ГЛАВА III

ТЕРМОДИНАМИКА ПРОЦЕССА ИНФОРМАЦИИ

В качестве предмета теории информации здесь будет рассматриваться полная и конечная система событий, т. е. такая, в которой указаны вероятности осуществления всех возможных Z исходов, причем их реализация всегда ведет к осуществлению только одного из этих исходов.

Получение единственного исхода из Z альтернатив назовем *решением информационной задачи*, а само решение — *информацией*, в своей достоверности формально не гарантированной ничем, кроме того, что математическая вероятность этого решения (выбранного варианта) достигает единицы за счет любых операций, способных снижать неопределенность исхода данной системы событий, включая произвольный или интуитивный выбор варианта.

По определению [1], «Теория информации исходит из представления о том, что данные («сообщения»), предназначенные для сохранения в определенном запоминающем устройстве или для передачи по каналу связи, неизвестны заранее с полной определенностью. Заранее известно лишь множество, из которого могут быть выбраны эти сообщения, и, в лучшем случае, вероятности выбора того или иного из этих сообщений».

Таким образом, с самого начала теория информации связала свои идеи и даже терминологию с термодинамикой и статистикой. Основная функция теории информации — функция Шеннона [2]

$$H_{\text{Шенн}} = -\sum p_i \log p_i \qquad \text{(III.1)}$$

определяется[1] как «энтропия информации», т. е. как ее неопределенность и действительно имеет такие свойства. Мы покажем, что термодинамическая модель приводит к такой же функции для энтропии информации. Эта функция имеет максимум при равновероятном осуществлении всех исходов, когда $p_1 = p_2 = \ldots = p_Z$, и обращается в нуль при значении вероятности какого-либо исхода, например, i-го, равного единице, а остальных, равных нулю.

Нужно уточнить, что безэнтропийность информации — это только *математическая* безэнтропийность, когда вероятность данного исхода достигает единицы или, что то же, все шансы на этот исход сосредоточиваются в одной ячейке. При этом различные микросостояния шансов внутри ячейки не вносят вклада в энтропию информации. Этим условно принимается неделимость информационной ячей-

[1] Символ log обозначает логарифм при любом основании, включая 2

ки. Введением условно неделимой ячейки теория информации сознательно отказывается от полной детализации события. Только при таком условии энтропия информации об объекте может быть доведена до нуля, что неосуществимо для термодинамической энтропии.

Считая за нулевое состояние информационной системы указанное выше безэнтропийное состояние ($H_0 = 0$) и отсчитывая энтропию данного состояния от этого нуля, как это делает Шеннон, получим, что всякое состояние, отличное от нулевого, будет обладать избытком энтропии, равным энтропии Шеннона

$$\Delta H = H - H_0 = H_{\text{Шенн}} . \tag{III.2}$$

Если все исходы равновероятны, т. е. система Z-кратно «вырождена», то энтропия информации такой системы будет

$$H_{\text{макс}} = \log Z. \tag{III.3}$$

Можно считать, что наше незнание или отсутствие информации о состоянии Z-кратно вырожденной статистической системы состоит в том, что мы считаем все возможные исходы равновероятными и, следовательно, энтропию информации максимальной: $H = H_{\text{макс}}$. Поскольку величина Z в уравнении (3) выражает число равновероятных способов определения исхода этой статистической системы, то она имеет тот же смысл, что и термодинамическая вероятность W в уравнении Больцмана — Планка ($S = k \ln W$). Всякие дополнительные сведения или предположения о системе будут менять соотношения вероятностей этих Z исходов, уменьшая одни и увеличивая другие, и таким образом уменьшать энтропию информации этой системы. Если энтропия информации доведена до нуля, т. е. вероятность одного из исходов доведена до единицы, а остальных до нуля, то это не означает, что мы имеем полное знание о состоянии системы: известно лишь, что в этой системе совершилось (или мы допустили, что совершилось) какое-то одно событие из Z возможных, но какое именно, это не определяется тем, что энтропия информации равна нулю. Таким образом, энтропия информации безразлична к самому содержанию информации. Эта инвариантность принятого исчисления информации относительно ее истинности уже достаточно разъяснена в литературе [4—6].

