

О СПЕКТРЕ МАСС ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В УНИТАРНОЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

Л.Г. Сапогин.,

Кафедра физики, Технический Университет МАДИ

Ленинградский пр. 64, А-319, 125829, Москва

E-mail: sapogin@cnf.madi.ru,

Ю.А.Рябов

Кафедра Высшей Математики, Технический Университет МАДИ

Ленинградский пр. 64, А-319, 125829, Москва

E-mail: ryabov@vmat.madi.ru

Абстракт: Частица представлена волновым пакетом в нелинейном пространственно-временном континууме. Из-за дисперсии при своем движении пакет периодически появляется и исчезает, а огибающая этого процесса совпадает с волновой функцией. Рассмотрено уравнение в частных производных типа телеграфного для описания движения такого пакета в сферической системе координат (r, θ, φ) . Было

получено аналитическое решение $u(r, \theta, \varphi)$ этого уравнения, а интеграл по всему объему от $\left| \text{grad}|u|^2 \right|^2$ принят равным массе частицы, отождествляемой с волновым пакетом. Такое решение $u(r, \theta, \varphi)$ зависит от двух параметров L, m , принимающих целочисленные значения, что дает возможность вычислить массы наших теоретических частиц M_{Lm} для различных L, m . Сравнение с известными массами частиц, полученными экспериментально, показывает, что вычисленный теоретический спектр достаточно хорошо согласуется с экспериментальным.

PACS 11.- General theory of fields and particles

1. Введение.

В стандартной квантовой теории микрочастица описывается с помощью волновой функции с вероятностной интерпретацией. Такая интерпретация не следует из математического формализма квантовой теории, а просто постулируется. Частица представлена точкой как источник поля, но к самому полю не сводится и о ее строении ничего нельзя сказать, кроме этих туманных слов. Такой дуализм совершенно неудовлетворителен с точки зрения существования двух разных сущностей - поля и точки, как источника поля. Это противоречит философскому принципу бритвы Оккама. Представление о частице, как о точке, ведет к расходимостям, которые устраняются разными способами, включая введение ренормализационной группы, что отвергается многими физиками и математиками, например Дираком и др. Современная квантовая теория поля и Стандартная Модель даже не может поставить задачу на вычисление спектра масс элементарных частиц.

Существует школа физиков, берущих начало от В.Клиффорда, А.Эйнштейна и Луи де Бройля, где частица рассматривается как волновой пакет некоторого единого поля. В соответствии с классификацией Макса Джеммера такой подход называется унитарным. Смысл этой парадигмы легко выразить словами А.Эйнштейна: «Мы могли бы рассматривать вещество как такие области пространства, где поле чрезвычайно интенсивно. С этой точки зрения брошенный камень есть область максимальной

интенсивности поля, перемещающейся со скоростью камня... В такой новой физике не было бы место для поля и вещества, так как единственной реальностью было бы поле..., а законы движения появлялись бы автоматически из уравнений поля».

Оригинальная идея Шредингера была представить частицу как волновой пакет из де Бройлевских волн. Как он написал в одном из своих писем, "был три месяца счастлив", пока английский математик Дарвин не доказал, что такой пакет чрезвычайно быстро расплывается и исчезает. Тогда эта прекрасная идея объяснить корпускулярно-волновой дуализм и реализовать единый полевой подход в основе всей фундаментальной физики не была реализована. Бесплодность всех предыдущих попыток (Луи де Бройль, Эрвин Шредингер и др.) создать теорию, в рамках такого подхода, связана с тем, что частица рассматривалась как пакет из де Бройлевских волн, у которых дисперсия такова, что любой локализованный пакет чрезвычайно быстро размывается по всему пространству. Введение нелинейности только чрезвычайно усложняло задачу, но не привело к ее решению. В 1969 году В.Е.Лямовым и Л.Г.Сапогиным [13] была доказана общая теорема о том, что любой локализованный волновой пакет из де Бройлевских волн, имеющий спектр $a(k)$, удовлетворяющий теореме Винера-Пэли (условие существования локализованных пакетов):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln(a(k))|}{1+k^2} dk \geq 0$$

будет обязательно расплываться.

В Унитарной Квантовой Теории (УКТ) частица представляется как волновой пакет (кластер) из парциальных волн с линейной дисперсией [1-11]. Дисперсия выбрана так, что волновой пакет не расплывается, но периодически появляется и исчезает при своем движении, а огибающая этого процесса совпадает с волновой функцией. На основе этой идеи была построена релятивистски-инвариантная модель Унитарной Квантовой Теории.

