетизма, так и в связи с космологией, как основным приложением релятивистской теории гравитации. По-видимому первым, кто сопоставил большие числа между собой был Герман Вейль. Подробное исследование этого вопроса выполнил Г.Е.Горелик [19, с.302-322], [20, с.378-385].

После открытия электрона — источника электромагнитного поля, некоторое время существовали надежды, что гравитация отвечает за его стабильность. Камнем преткновения для этих представлений стали именно большие числа. В статье «К теории гравитации» (1917 г.) Вейль показал, что гравитация слишком слаба для этого. Он сопоставляет характерные длины, связанные с электроном — гравитационный радиус массы $r_{gm} = Gm_e/c^2$, гравитационный радиус заряда $r_{ge} = e\sqrt{G}/c^2$ (по сути это планковская длина, умноженная на корень из постоянной тонкой структуры: $r_{ge} = l_{пл.} \sqrt{\alpha}$) и классический радиус электрона $r_e = e^2/mc^2$. Получив $r_e/r_{ge} = 10^{20}$ (квадратный корень из отношения силы электромагнитного и гравитационного взаимодействий), Вейль заключает, что гравитационное поле заряда следует учитывать только на расстояниях порядка $r_g \sim 10^{-33}$ см (т.е. на планковских расстояниях) [21, S.145]. Против того, что устойчивость частиц объясняется действием гравитационных сил, также возражал В.Паули в «Теории относительности» (1921), на основе аргументации, связанной именно с большими числами [22, с.229, с.273].

Единая теория Вейля при отсутствии электромагнитного поля не давала в точности уравнения тяготения Эйнштейна (подробнее о теории Г.Вейля см.: [23, с.73-108, с.123-129], [24]). Касаясь этого, Г.Вейль в статье «Гравитация и электричество» (1918 г.) писал: "Но и действительно, крайне маловероятно, чтобы уравнения Эйнштейна для гравитационного поля выполнялись строго, и прежде всего потому, что входящая в них гравитационная постоянная совершенно не вписывается в ряд других естественных констант, так что гравитационные радиусы заряда и массы электрона оказываются, например, совершенно иного порядка величины, чем радиус самого электрона (они меньше последнего, первый в 10^{20} , а второй в 10^{40} раз)" [25, с.525].

В статье «Новое обобщение теории относительности» (1919 г.) Вейль отмечает "факт, состоящий в том, что для электрона имеются безразмерные числа, порядок величины которых чрезвычайно отличается от единицы; таково отношение радиуса электрона к гравитационному радиусу его массы, которое равно по порядку величины 10^{40} ; отношение радиуса электрона к мировому радиусу может быть такого же порядка величины" [26, S.129, цит. по [19, с.313]]. По сути Вейль *сопоставляет* два больших числа. Это соотношение в аналитическом виде выглядит так:

$$r_e/r_{ge} \sim R/r_e$$

"Трудно с уверенностью сказать, — комментирует это высказывание Вейля Г.Горелик, — что именно Вейль в статье [26] *впервые* обнаружил факт "совпадения больших чисел". Исходя из того, что Вейль пишет об этом факте как-то вскользь, нельзя исключить, что он был уже известен (возможно, только в устной форме и как курьез) в окружении Вейля и до его статьи. Но во всяком случае этот факт не мог родиться до астрономических оценок радиуса Вселенной, сделанных де Ситтером в 1917 г." [19, с.313], [20, с.383].

Таким образом, в своих основополагающих работах 1918-1919 гг. по единой теории поля Вейль, столкнувшись с проблемой больших чисел, отметил, что они совершенно выпадают из современных теорий, и указал на

факт соответствия двух больших чисел — отношения сил электромагнитного и гравитационного взаимодействия электрона и отношения "мирового радиуса" и "радиуса электрона" (в рамках концепции стационарной Вселенной). По-видимому, Вейль размышлял над этим соотношением, но обосновать его в рамках своей теории ему не удалось. В приложении к своей книге «Пространство. Время. Материя» (5 изд., 1923) Г.Вейль также указал на это соотношение: "Следует заметить, что отношение оцененного таким образом радиуса мира к радиусу электрона имеет тот же порядок (10^{40}), что и отношение радиуса электрона к гравитационному радиусу его массы. Это наводит на мысль, что огромное значение постоянной κ [эйнштейновская гравитационная постоянная $\kappa=8\pi G/c^2$. — Авт.] связано с разницей в размерах электрона и Вселенной или, в конечном счете, с большим числом существующих электронов" [24, с.406].