Таким образом, информация не есть установление какого-либо определенного факта, но лишь *возможности* его существования или возникновения. Следовательно, в общем случае информация говорит не о том, что есть, а о том, что возможно. Именно в этом ее огромное значение для живых организмов [1],

---

[1] В обобщенной статье [3] авторы проводят мысль, что информация не есть специальное свойство живой материи и что, следовательно, некоторые типы взаимодействий в небиологической области имеют специфический информационный характер.

включая человека, так как всякое живое существо определяется не только наличностью фактов, но и их возможностью, не только тем, что есть, но и тем, что может быть. Таким образом, никакая информация, поскольку она всегда содержит в себе возможную недостоверность (вероятность), не может считаться полным эквивалентом факта, она всегда шире единичного факта, но зато и менее достоверна, что и выражается в энтропии информации Шеннона.

Для того, чтобы превратить информацию о некоторых возможных фактах (исходах) в утверждение данного единичного факта (исхода), необходима затрата работы для уничтожения этой энтропии (при этом уничтожается энтропия, но, конечно, не самого предмета информации, факта). Это и есть количество информации I, равное энтропии Шеннона $H_{\text{Шенн}}$ с обратным знаком

$$I = -H_{\text{Шенн}} \tag{III.4}$$

(см. Эшби [7]). Однако нельзя считать, что эти понятия термодинамически вполне эквивалентны. Энтропия информации H — функция состояния информационной системы, количество же информации I ничем не задано, кроме желания на некоторую величину ΔH уменьшить энтропию информации, и только в случае сведения энтропии информации к нулю, I точно определяется и возникает равенство (4).

Таким образом, противоположность знаков *энтропии информации* Шеннона и *количества информации* является их фундаментальным *смысловым* различием, который составит предмет дальнейшего анализа.

Количество информации, не связанное с заданным понижением энтропии информации, будет обозначаться буквой I без индексов; количество информации, снижающее до нуля данную энтропию информации H, будет обозначаться через $I^0 = I_{\text{Вин}}$; количество информации, снижающее до нуля максимальную энтропию информации $H_{\text{макс}} = \log Z$, будет обозначаться буквой I с двумя индексами I_0^0. Термодинамическая работа, связанная с информационно-логическим процессом, будет обозначаться буквой A без индексов. Как будет видно из дальнейшего, эта работа в частных случаях может совпадать с I, I^0, I_0^0, $(I_0^0 - I^0)$ или быть с ними связана линейной зависимостью.

Как увидим далее, по своему смыслу количество информации и энтропия точно аналогичны свободной и связанной энергии в термодинамике идеального газа. Поэтому если функция Шеннона есть энтропия информации, то величиной, компенсирующей эту неопределенность, может быть только *работа информации*, и, следовательно, функция Винера в термодинамическом аспекте должна рассматриваться именно как такая работа.

Справедливость этого вывода для теории информации доказывается приводимым ниже анализом. При этом анализе будут использованы понятия обобщенной энтропии, работы, свободной и полной энергии, которые были даны в главах I и II.

В дальнейшем, говоря о работе и свободной энергии, будем понимать их в указанном обобщенном смысле, не всегда это специально оговаривая.

Отметим, что первая попытка ввести теорию информации в общие термодинамические рамки принадлежит, вероятно, Бриллюэну [5], который, умножая безразмерную информацию Шеннона на константу Больцмана, выражает ее в обычных энтропийных единицах (*кал*/°С) и считает возможным суммировать ее с изменением обычной термодинамической или молекулярной энтропии при происходящих процессах. Величине, компенсирующей энтропию информации, т. е. по смыслу — количеству информации Винера, Бриллюэн дает особое наименование «негэнтропии». В результате суммирование положительной энтропии информации Шеннона с информацией Винера приводит к нулевой энтропии информации, т. е. к выбору какого-то одного исхода. Можно указать еще на работы Ракова [8] по связи термодинамики и теории информации в более специальной форме.