Основное нелинейное релятивистски-инвариантное уравнение УКТ имеет вид [6,10,11]:

$$i\lambda^\mu \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} - \frac{c\Phi}{\hbar} \int \left(\bar{\Phi} \lambda_1 u^\mu \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} - u^\mu \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x^\mu} \lambda_1 \Phi \right) \frac{dV}{\gamma} = 0, \quad (1)$$

где $x^\mu = (ct, x)$,

$$u^\mu = \left(\frac{1}{\gamma}, \frac{v}{\gamma} \right)$$

Это 4-скорость частицы, а матрицы $\lambda^\mu (32 \times 32)$ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\lambda^\mu \lambda^\nu + \lambda^\nu \lambda^\mu = 2g^{\mu\nu} I, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3,$$

где $g^{\mu\nu}$ -метрический тензор, а λ_1 специальная числовая матрица. Это фундаментальное уравнение УКТ описывает, по нашему мнению, все элементарные частицы. Из уравнения (1) можно вывести как уравнения Дирака, так и релятивистски-инвариантное уравнение Гамильтона-Якоби. Нам удалось исследовать только простейший скалярный вариант уравнения (1) [7,8], и его решение позволило теоретически вычислить элементарный электрический заряд и постоянную тонкой структуры α с высокой точностью (наша теоретическая величина $\alpha = 1/137.962$, а хорошо известное экспериментальное значение

$\alpha = 1/137.03552$). Попытки решения уравнения (1) оказались безуспешными хотя, по нашему мнению, оно является фундаментальным и описывает все. Отметим, что наша унитарная Квантовая Теория вообще никак не связана со Стандартной Моделью.

2.Общий подход.

Вместе с тем, идея рассмотрения частицы, как некоторого волнового пакета, который при своем движении периодически появляется и исчезает, приводит к выводу [9-11], что скалярный волновой пакет может быть также описан аналогом телеграфного уравнения второго порядка. В одномерном случае наше уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} - \frac{2imc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\hbar v^2} \frac{\partial F(x,t)}{\partial t} - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 v^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) F(x,t) = 0 \quad (2)$$

Заметим, что это уравнение было бы релятивистски-инвариантным, если бы корень $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ был выписан в знаменателе. В конце статьи мы покажем, что результаты, полученные нами, благодаря использованию уравнения (2), остаются без изменений, если использовать вместо (2) уравнение Шредингера или релятивистски-инвариантное уравнение Клейна-Гордона, так что требование такой инвариантности от исходного уравнения не является существенным.

Уравнению (2) удовлетворяет релятивистски-инвариантное решение в форме стандартной плоской квантово-механической волны, а также в форме исчезающего и появляющегося волнового пакета:

$$F(x,t) = \exp \left(\frac{i mc^2 t - mvx}{\hbar \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \quad (3)$$

и

$$F(x,t) = \exp \left(\frac{i mc^2 t - mvx}{\hbar \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \varphi(x - vt), \quad (4)$$

где φ произвольная функция аргумента $(x - vt)$.

Мы покажем, что именно уравнение вида (2), но выписанное для функции $u(r, \theta, \varphi)$ в сферическом координатном пространстве (r, θ, φ) позволяет теоретически определить некоторый спектр масс элементарных частиц. Такое уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2r \sin \theta \frac{\partial u}{\partial r} + r^2 \sin \theta \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \cos \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} + \sin \theta \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{2iMc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{v^2 \hbar} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{M^2 c^4}{v^2 \hbar^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) u = 0, \quad (5)$$

где символ m заменен на M . Далее, мы выберем естественную систему единиц $\hbar = 1, c = 1$ и будем искать решение уравнения (5) в следующем виде

$$u = \frac{f}{r} \exp \left(\frac{iMt}{\sqrt{1-v^2}} - \frac{iMvr}{\sqrt{1-v^2}} \right), \quad (6)$$

где $f = f(r, \theta, \varphi)$ некоторая функция, независящая от t . Эта функция представляет собой как бы застывший волновой пакет в координатном пространстве (r, θ, φ) . Подставляя (6) в уравнение (5), получим:

$$2iMvr^2 \cos^2 \theta \frac{\partial f}{\partial r} - 2iMvr^2 \frac{\partial f}{\partial r} + r^2 \sqrt{1-v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \sin^2 \theta + \sqrt{1-v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \sin^2 \theta + \sqrt{1-v^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \sin \theta \cos \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) ищем в виде:

$$f = R(r) Y_{Lm}(\theta, \varphi), \quad (8)$$

где

$$Y_{Lm}(\theta, \varphi) = \frac{\sqrt{(2L+1)(L-m)!}}{2\sqrt{\pi(L+m)!}} P_L^m(\cos \theta) \exp(\pm im\varphi), \quad (8')$$

$P_L^m(\cos \theta)$ функция Лежандра, $Y_{Lm}(\theta, \varphi)$ - сферическая гармоника L, m - целые числа $L=0,1,2,3,\dots, m=0 \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L$, причем $m \leq L$. Подставляя (8) в уравнение (7) получим следующее уравнение для функции $R(r)$:

$$\left(\frac{d^2 R(r)}{dr^2} r^2 \sqrt{1-v^2} - 2i \frac{dR(r)}{dr} Mvr^2 \right) - R(r) L^2 \sqrt{1-v^2} - R(r) L \sqrt{1-v^2} = 0 \quad (9)$$

Решение уравнения (9) $R(r) = R_L(r)$ зависит от целочисленного параметра L и тогда возникает семейство решений $u_{Lm}(r, \theta, \varphi)$ уравнения (5), которое теперь зависит от параметров L и m и описывает соответствующие разнообразные волновые пакеты парциальных волн.