В последующем — в приложении "Основные черты физического мира" к своей книге "Философия математики и естественных наук" (1926) — Вейль получает еще одно большое число — отношение массы Вселенной к массе электрона ("число частиц во Вселенной $N=10^{80}$ ") и высказывает идею, что гравитационное взаимодействие, возможно, определяется массой Вселенной: "Таким образом, мистический числовой фактор 10^{40} [отношение гравитационного взаимодействия к электромагнитному. — Авт.] оказывается связанным с этим числом N (которое можно принять как случайное) зависимостью типа \sqrt{N} . Если сказанное принять всерьез, то отсюда следует, что сила притяжения двух частиц зависит от величины общей массы Вселенной! Эта идея является не столь уж странной, какой она кажется на первый взгляд. Э.Мах давным-давно попытался представить инерционную массу тела как результирующую всех масс, находящихся во Вселенной. Теория гравитации Эйнштейна не удовлетворяет постулату Маха, хотя последний исторически и сыграл определенную роль в разработке этой теории. Постулат Маха все еще ждет своей теории (не будет ли это статистическая теория

гравитации, на которую вроде бы указывает квадратный корень в законе \sqrt{N} ?)" [10, с.349].

Упоминание Вейлем эмпирического соотношения между большими числами привело к ошибочному восприятию, что Вейль *объяснил* его в рамках своей единой теории. Так, А.Эддингтон в 1920 г. прямо писал: "Теория [Вейля] <...> дает объяснение того, почему гравитационная сила так ничтожно мала в сравнении с электрической силой. <...> Теория приводит к заключению, что отношение гравитационного радиуса к электрическому должно быть величиной того же порядка, что и отношение последнего к радиусу кривизны мира. Это бы значило, что радиус пространства должен быть порядка $6 \cdot 10^{29}$ см <...> это немного больше, чем дают предварительные расчеты де Ситтера, но лежит в пределах возможного" [27, с.178]. В дальнейшем, когда Эддингтон понял, что единая теория Вейля не дает ни связи больших чисел, ни значений безразмерных констант, он попытался построить свою теорию, основываясь на умозрительных предположениях о целочисленности постоянной тонкой структуры и числе частиц во Вселенной равного точно 2^{256} ($\approx 1.16 \cdot 10^{77}$).

В 1920-е гг. произошел один из крупнейших поворотов во взглядах на устройство Вселенной — выяснилась ее нестационарность. В этих условиях идея Вейля о возможной связи между большими числами, которую он выдвинул в рамках теории стационарной Вселенной, стала выглядеть неадекватной реальности, ибо большие числа, связанные со Вселенной в целом — ее радиус и плотность, оказались зависящими от космологического времени. Эмпирическое соотношение Вейля стало выглядеть случайным и оно выпало из поля внимания физиков вместе с концепцией стационарной Вселенной. Однако уже тогда его можно было переинтерпретировать в рамках двух различных исследовательских программ:

1. Это соотношение выполняется не только для данного момента космологического времени, но всегда. Тогда неизбежен вывод о том, что гравитация ослабевает с космологическим временем (программа Дирака).

2. Это соотношение характерно только для данного времени и, следовательно, современное космологическое время выделено тем, что наблюдается это совпадение (антропная программа).

Такие интерпретации уже могли появиться в 1920-е гг., но они были предложены значительно позже.

Гипотеза больших чисел Дирака. Первым гипотезу зависимости гравитационной постоянной от времени выдвинул в 1933 г. английский астрофизик Э.А.Милн в рамках своей “кинематической теории относительности” [29-31]. Э.Милн, следуя “принципу научной экономии (scientific economy) сохранять кинематическое объяснение настолько, насколько это возможно” [29, p.10], обосновал явление расширения Вселенной чисто кинематическими аргументами, дополнив постулаты специальной теории относительности принципом универсальности картины мира, наблюдаемой в любой точке Вселенной (“космологический принцип Эйнштейна”). Гравитацию Э.Милн описывал с помощью ньютоновского закона тяготения и рассматривал как независимый фактор, действующий в расширяющейся Вселенной. При этом Милн получил ряд интересных следствий — закон расширения $r=r/t$ (фактически он первым предположил уменьшение постоянной Хаббла с космологическим временем), и соотношение $GM \sim c^3 t$, которое приводило к увеличению гравитационной постоянной $G \sim t$ (массу Вселенной Милн считал неизменной). В статье “Структура мира и расширение Вселенной” (1933) Милн, анализируя полученные им соотношения, отметил в сноске: “Из этих соотношений следует, что “постоянная гравитации G ” — не постоянна, а пропорциональна времени t , измеренному с естественного начала времени. Это настолько революционное предположение, что я отложу обсуждение этого и множества связанных с ним следствий до отдельной статьи” [29, p.82]. Дальнейшая разработка кинематической теории была продолжена Милном в