Общая термодинамика информации

В термодинамическом анализе процесса информации[1] мы пойдем путем, отличным от Бриллюэна, и вместо того, чтобы приписывать энтропии информации размерность обычной энтропии, произведем обратную операцию и выразим основное соотношение химической термодинамики[2], уравнение Гиббса — Гельмгольца, в безразмерных функциях, как это было сделано в главе II и привело к уравнению

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varphi + \Delta H. \qquad \text{(III.5)}$$

В таком виде это аналог уравнения Гамильтона для систем, у которых связи не зависят от времени

$$\Delta U_{\text{г}} = \Delta\Pi + \Delta K, \qquad \text{(III.6)}$$

где $\Delta U_{\text{г}}$ — изменение полной энергии системы — аналог $\Delta\varepsilon$, $\Delta\Pi$ — изменение потенциальной энергии — аналог $\Delta\varphi$; ΔK — изменение кинетической энергии — аналог ΔH.

---

[1] Собственно математическая теория информации и кибернетики будет оставлена за границами этого анализа как лежащая вне нашей области и задачи настоящей работы. Разработка этой теории и ее отдельных аспектов представлена в трудах советской математической и кибернетической школы (А. Н. Колмогоров, А. И. Берг, А. А. Ляпунов, В. М. Глушков, С. В. Яблонский и др.) и зарубежных математиков — К. Шеннона, Н. Винера, А. Тьюринга, Дж. фон Неймана и др. Применение математических методов в биологии многим обязано работам школы И. И. Шмальгаузена в СССР и школы Н. Рашевского в США, которые существенно подготовили почву для применения теории информации и кибернетики к живым системам.

[2] Изменение всех термодинамических величин будет отсчитываться от начального состояния (как в термохимии), иначе это привело бы к необходимости изменить знак в основном уравнении Шеннона (1). Следовательно, отрицательные значения величин $\Delta\varphi$, $\Delta\varepsilon$, ΔH будут отвечать возрастанию обобщенной свободной энергии, полной энергии и энтропии при протекании процесса, а положительные — их убыванию.

В случае изотермического сжатия или расширения данного количества идеального газа $\Delta\varepsilon = 0$, т. е. все его изотермические состояния изоэнергетичны. Соответственно этому

$$\Delta H = -\Delta\varphi \quad \text{или} \quad \Delta\varphi + \Delta H = 0, \tag{III.7}$$

или $\Delta H - A = 0$, где A — работа, совершенная над системой.

Таким образом, например, уменьшение безразмерной энтропии идеального газа (ΔH) при его сжатии будет точно компенсироваться изменением, в данном случае увеличением, его свободной энергии ($-\Delta\varphi$), т. е. совершенной над ним внешней работой.

Написанное условие изоэнергетичности ($\Delta\varepsilon = 0$) должно выполняться и при всяком информационном процессе, понимаемом в шенноновском смысле, так как *любому* исходу заданной статистической системы отвечает одинаковое уменьшение энтропии информации H и одинаковая затрата работы информации I^0. Отсюда вытекает, что все допускаемые исходы изоэнергетичны между собой и, следовательно, получение какого-либо одного из них (например, i-го при $p_i = 1$) изоэнергетично относительно первоначального набора из Z таких возможных исходов с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_Z$. Если каждому возможному исходу приписать внутреннюю энергию ε_1, ε_2 и т. д., то внутренняя энергия набора с указанными вероятностями (или статистическими весами) составит

$$\varepsilon = p_1\varepsilon_1 + p_2\varepsilon_2 + \ldots + p_Z\varepsilon_Z = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = \varepsilon_Z \tag{III.8}$$

и будет равна энергии отдельных состояний, как написано выше. Это следует также из того, что перестановка индексов p_1, p_2 и т. д. с переменой весов различных исходов не меняет ни энтропию, ни работу информации. Таким образом, внутренняя энергия каждого возможного исхода или состояния в теории информации принимается тождественной и, следовательно, при процессе информации выполняется то же условие, что и при изотермическом изменении состояния идеального газа

$$\Delta\varepsilon_{\text{инф}} = 0. \tag{III.9}$$

Благодаря этому условию для информационного процесса выполняется уравнение (7), из которого следует, что понижение энтропии информации равно повышению ее свободной энергии или работе, совершенной над этой информацией, и, обратно, что получение более определенной информации всегда связано с затратой работы. Нужно подчеркнуть, что условие (9) не связано с какой-либо моделью информации и определяется соотношением (8), выражающим изоэнергетичность всех возможных исходов информационной системы. Если теперь применить уравнение (7) к случаю Шеннона, когда за счет затраченной работы I^0 (где I^0 отрицательно) энтропия информации снижается от H до нуля и информационная задача получает единичное решение, то получим соотношение типа Эшби

$$\Delta H = H - |0| = -I^0 = -\Delta\varphi \qquad \text{(III.10)}$$

и соответственно $H_{\text{макс}} = -I_0^0$.