Мы полагаем, что наше уравнение (5) описывает амплитуду некоторого мирового унитарного потенциала Φ , а сам потенциал может быть представлен как квадрат модуля амплитуды:

$$\Phi_{Lm} = |u_{Lm}|^2 = \left| \frac{R_L(r)}{r} Y_{Lm}(\theta, \varphi) \right|^2. \quad (10)$$

Естественно рассматривать (как это принято в электродинамике) градиент потенциала как напряженность мирового унитарного поля, а квадрат напряженности, как плотность энергии W или массы, непрерывным образом распределенных в пространстве. Если рассмотреть уравнение (9) в некоторой фиксированной сферической области Q_r радиуса r , где расположена соответствующая часть нашего застывшего волнового пакета, то естественно считать $M = M_{Lm}$ как массу этой части волнового пакета, т.е. как интеграл от плотности W для данной сферической зоны. Такой подход позволяет заменить массу M в уравнении (9) интегралом

$$M = \iiint_{Q_r} W r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\varphi, \quad (11)$$

где $W = |\text{grad}\Phi|^2$, и рассматривать уравнение (9) как интегро-дифференциальное уравнение для функции $R(r)$. Далее, для простоты, мы будем использовать следующее выражение для M (мы пренебрегли при этом членами в $\text{grad}\Phi$, зависящими от θ, φ):

$$M = \int_0^r \left| \frac{d}{dr} \frac{R(r)^2}{r^2} \right|^2 r^2 dr. \quad (12)$$

Для решения нашего интегро-дифференциального уравнения используем следующий прием. А именно, перепишем его сначала в виде

$$2ivM = \frac{1}{r^2 R'(r)} (R''(r)r^2 - L(L+1)R(r)) \sqrt{1-v^2}, \quad (v = \frac{d}{dr}).$$

Затем подставим вместо величины M ее выражение (12), продифференцируем левую и правую часть по r и получим следующее уравнение:

$$2iv \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{R^2}{r^2} \right) \right]^2 r^2 = \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r^2 R'} (R'' r^2 - L(L+1)R) \right] \sqrt{1-v^2}. \quad (13)$$

Массу волнового пакета следует рассматривать как его внутреннюю характеристику, независимую от скорости его движения. Поэтому мы положим в (13) $v = 0$, после чего получим уравнение для функции $R(r)$:

$$R'' - \frac{L(L+1)}{r^2} R = CR', \quad (14)$$

где C — некоторая константа. Можно сказать, что это уравнение вместе с функцией $Y_{Lm}(\theta, \varphi)$ описывает застывший в пространстве волновой пакет в некоторой собственной системе отсчета.

Уравнение (14) имеет аналитическое общее решение

$$R(r) = C_2 \exp\left(-\frac{C_1}{2}r\right)\sqrt{r} J\left(L + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{-C_1^2 r}\right) + C_3 \exp\left(-\frac{C_1}{2}r\right)\sqrt{r} Y\left(L + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{-C_1^2 r}\right), \quad (15)$$

где C_1, C_2, C_3 константы интегрирования, а J и Y – функции Бесселя. Естественно, мы ищем решения для $R(r)$ являющиеся конечными при $r \rightarrow 0, r \rightarrow \infty$, и стремящимися к нулю при $r \rightarrow \infty$. Поэтому, мы положим $C_3 = 0$ и можем выбрать те или иные положительные значения для C_1, C_2 . Вычисления показывают, что выбор констант интегрирования влияет только на абсолютную величину вычисленной массы, но отношения этих масс друг к другу не изменяются. Мы выбрали следующие простые значения $C_1 = 2, C_2 = 1, C_3 = 0$ и пришли к следующему решению:

$$R(r) = \sqrt{r} \exp(-r) J\left(L + \frac{1}{2}, ir\right), \quad (16)$$

где $J\left(L + \frac{1}{2}, ir\right)$ – Бесселева функция 1 рода с мнимым аргументом, или

$$R(r) = i^{L+\frac{1}{2}} \sqrt{r} \exp(-r) I\left(L + \frac{1}{2}, r\right), \quad \text{где } I\left(L + \frac{1}{2}, r\right) \text{ – модифицированная функция}$$

Бесселя 1 рода.