фундаментальной монографии “Относительность, гравитация и структура мира” (1935) и последующих статьях, в которых он обосновал, в частности, принципиальное различие между применяемыми шкалами в астрофизике и атомной физике (это Дирак считал основной заслугой Милна) [30-31]. В этих работах Милн, говоря о гравитационной постоянной, слово “постоянная”, как правило, заключал в кавычки, предполагая ее увеличение со временем.

Идея Милна об изменении со временем гравитационной постоянной, натолкнула Дирака в 1937 г. на гипотезу, что *все большие числа*, в том числе — отношение электрических и гравитационных сил между электроном и протоном (5) и отношение массы Вселенной к массе протона (3) можно объяснить просто тем, что все они связаны с другим большим числом — временем существования Вселенной (2), выраженным в атомных единицах, т.е. *они изменяются со временем*. Не оспаривая правильность (“probably substantially correct”) обоснования Эддингтоном физических постоянных, имеющих небольшие порядки (постоянной тонкой структуры, отношения масс протона и электрона), Дирак отметил, что “большие числа — отношение электрических и гравитационных сил, действующих между электроном и протоном, порядка 10^{39} , и отношение массы Вселенной к массе протона, порядка 10^{78} , — столь огромны, что заставляют задумываться, что для них требуется какой-то совершенно иной способ объяснения. Согласно современным космологическим теориям Вселенная возникла около $2 \cdot 10^9$ лет тому назад <...>. Если выразить срок $2 \cdot 10^9$ лет в единицах, определяемых атомными постоянными, например, в единицах e^2/mc^3 , то мы получим число, близкое к 10^{39} . Это может означать, что указанные выше большие числа следует рассматривать не как константы, а как простые функции времени нашей эпохи (functions of our present epoch), выраженного в атомных единицах. В качестве общего принципа (general principle) можно принять, что все большие числа порядка 10^{39} , 10^{78} и т.д., встречающиеся в общей физической теории, с точностью до простых числовых множителей равны t , t^2 и т.д., где t — время в

современную эпоху, выраженное в атомных единицах. Упомянутые простые числовые множители должны определяться теоретически, когда будет создана полная теория космологии и атомизма. При этом отпадает необходимость в теории, которая давала бы числа порядка 10^{39} " [1, p.323; рус. пер. с.538].

Таким образом, Дирак выдвинул принцип, согласно которому все большие числа определяются временем существования Вселенной и изменяются вместе с ним. Эта замечательная идея, высказанная в небольшой заметке в "Nature", сразу решала проблему происхождения больших чисел и впервые красиво и просто их объясняла. С объяснением больших чисел оказалась объясненной поразительная слабость гравитации по сравнению с остальными взаимодействиями, а также огромность массы Вселенной, что ни до, ни после Дирака не смогла сделать ни одна из теорий. Принцип Дирака, объясняя большие числа, одновременно вел к совершенно иным представлениям о физических постоянных. Идея нестационарности Вселенной, выдвинутая А.Фридманом, развитая Ж.Леметром, Э.Хабблом и Э.Милном, доводилась Дираком до окончательной завершенности — все основные мировые параметры оказывались нестационарными — Вселенная не только расширялась пространственно, но и росла ее масса, а гравитационное притяжение одновременно ослабевало.

Гипотеза Дирака дала импульс для развития ряда релятивистских теорий гравитации на основе различения инертной и гравитационных масс, что означало "измену" эйнштейновскому принципу их эквивалентности (опыт Этвеша, как известно, доказывает универсальность *пропорциональности* инертной и гравитационной масс, оставляя возможность для их понятийного различия). Гравитационная постоянная в таких теориях выступает как уменьшающийся с космологическим временем коэффициент пропорциональности между инертной и гравитационной массами. Сам Дирак считал, что такой подход "неудовлетворителен", поскольку означает и отказ от

достижений общей теории относительности Эйнштейна, прежде всего — объяснения движения перигелия Меркурия [13, с.73].