Если исходить из максимально неопределенной информации $H_{\text{макс}}$, то снижение ее энтропии до H за счет затраты работы A, где A также отрицательно, даст соотношение

$$H = H_{\text{макс}} + A = -I^0 \qquad \text{(III.11)}$$

или

$$H = H_{\text{макс}} - |A| = |I^0| \qquad (A = I_0^0 - I^0),$$

где $|A|$ и $|I^0|$ — абсолютные величины затраченных работ на уточнение информации (A — от $H_{\text{макс}}$ до H, а I^0 — от H до нуля). Уравнение (4) справедливо для всех процессов, для которых $\Delta\varepsilon = 0$.

Чем меньше число способов Z_α, которыми осуществляется событие α, сравнительно с Z_β для события β, тем, согласно уравнению (3), меньше энтропии α-события и, следовательно, тем больше, согласно уравнению (4), было затрачено обобщенной работы на осуществление этого α-события, сравнительно с β-событием и тем больший избыток свободной энергии несет α-событие (отсчитывая эти величины от некоторого общего начального состояния с одинаково большим Z) $\Delta\varphi_{\alpha/\beta} = |A_\alpha - A_\beta| = \log \frac{Z_\beta}{Z_\alpha}$.

Поэтому малая термодинамическая вероятность (редкость) события — признак большого запаса в нем свободной энергии и отсюда — его значительности во всех отношениях, в том числе как источника информации (см. ниже).

Так как при снижении энтропии величина A всегда отрицательна (работа затрачивается) и так как A и H обе безразмерны, то, приписав величине H смысл энтропии, можно, следуя Бриллюэну, приписать отрицательному слагаемому A название «негэнтропии» и обозначить ее буквой N. Алгебраически это вполне допустимая операция, но нужно ясно представлять, что введение понятия «негэнтропия» не устраняет того, что энтропия системы, т. е. всякая неопределенность или хаотичность, может быть уменьшена (но не до нуля!) *затратой работы* в обобщенном понимании, т. е. набором некоторых векторизованных операций. Однако может возникнуть необходимость пойти дальше терминологического предложения Бриллюэна и допустить существование отрицательной энтропии (ближе к пониманию Шредингера), как «энтропийного вакуума», способного полностью изотермически поглощать энтропию *без затраты работы*. Область такого вакуума — это область «антиэнтропии», где процессы идут самопроизвольно в обратную сторону сравнительно с обычными энтропийными процессами, т. е. в сторону упорядочения. Попадание системы в такую область будет приводить к ее самопроизвольному упорядочению и снижению ее энтропии, т. е. к нарушению второго начала термодинамики в его обобщенном виде («антислучай» Эдингтона). В этом случае энтропия не только информационной, но и физической системы может быть доведена до нуля при $T > 0$ В мертвой природе такие макроскопические процессы неизвестны, но нельзя поручиться, что мы не встретимся с ними в явлениях жизни. Результат анализа, проведенного в этой работе, заставляет считаться с такой возможностью

Следовательно, «антиэнтропия» как фактор преодоления второго начала не совпадает с «негэнтропией», которая есть лишь иное название некоторого вида работы. Для безразмерной антиэнтропии примем обозначение $\breve{S}$. Тогда для случая нормального термодинамического процесса уравнение (4) для снижения энтропии будет иметь вид

$$H = H_{\text{макс}} + A = H_{\text{макс}} + N \quad (0 > N = A < 0). \qquad \text{(III.12)}$$

Для случая же антиэнтропийного процесса то же снижение энтропии выразится

$$H = H_{\text{макс}} + \breve{S} = H_{\text{макс}} - |\breve{S}|, \qquad \text{(III.13)}$$

где энтропия $\breve{S} < 0$, но затраченная работа $A = 0$.