Для мирового потенциала Φ мы получим (учитывая (6,8,8',10)) следующее выражение:

$$\Phi_{Lm} = \frac{\exp(-2r)}{4\pi r} \left| \frac{(2L+1)(L-m)! I\left(L + \frac{1}{2}, r\right)^2 P_L^m(\cos \theta)^2}{(L+m)!} \right| \quad (17)$$

Составим градиент $grad\Phi$, принимаемый за напряженность мирового унитарного поля, и затем квадрат модуля градиента, принимаемый за плотность массы W . Мы получим следующее выражение:

$$W = \exp(-4r) \left(\frac{(L-m)!^2 I\left(L + \frac{1}{2}, r\right)^2 \left((L+r+1) I\left(L + \frac{1}{2}, r\right) - r I\left(L - \frac{1}{2}, r\right) \right)^2 P_L^m(\cos \theta)^4 \left(L + \frac{1}{2}\right)^2}{\pi^2 r^4 (L+m)!^2} + \right. \\ \left. + \frac{\left(L + \frac{1}{2}\right)^2 I\left(L + \frac{1}{2}, r\right)^4 (L-m)!^2 P_L^m(\cos \theta)^2 \left((m-L-1) P_{L+1}^m(\cos \theta) + (L+1) \cos \theta P_L^m(\cos \theta) \right)^2}{\pi^2 r^4 (L+m)!^2 \sin^2 \theta} \right) \quad (18)$$

Интегралы от W по всему сферическому пространству (r, θ, φ) при различных $L = 0, 1, 2, \dots$ и $m = \pm 0, \pm 1, \pm 2, \dots, m \leq L$ считаем равными различным массам M_{Lm} наших теоретических элементарных частиц, т.е.

$$M_{Lm} = \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} W r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi \quad (19)$$

Так как W не зависит от φ , а функции Лежандра могут быть проинтегрированы аналитически по θ (с помощью *Mathematica 8*), то можно сначала вывести аналитические выражения для интегралов

$$U_{Lm} = \int_0^\pi W r^2 \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \int_0^\pi W r^2 \sin \theta d\theta \quad (20)$$

и затем определять численно (с помощью *Mathematica 8*) интегралы

$$M_{Lm} = \int_0^\infty U_{Lm} dr \quad (21)$$

Например, при $L=0$ и $m=0$

$$U_{00} = \frac{8 \exp(-4r) \sinh(r)^2}{\pi^3 r^4} \left\{ \left(r^2 + \frac{1}{2} + r \right) \cosh(r)^2 - r(1+r) \sinh(r) \cosh(r) - \frac{(1+r)^2}{2} \right\},$$

$$M_{00} = \int_0^\infty U_{00} dr = 0.003944364169$$

При $L=1, m=1$

$$\begin{aligned} U_{11} = & \frac{8e^{-4r}}{\pi^3 r^8} \left[\left(r^6 + 5r^5 + \frac{93}{8}r^4 + 13r^3 + \frac{61}{4}r^2 + 2r + \frac{17}{8} \right) \cosh^4 r - \right. \\ & - r \sinh r \cosh^3 \left(r^5 + 5r^4 + 11r^3 + \frac{33}{2}r^2 + 8r + \frac{17}{2} \right) - \\ & - \cosh^2 r \left(\frac{1}{2}r^6 + 3r^5 + 10r^4 + 14r^3 + \frac{71}{4}r^2 + 4r + \frac{17}{4} \right) + \\ & \left. + r \sinh r \cosh r \left(r^4 + 3r^3 + 8r^2 + 8r + \frac{17}{2} \right) + \frac{1}{2}r^4 + r^3 + \frac{5}{2}r^2 + 2r + \frac{17}{8} \right] \end{aligned}$$

и

$$M_{11} = 0.00006798678730.$$

Вычисления при малых значениях L достаточно просты. Но при больших L выражения для U_{Lm} представляют собой очень громоздкие полиномы от r и $\cosh(r)$, $\sinh(r)$ с громадными числовыми

коэффициентами и их интегрирование по r сопряжено с большими техническими трудностями. Все вычисления были также дублированы на системе *Maple 15*.

Назовем ансамбль из $L+1$ частиц (масс) при данных L и $m = 0 \dots \pm L$ семейством. Будем использовать обозначения $M_{L,0}, M_{L,1}, \dots, M_{L,L}$ для масс частиц семейства с данным L . Мы вычислили и проанализировали 49 семейств ($L = 0, \dots, 48$) т.е. 1225 частиц. Персональный компьютер с параметрами $3GHz, RAM = 4GB$ потребовал для этих вычислений около 1 недели чистого времени. Заметим, что при отрицательных значениях m были получены те же самые теоретические значения масс (античастицы?).

Мы сравнили полученный теоретический спектр из 1225 масс с известным экспериментальным спектром масс известных элементарных частиц в MeV . Для этого потребовалось найти нуль-пункт отсчета и совместить оба спектра. В качестве критерия для совмещения спектров мы приняли отношение масс мюона к электрону, которое считается в современной науке измеренным наиболее точно [15] и принимается равным 206.76884(10). После последовательного деления одна на другую всех 1225 масс, мы нашли, что отношение наших масс $M_{16,10}/M_{48,45}$ равно 206.76077096 (относительное отклонение составляет 0.0039%). Мы приняли в качестве нуль-пункта нашу массу $M_{48,45}$, равную $0.2894982442536304E-10$, считая ее массой электрона, и разделили на нее все остальные наши массы. Таким образом, мы получили спектр в электронных массах (1225 масс), которые после перевода в MeV можно сравнивать с известными экспериментальными массами. Ниже приведена таблица 1 для сравнения вычисленных масс $M_{L,m}$ с хорошо известными экспериментальными значениями. В 30 случаях имеется очень близкие совпадения (относительные ошибки менее 1% в 27 случаях и в трех случаях между 1.3% и 1.8%).