Дирак предпочитал развивать свою гипотезу на основе модернизации эйнштейновской теории путем введения дополнительного скалярного поля. В 1970-е гг. ему удалось оформить свои идеи в конформно-инвариантную скалярно-тензорную теорию гравитации. Ранее — в 1950-60-е гг. были созданы и другие варианты скалярно-тензорных теорий, например, скалярно-тензорная теория Бранса-Дикке [31-33], основанная на привлечении принципа Маха для объяснения силы гравитационного взаимодействия, как обусловленной массой и размерами Вселенной. В этом направлении работали П.Йордан [34], Дж.Нарликар [35], К.П.Станюкович [36-38] и ряд других физиков. Новые варианты такого рода теорий появляются вплоть до последнего времени. Несмотря на "оживление" гравитационного направления, скалярно-тензорной программе в гравитации не удалось до сих пор серьезно поколебать позиции эйнштейновской теории тяготения, прежде всего из-за отсутствия экспериментального подтверждения вариативности гравитационной постоянной.

Слабым местом программы Дирака является отсутствие экспериментальных данных о зависимости гравитационной постоянной от космологического времени (в печати было опубликовано несколько работ, например, Ван Фландрном, об экспериментальном подтверждении изменчивости гравитационной постоянной со временем, но ни одна из этих работ не получила статус общепризнанного достижения [39-41], [42]). Проверить гипотезу больших чисел Дирака непосредственно измерением гравитационной и других постоянных трудно, поскольку их предполагаемое изменение в современный период должно составлять всего лишь ок. 10^{-11} в год (а точность определения гравитационной постоянной всего лишь 10^{-6}), но можно исследовать следствия из этой гипотезы. Одним из проверяемых макроэффектов является изменение расстояний между небесными телами и

изменение скорости вращения небесных тел. Для расстояния до Луны Дираком было подсчитано, что эффект должен составлять ок. 2 см/год. Причем его теория допускала два разных варианта — уменьшения расстояния в случае *аддитивного* рождения вещества (т.е. рождения вещества во всем пространстве) и увеличения расстояния в случае *мультипликативного* рождения вещества (т.е. размножения частиц). Дирак допускал комбинацию аддитивного и мультипликативного рождения, но отдавал предпочтение чисто аддитивному рождению, считая его совершенно новым процессом, аналогичным радиоактивности. Эффект Дирака достаточно тонок и его непросто выделить на фоне постоянных колебаний расстояний между Землей и Луной, обусловленных законами движения в поле тяготения. Существенно большие изменения (ок. 10 м/год) предсказывались для орбит планет. Дирак возлагал особые надежды на исследования группы ученых под руководством И.Шапира, но, несмотря на значительные усилия, никакими экспериментальными исследованиями эффект Дирака обнаружен до сих пор не был [43-45].

Однако гипотеза Дирака оказалась плодотворной. Благодаря ей в геофизике возникла программа "растущей Земли", продолжающая активно развиваться [46, 47 и др.]. Раскол праматерика в отдаленном прошлом интерпретируется в рамках этой программы как неизбежное следствие увеличения объема Земли.

Гипотеза Дирака дала импульс развитию программы исследования возможной зависимости физических постоянных от космологического времени, достигшей своего пика в середине 1970-х гг., и приведшей к установлению жестких ограничений на "переменность" физических постоянных.

Постоянные изменяются? Идея Дирака об изменении со временем гравитационной постоянной привела к формированию новой

исследовательской программы анализа возможных изменений *всех физических постоянных*. Импульсом к этому, вероятно, послужила идея Г.Гамова изменения с космологическим временем элементарного заряда, выдвинутая им в 1967 г. [48-50]. С конца 1960-х гг. число статей по исследованию гипотетической зависимости от времени физических постоянных неуклонно росло, достигнув своего пика в середине 1970-х гг. Только в центральных журналах было опубликовано более 150 статей, целиком посвященных только этой проблеме, причем 2/3 из них — в 1974-76 гг. В большинстве из них, исходя из тех или иных соображений (как правило, астрофизических наблюдений удаленных объектов), авторы обосновывали *ограничения* на переменность постоянных, тем самым подтверждая традиционную программу, в которой физические постоянные предполагаются неизменными. Ученые обращали свой взор на небо, но оказалось, что наиболее жесткие ограничения на переменность постоянных накладывает то, что лежало под ногами — естественный ядерный реактор в Окло (Габон), работавший ок. 1.8 млрд. лет назад, неожиданно открытый французскими учеными в 1972 г. [51]. Если бы физические постоянные, характеризующие "силы взаимодействий", существенно отличались от современных значений — реактор не мог бы тогда функционировать. Это было подробно проанализировано А.И.Шляхтером [52, 53]. В связи с тем, что ограничения на переменность постоянных (особенно, атомных) стали достаточно жесткими, число публикаций по этой проблеме с конца 1970-х гг. значительно уменьшается. Наиболее подробные обзоры по этой проблеме опубликовали Ф.Дайсон [54], В.П.Крамаровский, Я.М.Чечев [55, 56], И.Л.Розенталь [9].