В таблице 2 приведены массы кварков, полученные косвенным образом на Теватроне (США). Из таблицы 2 видно, что они также содержатся в вычисленном спектре с очень хорошей точностью:

Заметим также, что отношение вычисленной массы протона $M_{12,1}$ к электронной массе $M_{48,45}$ равно 1832.355 с относительной ошибкой в 0.207% по сравнению с экспериментальной величиной этого отношения 1836.152167. Наш теоретический спектр от мюона до самой тяжелой частицы, содержащий всего 169 масс аппроксимирует также массы ряда других хорошо известных частиц, и расхождение с экспериментом, хотя и хуже, но вполне допустимое (не более нескольких процентов).

Большое количество легких частиц между электроном и мюоном может объясняться как наличием многочисленных связанных состояний электронов и мюонов: $e - e, e - \mu, \mu - \mu$, так и разнообразных нейтрино. Кроме того, наверное, существуют еще не открытые правила отбора, которые могут появиться из-за того, что не при всех значениях L и m компоненты сферической функции могут образовывать тензорные поля. Отметим, что большое количество легких частиц могут быть слабовзаимодействующими и нести ответственность за темную материю.

В целом, эта таблица свидетельствует об удивительном совпадении наших теоретических и существенного количества современных экспериментальных масс. Такое совпадение никак нельзя объяснить случайностью, т.к. вероятность для случайного совпадения этих данных не менее 10^{-60} . Заметим также, что выбор теоретического претендента на электронную массу не единственный, и не исключено, что возможно получить лучшие совпадения, если вычислить все семейства до $L=100$, но для этого нужен суперкомпьютер.

Мы вычислили также некоторые семейства частиц до $L=60$. Отношение максимальной массы $M_{00} = 0.0039443641689$ к минимальной $M_{60,60} = 0.3909395521e-11$ равно 10^9 . Отношение

максимальной массы M_{00} к массе протона $M_{12,1} = 0.5304640719 \cdot 10^{-7}$ равно 74356. Это не противоречит известным экспериментальным данным.

Мы хотели бы назвать Джан-частицей самую тяжелую частицу M_{00} . Возможно, что частицы с массой такого порядка встречаются в космических лучах. Она самая тяжелая из всего спектра частиц. Несмотря на ее огромную массу, она возникает в начале спектра при минимальных квантовых числах и, наверное, (как в обычной квантовой теории), это состояние будет самым заселенным. Кроме того, она, наверняка, будет нейтральной и слабодействующей частицей, еще один основной кандидат на тяжелую материю (WIP-частица).

Заметим, что функция $U_{Lm}(r)$ описывающая плотность массы в функции r всегда равна нулю при $r=0$ для всех L, m и сначала увеличивается очень быстро справа от $r=0$ и затем также быстро падает. График для $U_{Lm}(r)$ при больших L напоминает почти дельта функцию, приближающуюся к началу координат с ростом L . Очень простой аналог показан на Рис.1.

С наглядных позиций, наша модель частицы представляет собой очень маленький пузырек в пространственно-временном континууме, разрезанный на части сферической гармоникой. Любопытно, что такая модель ранее рассматривалась А.Пуанкаре [12].

Отметим следующее важное обстоятельство. А именно, если вместо исходного уравнения (5) использовать уравнение Шредингера в сферических координатах (также не являющееся релятивистски-инвариантным) и уравнение Клейна—Гордона (являющееся релятивистски-инвариантным), то мы приходим к одному и тому же теоретическому спектру масс. Покажем это:

Уравнение Шредингера в сферической системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{2r \sin \theta \frac{\partial u}{\partial r} + r^2 \sin \theta \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \cos \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} + \sin \theta \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right) + i\hbar \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (22)$$

где M - масса частицы. Будем искать решение этого уравнения в виде унитарной волновой функции с волновым пакетом f :

$$u = \frac{f}{r} \exp\left(-i \frac{Mv^2}{2\hbar} t + i \frac{Mv}{\hbar} r\right) \quad (23)$$

где $f = f(r, \theta, \varphi)$ - функция координат и не зависит от времени, а u будем рассматривать как амплитуду мирового унитарного потенциала Φ . Подставляя (23) в уравнение (22) получим после упрощения:

$$\hbar r^2 \sin^2 \theta \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - 2iMvr^2 \sin^2 \theta \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\hbar}{2} \sin 2\theta \frac{\partial f}{\partial \theta} + \hbar \sin^2 \theta \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \hbar \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (24)$$

Это уравнение совпадает с нашим исходным уравнением (7), если вместо \hbar записать $\sqrt{1-v^2}$. Дальнейшие исследования, описанные выше, остаются без изменений.

Рассмотрим также релятивистски-инвариантное уравнение Клейна—Гордона в сферической системе координат и в естественной системе единиц ($c=1, \hbar=1$):

$$\frac{\left(2r \sin \theta \frac{\partial u}{\partial r} + r^2 \sin \theta \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \cos \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} + \sin \theta \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right)}{r^2 \sin \theta} - i\hbar \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - M^2 u = 0 \quad (25)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде унитарной волновой функции:

$$u = \frac{f}{r} \exp\left(\frac{iMt}{\sqrt{1-v^2}} - \frac{iMvr}{\sqrt{1-v^2}}\right) \quad (26)$$

где $f = f(r, \theta, \varphi)$ - функция координат и не зависит от времени. Подставляя (26) в (25), получим после упрощения уравнение:

$$r^2 \sin^2 \theta \sqrt{1-v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - 2ivr^2 M \sin^2 \theta \frac{\partial f}{\partial r} + \sin^2 \theta \sqrt{1-v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \sqrt{1-v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\sqrt{1-v^2}}{2} \sin 2\theta \frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \quad (27)$$

Это уравнение полностью совпадает с нашим уравнением (7), и опять приводит к тому же самому результату относительно спектра масс. Таким образом, различные исходные уравнения (5), (22), (25) (последнее, релятивистки инвариантно, и первые два не инвариантны) приводят к одному и тому же теоретическому спектру масс.

Конечно, мы не можем утверждать, что наша теория полностью адекватна всему известному экспериментальному спектру элементарных частиц. Расхождения имеются. Так наш спектр содержит большое количество (1053) масс от электрона до мюона, но такие частицы экспериментально пока не наблюдаются и их появление можно связать с многочисленными связанными состояниями $e - e, e - \mu, \mu - \mu$. А почти квазинепрерывный спектр частиц с массами меньше электронной (при $L > 48$) можно отнести к многочисленным нейтрино и их связанными состояниями, пока не обнаруженных в экспериментах. Вычисленный спектр от мюона до самой тяжелой частицы M_{00} содержит всего 169 частиц, а наблюдается в этом диапазоне экспериментально большее количество “короткоживущих” частиц (так наз. резонансы) со временем существования порядка 10^{-22} и менее сек. Что касается короткоживущих частиц, то возникает вопрос, все ли такие частицы следует признать элементарными? Наша теория позволяет сформулировать критерий для элементарности частицы: **Если путь, пройденный волновым пакетом до своего разрушения, во много раз больше де Бройлевской волны, то такая частица может быть названа элементарной.** Эти расхождения требуют, несомненно, дальнейших исследований.

Отметим следующий замечательный факт: в обычной квантовой теории квантование возникает из геометрических соотношений между внешним потенциалом и длиной де Бройлевской волны. В нашем случае, никаких подобных геометрических соотношений нет, как нет и потенциала (задача решена для пустого свободного от других полей пространства). Квантование масс возникает из тонкого баланса между нелинейностью и дисперсией, которое обеспечивает стабильность дискретного набора разнообразных волновых пакетов. Возникновение квантования, - это первый случай в квантовой теории без какого-либо потенциала.

Ниже в Таблице 3 приводится весь наш спектр теоретических масс частиц от мюона до максимальной массы в MeV:

В отношении легких частиц также можно предположить, что в природе реализуются некоторые правила отбора, по которым резко уменьшается количество легких частиц между мюоном и электроном и что аналог этих правил еще не найден теоретически. Наверное, их можно найти из условия связи между

тензорами различных валентностей (рангов) и сферической функцией при различных L и m , но это сложная задача будущего.

4. Заключение.

Учитывая приведенные выше факты удивительного совпадения наших теоретических результатов и данных экспериментов (вероятность случайного совпадения не менее 10^{-60}) мы все же смеем утверждать, что полученные результаты являются важным шагом на пути сложнейшей задачи теоретической физики об определении спектра масс элементарных частиц, причем этот шаг сделан благодаря применению нашей новой Унитарной Квантовой Теории.

Авторы благодарят летчика-космонавта СССР В.А.Джанибекова, профессоров В.М.Дубовика (Дубна), Ф.А.Гареева (Дубна) и Ю.Л.Ратиса (Самара) за поддержку в работе и полезные дискуссии.