Что означает, что некая постоянная зависит от космологического времени? Дирак справедливо отметил, что речь должна идти только о безразмерных величинах: "Судить о том, меняется величина или нет, можно лишь в том случае, если эта величина безразмерна. Говоря об изменении массы Вселенной, я подразумеваю, что она выражена в атомных единицах. В точности также,

когда я говорю, что значение G меняется, это означает, что G измеряется в единицах атомного времени. Если какая-нибудь величина не безразмерна, то не имеет смысла обсуждать, изменяется она или нет" [13, с.80].

Для анализа переменности некой постоянной f прежде всего исследуется ее *относительное изменение*: $\frac{\dot{f}}{f}$. Если постоянная f не зависит от космологического времени, то это отношение равно нулю. Если f меняется со временем и закон этого изменения рассматривать в виде степенной функции $f=f_0 \cdot t^n$ (в таком случае вместо f возникает другая более фундаментальная постоянная f_0), то отношение $\frac{\dot{f}}{f}=n/t$, т.е. обратно пропорционально космологическому времени *вне зависимости от показателя степенной функции n* . Таким образом, критическим значением для переменности констант выступает величина, обратная современному космологическому времени, т.е. параметр Хаббла H . Поскольку возраст Вселенной оценивается ок. 20 млрд. лет, то критическое значение для переменности постоянных — $5 \cdot 10^{-11}$ в год. Для сравнения приведем ограничения на переменность постоянных, установленные к настоящему времени:

$$|\dot{\alpha}_e/\alpha_e| \leq 10^{-17} \text{ лет}^{-1} \ll H \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ лет}^{-1}$$

$$|\dot{\alpha}_s/\alpha_s| \leq 5 \cdot 10^{-19} \text{ лет}^{-1} \ll H$$

$$|\dot{\alpha}_w/\alpha_w| \leq 10^{-13} \text{ лет}^{-1} \ll H$$

$$|(\dot{hc})/hc| \leq 3 \cdot 10^{-13} \text{ лет}^{-1} \ll H$$

$$|\dot{e}^2/e^2| \leq 3 \cdot 10^{-13} \text{ лет}^{-1} \ll H$$

$$|\dot{G}/G| \leq 5 \cdot 10^{-12} \text{ лет}^{-1} < H$$

Как видно, они существенно меньше критического значения. Таким образом, проблема переменности физических постоянных ныне может считаться практически решенной. Можно утверждать с достаточной

обоснованностью о независимости *атомных постоянных и констант связи* от космологического времени. Вопрос же о переменности гравитационной постоянной G пока, по-видимому, нельзя считать окончательно закрытым. Несмотря на то, что накладываемые ныне ограничения на изменение гравитационной постоянной свидетельствуют против идеи Дирака, эти ограничения далеко не столь очевидны и не столь сильны, как в отношении других постоянных. В теоретическом плане программа Дирака продолжает до сих пор развиваться, как космологами, так и геофизиками. Накладываемые ограничения также не противоречат возможным *слабым флуктуациям* физических констант, которые зависят от радиусов дополнительных свернутых размерностей в многомерных теориях Калуцы-Клейна, претендующих на объединение всех взаимодействий [57].

Гипотеза Дирака стала одним из истоков *антропной программы*. В 1948 г. Эдвард Теллер, анализируя следствия из гипотезы Дирака, отметил, что изменение G требует изменения светимости Солнца (и других звезд) пропорционально G^7 , а радиуса земной орбиты G^{-1} [58]. Это означало, что в геологически давние времена, когда на планете зарождалась жизнь, температура земной поверхности была бы гораздо выше допустимой для существования жизни. Это было серьезным аргументом против теории Дирака. Хотя контраргументы Теллера были позже опровергнуты Г.Гамовым и др. — более плавное падение температуры при уменьшении G и больший возраст Вселенной, однако сама идея Теллера означала привлечение для анализа космологических моделей совершенно нового класса аргументов, основанных на факте существования жизни в *данный космологический момент времени* — факте, оказавшимся нетривиальным и легшим в основу антропной программы. Если Э.Теллер был первым, кто привел факт существования жизни в качестве аргумента в чисто физическом споре, то в 1958 г. Г.М.Идлис сформулировал новую (антропную) исследовательскую программу, поставив “обратный вопрос”: нельзя ли решить вопрос о структуре наблюдаемой Вселенной,