Литература

1. Сапогин Л.Г. "О едином поле в квантовой теории". Исследование систем (физические исследования). АН СССР, Владивосток, выпуск № 2, стр. 54-84, 1973.
2. Sapogin L.G. "On Unitary Quantum Mechanics." *Nuovo Cimento*, vol.53A, No 2, p.251, 1979.
3. Sapogin L.G. "A Unitary Quantum Field Theory." *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, vol.5, No 4, p.285-300, 1980.
4. Sapogin L.G. "A Statistical Theory of Measurements in Unitary Quantum Mechanics." *Nuovo Cimento*, vol.70B, No 1, p.80, 1982.
5. Sapogin L.G. "A Statistical Theory of the Detector in Unitary Quantum Mechanics." *Nuovo Cimento*, vol.71B, No 3, p.246, 1982.
6. Boichenko V.A. and Sapogin L.G., «On the Equation of the Unitary Quantum Theory. » *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, vol.9, No3, p.221, 1984.
7. Sapogin L.G. and Boichenko V.A., "On the Solution of One Non-linear Equation." *Nuovo Cimento*, vol.102B, No 4, p.433, 1988.
8. Sapogin L.G. and Boichenko V.A., "On the Charge and Mass of Particles in Unitary Quantum Theory". *Nuovo Cimento*, vol.104A, No 10, p.1483, 1991.
9. Сапогин Л.Г., Рябов Ю.А., Участкин В.И. "Унитарная Квантовая Теория и новые источники энергии". Издание МАДИ, Москва, 2003.
10. Sapogin L.G., Ryabov Yu.A., Boichenko V.A." Unitary Quantum Theory and a New Source Of Energy", Archer Enterprises, Geneva, NY, USA, 2005.
11. Сапогин Л.Г., Рябов Ю.А., Бойченко В.А. " Унитарная Квантовая Теория и Новые Источники Энергии " (перевод с англ.), Изд. Science-Press, Москва, 2007.
12. Пуанкаре А." Динамика электрона" (перевод с франц.), Собрание соч. т. 3, стр. 433-515, Москва, Изд. "Наука", 1974.
13. Лямов В.Е., Сапогин Л.Г. «О движении волновых пакетов в дисперсионной среде». Журнал Специальная радиоэлектроника №1, стр.17-25, 1969.

14. Sapogin L.G., Ryabov Yu. A. 2008 “On the mass spectrum of elementary particles in Unitary Quantum Theory”, Journal “The old and new Concepts of Physics”, Vol. V, No.3.

15. W. Liu, M. G. Boshier, S. Dhawan, O. van Dyck, P. Egan, X. Fei, M. G. Perdekamp, V. W. Hughes, M. Janousch, K. Jungmann, D. Kawall, F. G. Mariam, C. Pillai, R. Prigl, G. zu Putlitz, I. Reinhard, W. Schwarz, P. A. Thompson, and K. A. Woodle 1999 Phys. Rev. Lett. v. 82, 711.

$M_{L,m}$	<i>Theory</i>	<i>Experiment</i>	<i>Notation</i>	<i>Error %</i>
$M_{48,45}$	0.51099906	0.51099906	e	--
$M_{16,10}$	105.6545640	105.658387	μ	0.0036
$M_{18,4}$	135.8958708	134.9739	π^0	0.683
$M_{23,0}$	137.2902541	139.5675	π^+, π^-	1.62
$M_{14,1}$	541.7587460	548.86	η	1.29
$M_{7,7}$	894.0806293	891.8	K^{*+}, K^{*0}	0.25
$M_{12,1}$	936.3325942	938.2723	ρ	0.206
$M_{10,4}$	957.1290490	957.2	ω	0.0083
$M_{9,5}$	1110.473414	1115.63	Λ	0.462
$M_{8,6}$	1224.151552	1233	b_1^0	0.71
$M_{11,1}$	1271.916682	1270	K^*	0.14
$M_{9,4}$	1331.705434	1321.32	Ξ^-	0.78
$M_{10,2}$	1378,127355	1382.8	Σ^0	0.33
$M_{12,0}$	1524.617683	1520.1	Λ_2	0.29
$M_{8,5}$	1549.444919	1540 ± 5	F_1	0.28
$M_{7,6}$	1595.510637	1594	ω_1	0.094

$M_{9,3}$	1601.282953	1600	ρ'	0.08
$M_{6,6}$	1718.917400	1720	N_0^3	0.06
$M_{10,1}$	1774.917815	1774	K_3^{*+}	0.051
$M_{8,4}$	1906.842877	1905	Δ_5^+	0.096
$M_{9,2}$	1965.115639	1950	Δ_4	0.77
$M_{11,0}$	2092.497779	2100	Λ_4	0.35
$M_{7,5}$	2195.695293	2190	N(2190)	0.25
$M_{7,4}$	2818.645188	2820	η_c	0.048
$M_{10,0}$	2954.549810	2980	η	0.85
$M_{6,5}$	3082.979571	3096	J/ψ	0.42
$M_{7,3}$	3543.664516	3556.3	χ	0.35
$M_{5,5}$	3687.679612	3686.0	ψ'	0.04
$M_{7,2}$	4496.650298	4415	ψ'''	1.84
$M_{6,4}$	5642.230394	5629.6	Ξ_b	0.8
$M_{5,3}$	9499.927309	9460.32	Υ'	0.41
$M_{6,1}$	10075.78271	10023.3	Υ''	0.523
$M_{7,0}$	10533.15222	10580	Υ'''	0.442
$M_{0,0}$	6962274	?	Dzhan	?