“исходя из самого факта нашего существования”, и получил в ее рамках первые результаты [59]. К осознанию «ограничений, накладываемых биологическими требованиями (biological requirements), связанными с эпохой человека (epoch of man)», на физические законы, пришел на рубеже 1950-х-1960-х гг. Р.Дикке, развивавший идеи Дирака в сочетании с принципом Маха [5, p.440]. В 1961 г. Р.Дикке удалось показать, что *время* (как большое число) должно соответствовать характерному времени развития звезд главной последовательности, иначе не успела бы развиться органическая форма жизни [5, p.440-441].

“Инфляционный” импульс исследованиям в антропном направлении дало выдвижение английским математиком и физиком Б.Картером в 1970 г. на конференции в Принстоне памяти У.Клиффорда и в докладе в сентябре 1973 г. на международном симпозиуме в Кракове (приуроченном к 500-летию со дня рождения Н.Коперника и посвященном проблеме расхождения космологических теорий с данными наблюдений) *антропного (антропологического) принципа* [6], [7, с.369-380]. К идее этого принципа Картер, как он сам вспоминал, пришел, после прочтения «Космологии» Г.Бонди [60], в которой Бонди анализировал некоторые “совпадения больших чисел”, как основания для появления некоторых “экзотических” теорий (типа теорий Дирака, Йордана и др. с изменяющейся гравитационной постоянной G). Б.Картер также сослался на работу Р.Дикке. Размышляя над этими соотношениями, Б.Картер пришел к обратному — «эти совпадения не только далеки от того, чтобы служить свидетельством в пользу таких экзотических теорий, скорее следует считать, что они подтверждают «обычную» (расширяющаяся Вселенная в общей теории относительности) физику и космологию», в рамках которых можно было бы «заранее, до наблюдений, предсказать все эти соотношения», если предположить справедливость «антропологического принципа, согласно которому то, что мы ожидаем наблюдать, должно быть ограничено условиями, необходимыми для нашего

существования как наблюдателей» [7, с.370]. Подводя итог, Б.Картер прямо противопоставил антропную программу программе переменных констант Дирака и спекулятивной программе Эддингтона [7, с.375].

В дальнейшем антропная программа вышла далеко за рамки альтернативного подхода к объяснению больших чисел. Важнейшим фактором ее развития стало исследование *связи всех параметров нашего мира* (в том числе и значений безразмерных физических постоянных, имеющих “нормальные” порядки) *с условиями существования органической материи*, что привело к целому спектру различных интерпретаций этой взаимосвязи. В 1986 г. Дж.Барроу и Ф.Типлер подвели “промежуточный” итог развитию антропной исследовательской программы в своей фундаментальной монографии [61].

Несмотря на внешнюю успешность объяснения больших чисел в рамках антропной программы, ее нетрадиционность и экзотичность с точки зрения традиционных физических подходов заставляет большинство физиков продолжать искать чисто физические объяснения появления больших чисел. Ряд физиков продолжает сохранять приверженность идее Дирака, несмотря на проблемы ее экспериментального подтверждения, из-за ее красоты и простоты в объяснении больших чисел. Другие — Я.Б.Зельдович, А.М.Поляков и др., пытались ввести малые числа (a , следовательно, и обратные им большие числа) иными способами, например, создавая теории, в которых существовал эффект туннелирования (проникновение через барьер), что приводило к появлению «экспоненциально малых безразмерных чисел» [62, с.230].

Но и до сих пор проблема объяснения больших чисел продолжает оставаться одной из нерешенных проблем современной теоретической физики, своеобразным камнем преткновения для построения единой теории взаимодействий и материи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dirac P.A.M.* The cosmological constants // *Nature* 139, № 3612, p.323 (1937); рус. пер.: *Дирак П.А.М.* Космологические постоянные // Альберт Эйнштейн и теория гравитации, М., Мир, 1979, с.538-539.
2. *Dirac P.A.M.* Physical science and philosophy // *Nature*, p.1001-1002 (1937).
3. *Dirac P.A.M.* A new basis for cosmology // *Proc. Roy. Soc.* 165A, 199-208 (1938).
4. *Шама Д.* Современная космология, М., Мир, 1973.
5. *Dicke R.H.* Dirac's cosmology and Mach's principle // *Nature*, 192, p.440-441 (1961).
6. *Carter B.* Large numbers in astrophysics and cosmology, Princeton, N. J. Princeton Univ. preprint.
7. *Картер Б.* Совпадение больших чисел и антропологический принцип в космологии // Космология. Теория и наблюдение, М., Мир, 1978, с.369-380.
8. *Рус М., Руффини Р., Уилер Дж.* Черные дыры, гравитационные волны и космология, М., Мир, 1977, с.325.
9. *Розенталь И.Л.* Физические закономерности и численные значения фундаментальных постоянных // *УФН* 131(2), 239-256 (1980).
10. *Вейль Г.* Основные черты физического мира // Избр. труды, М., Наука, 1984, с.349.
11. *Фейнман Р.* Характер физических законов, М., Наука, с.28.
12. *Девис П.*, Случайная Вселенная, М., Мир, 1985. Пер. с изд.: *Davies P.C.W.* The Accidental Universe, Cambridge Univ. Pr., 1982.
13. *Дирак П.А.М.* Пути физики, М., Энергоатомиздат, 1983. Пер. с амер. изд.: *Dirac P.A.M.* Directions in physics, N.Y., 1978.
14. *Mossotti O.F.* Sur les forces qui régissent la constitution intérieure des corps // *Mossotti O.F. Scritti*, Pisa, 1951, vol. 2(1), p.158-185.
15. *Розенбергер Ф.* История физики, ч.3, вып.2, М.-Л., ОНТИ, 1936.
16. *Визгин В.П.* Релятивистская теория тяготения. М., Наука, 1981.
17. Физика XIX-XX вв. в общенаучном и социокультурном контекстах. Физика XIX в. М., Наука, 1995.
18. *De Sitter W.* On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences // *Mon Not R Astron Soc* 78, p.3 (1917).
19. *Горелик Г.Е.* История релятивистской космологии и совпадение больших чисел // Эйнштейновский сб. 1982—1983, М., Наука, 1986, с.302—322.
20. *Горелик Г.Е.* Совпадение больших чисел в космологии XX в., в кн.: *Г.Вейль*, Математическое мышление, М., Наука, 1989, с.378-385.
21. *Weyl H.* Zur Gravitations theorie // *Ann. Phys.*, Bd. 54, S.117-145 (1917).
22. *Паули В.* Теория относительности, 3-е изд., М., Наука, 1991.
23. *Визгин В.П.* Единые теории поля в первой трети XX века, М., Наука, 1985.
24. *Вейль Г.* Пространство, время, материя, М., Янус, 1996.
25. *Вейль Г.* Гравитация и электричество // Альберт Эйнштейн и теория гравитации, М., Мир, 1979, с.513-527.
26. *Weyl H.* Eine neue Erweiterung der Relativitätstheorie // *Ann Phys*, Bd. 59, S.101-133 (1919).
27. *Эддингтон А.* Пространство, время и тяготение, Одесса, 1923.
28. *Milne E.A.* World-Structure and the Expansion of the Universe // *Zeitschrift für Astrophysik*, Bd. 6, №1-2, S.1-95 (1933).
29. *Milne E.A.* Relativity, Gravitation and World-Structure. Oxford, 1935.
30. *Milne E.A.* Kinematics, Dynamics and the Scale of Time // *Proc. Roy. Soc. (A)*, 158, p.324; 159, p.171-191; p.526-547 (1937).
31. *Brans C., Dicke R.H.*, Mach's principle and relativistic theory of gravitation // *Phys. Rev.*, 124, № 3, p.925 (1961).