Таблица 1. Спектр некоторых частиц в MeV.

(e – электрон, μ – мюон, π^0 – π -мезон, P^- – протон и т.д.)

$M_{L,m}$	THEORY	EXPERIMENT
$M_{38,16}$	5.003455873	3-7
$M_{30,25}$	2.75072130	1.5-3.0
$M_{20,4}$	94.4251568	95 ± 25
$M_{11,1}$	1271.9166	1250 ± 90
$M_{6,4}$	4300.86662	4200 ± 70
$M_{3,0}$	179100	178000 ± 4300

Таблица 2. Спектр кварков в MeV.

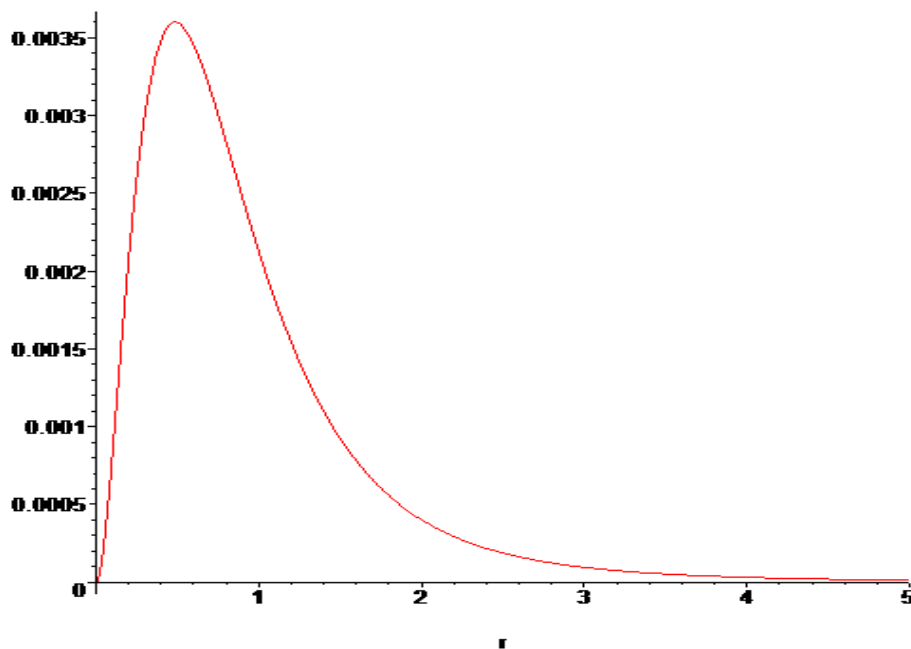


Рис.1. График для $U_{00}(r)$.

105.655, 105.94, 106.241, 108.291, 108.997, 109.597, 110.133, 112.784, 117.054, 118.136,
120.31, 121.826, 122.664, 125.522, 125.71, 127.187, 127.237, 127.306, 131.445, 133.013,
135.896, 137.29, 142.287, 144.326, 145.96, 147.309, 147.698, 149.62, 149.905, 153.765,
153.827, 159.796, 162.135, 162.192, 165.33, 172.249, 177.091, 178.559, 178.758, 180.585,
180.895, 187.69, 192.661, 192.917, 195.832, 199.852, 203.297, 205.588, 209.097, 218.681,
219.639, 221.135, 224.061, 225.089, 231.432, 231.656, 241.805, 249.092, 252.972, 253.184,
269.993, 270.91, 276.443, 280.151, 281.016, 289.488, 300.299, 301.848, 304.024, 314.364,
318.997, 335.848, 339.955, 341.136, 342.52, 349.235, 357.381, 366.838, 373.402, 402.126,
408.316, 423.36, 423.429, 432.83, 445.413, 459.388, 461.593, 472.253, 504.945, 521.772,
529.951, 531.566, 539.326, 541.759, 560.236, 571.51, 606.559, 619.012, 672.537, 686.757,
705.247, 705.477, 730.141, 738.98, 812.354, 828.374, 866.997, 894.081, 897.982, 915.038,
936.333, 957.129, 996.316, 1110.47, 1135.57, 1137.9, 1224.15, 1271.92, 1331.71, 1378.13,
1524.62, 1549.43, 1595.51, 1601.28, 1718.92, 1774.92, 1906.84, 1965.1, 2092.5, 2195.7,
2334.9, 2557.69, 2818.65, 2906.6, 2954.55, 3082.98, 3543.66, 3687.68, 3832.21, 4300.87,
4315.87, 4496.65, 5642.23, 6026.01, 6570.85, 6666.64, 7358.75, 9219.36, 9499.93, 10075.8,
10533.2, 12941.1, 16897., 18035.6, 18261.3, 25000.7, 28935.4, 33698.9, 36955.4, 54518.8,
71060.4, 87704.5, 131517., 179100., 266419., 601983., 1.20005×10^6 , 3.4545×10^6 , 6.96227×10^7

Таблица 3. Спектр масс в MeV от мюона до Джана.