32. Дикке Р. Влияние переменного во времени гравитационного взаимодействия на Солнечную систему. В сб. "Gravitation and Relativity, eds H.-Y. Chiu and W.F.Hoffmann, N.Y.-Amst., 1964; рус. пер. "Гравитация и относительность", Мир, 1965, 251-294.
33. Dicke R.H. Stellar evolution with varying G, in "Stellar Evolution", ed. R.F.Stein, A.G.W.Cameron, N.Y., 1966.
34. Jordan P. Schwerkraft und Weltall, Braunschweig: Veiwig und Sohn, 1955.
35. Narlikar J.V. Lepton creation and the Dirac relationship between fundamental constants // Nature 247, 5436, 99-100 (1974).
36. Станюкович К.П., К вопросу о возможности изменения гравитационной постоянной // ДАН СССР 147, 1348-1351 (1962).
37. Станюкович К.П. К вопросу о теории связи космологических и квантовых "констант", в сб.: Теория относительности и гравитация, М., Изд. МГУ, 1971, с.3.
38. Станюкович К.П., Мельников В.Н., Бронников К.А. Гравитационный вакуум, рождение частиц и физические взаимодействия, в кн.: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц, вып. 12, М., Энергоиздат, 1981, с.5-12.
39. Van Flandern T.C. A determination of the rate of change of G // Mon Not R Astron Soc 170, 333-342 (1975).
40. Van Flandern T.C. Recent evidence for variations in the value G // Ann N.Y. Acad Sci 262, 494-495 (1975).
41. Van Flandern T.C. Is gravity getting weaker? // Sci. Am. 234, 2, 44-52 (1976).
42. Алешкина Е.Ю., Красинский Г.А., Путьева Е.В., Свешиников М.Л. Экспериментальная проверка релятивистских эффектов и оценка величины изменения гравитационной постоянной по наблюдениям внутренних планет и Луны // УФН 151(4), 720-724 (1987).
43. Shapiro I.I., Smith W.B., Ash M.B., Ingalls R.P., Pettengill G.H. Gravitational constant: experimental bound on its time variation // Phys. Rev. Lett. 26, 27-30 (1971).
44. Reasenberг R.D., Shapiro I.I. Bound on the secular variation of the gravitational interaction. In: Atom Masses and Fundamental Constants, vol.5, eds J.H.Sanders and A.H.Wapstra, pp. 643-649. Plenum, N.Y.-L., 1976.
45. Hellings R.W., Adams P.J., Anderson J.D., Keeseу M.S., Lau E.L., Standish E.M., Canuto V.M., Goldman I. Experimental test of the variability of G using Viking lander ranging data // Phys Rev Lett 51, 18, 1609-1612 (1983).
46. Кэри У. В поисках закономерностей развития Земли и Вселенной, М., Мир, 1991. Пер. с англ.: Carey S.W. The expanding Earth, Amsterdam, Elsevier, 1976.
47. Проблемы расширения и пульсации Земли, М., Наука, 1984.
48. Gamov G. Does gravity change with time? // Proc. Nat. Acad. Sci. USA 57, 187 (1967).
49. Gamov G. Electricity, Gravity, and Cosmology // Phys. Rev. Lett. 19, № 13, p.759-761 (1967).
50. Gamov G. Variability of elementary charge and quasistellar objects // Phys. Rev. Lett. 19, № 16, p.759 (1967).
51. The Oklo Phenomenon. Proc. Symposium on the Oklo phenomenon, 23-27 June 1975. ИАЕ, Vienna, 1975.
52. Shlyakhter A.I. Direct test of the constancy of fundamental nuclear constants // Nature 264 (5584), 340 (1976).
53. Шляхтер А.И. Прямая проверка постоянства фундаментальных констант. Препринт ЛИЯФ, № 280 (1976).
54. Dyson F.J. The fundamental constants and their time variation, Princeton, 1971; In: Aspect of quantum theory, Ed. A.Salam and E.P.Wigner, pp. 213-236, Cambridge Univ. Press (1972).
55. Крамаровский Я.М., Чечев В.П., Постоянны ли физические постоянные? // Природа, 5, 46 (1972).
56. Чечев В.П., Крамаровский Я.М. Радиоактивность и эволюция Вселенной, Наука, 1978.

57. *Кландор-Клайнгротхаус Г.В., Штаудт А.* Зависимость фундаментальных констант от времени (гл. 12), в кн. «Неускорительная физика элементарных частиц», М., Наука, Физматлит, 1997.
58. *Teller E.* On the change of physical constants // *Phys. Rev.* 73, 7, 801 (1948).
59. *Идлис Г.М.* Основные черты наблюдаемой астрономической Вселенной как характерные свойства обитаемой космической системы // *Известия Астрофизического института АН КазССР*, т. VII, с.40-53 (1958).
60. *Bondi H.* *Cosmology*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1959.
 61. *Barrow J.D., Tipler F.J.* *The Antropic Cosmological Principle*, Oxford, 1986.
62. *Зельдович Я.Б.* Космология и ранняя Вселенная, в сб.: *Общая теория относительности*, М., Мир, 1983, с.217-232. Пер. с англ. изд.: *General relativity*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, N.Y., L., 1979.