Оставаясь в рамках обычной термодинамики, нужно отождествить количество информации Винера I^0 с работой информации A, которая в свою очередь может быть отождествлена с негэнтропией N. Как увидим, информационный процесс лежит в границах обычной термодинамики, и поэтому для него обязательно сооотношение $(I_0^0 - I^0) = A < 0$.

Отождествление функции I с *работой информации* наряду с условием (9) совмещает это понятие в одной логической плоскости с энтропией информации Шеннона и образует полную систему энергетических параметров процесса: изменение полной энергии ($\Delta\varepsilon = 0$); изменение свободной энергии $\Delta\varphi$ и изменение энтропии ΔH. Понятие же количества информации не находится в общей логической плоскости с понятием энтропии. То, что снижение энтропии информации и, следовательно, получение более точной информации должно быть сопряжено с затратой обобщенной работы (уравнение (11)), ясно уже из того, что информация никогда не уточняется и не накапливается самопроизвольно, но всегда нуждается для этого в выполнении организованных (векторных) операций. Иначе говоря, уточнять информацию можно только в меру затраченных на это усилий.

Следовательно, количество полученной информации не может превышать количества затраченной на это работы (при их выражении в одинаковых безразмерных единицах). И если еще можно дискутировать, имеет ли величина I^0 смысл *количества информации* и нет ли для нее более рациональной меры, то термодинамически бесспорно, что величина I^0 имеет смысл обобщенной *работы информации*, которую она сохранит независимо от того, какую меру когда-либо изберут для количества информации

Поэтому отождествление количества информации с безразмерной работой не должно, по нашему мнению, вызывать каких-либо недоумений Для нашего мышления уже давно привычно понимать под работой не только скалярное произведение векторов силы и пути $\vec{F}$, $\vec{L}$, но совокупность любых направленных целесообразных действий — в том числе умственных, психических, волевых.

Всякое векторное усилие, сообщающее объекту или изображающей точке системы направленное смещение в данном пространстве действия, значительно превышающее их случайный броуновский пробег и тем самым преодолевающее броуновские силы системы и понижающее ее энтропию, согласно приведенному определению, должно рассматриваться как обобщенная работа Частным физическим выражением обобщенной работы является, например, сжатие газа поршнем, создание направленного электронного пучка в электроннолучевых трубках, концентрация светового пучка в лазерах и т. п.

Наш анализ не представляет только термодинамическую интерпретацию уравнения Шеннона Он приводит к выводу, что представления кибернетики не могут быть вполне отвлечены от структуры мышления, но заранее предполагают ее некоторые общие свойства. Это станет ясно, если ближе проанализировать содержание работы информации. Для этого разберем четыре термодинамических модели, две из которых отвечают акту получения информации, третья выражает особый не шенноновский вид информации, а четвертая относится к переходу от информации к мышлению в его простейшей и вместе с тем важнейшей логической (дискурсивной) форме. Как будет показано, этот переход требует использования термодинамики с переменным сортом частиц, т е. собственно химической термодинамики.

Первая термодинамическая модель информации

Будем считать, что восприятие статистической информации в виде заданных вероятностей $p_1, p_2, \ldots, p_Z$ для Z возможных исходов происходит в некотором «сознании» с такой организацией, которая делает возможным выражение этих исходов в числе некоторых дискретных элементов и совершения над ними такой работы, которая уничтожает энтропию информации и выделяет один из исходов как единственный и вполне достоверный для этого «сознания» (математическая схема на рис. 17, *а*).

Такое сознание может совпадать с сознанием в обычном смысле или являться в форме какого-либо кибернетического механизма, способного к указанным действиям. В дальнейшем отбросим кавычки и будем говорить о сознании в этом понимании. Термодинамическая модель сознания, удовлетворяющая указанным требованиям для накопления и переработки информации, может быть задана в виде некоторого «объема сознания» V, разделенного на Z одинаковых по объему ячеек, содержащих общее количество одинаковых «шансов» в виде тождественных частиц идеального газа (или раствора). Физико-химическая модель дана

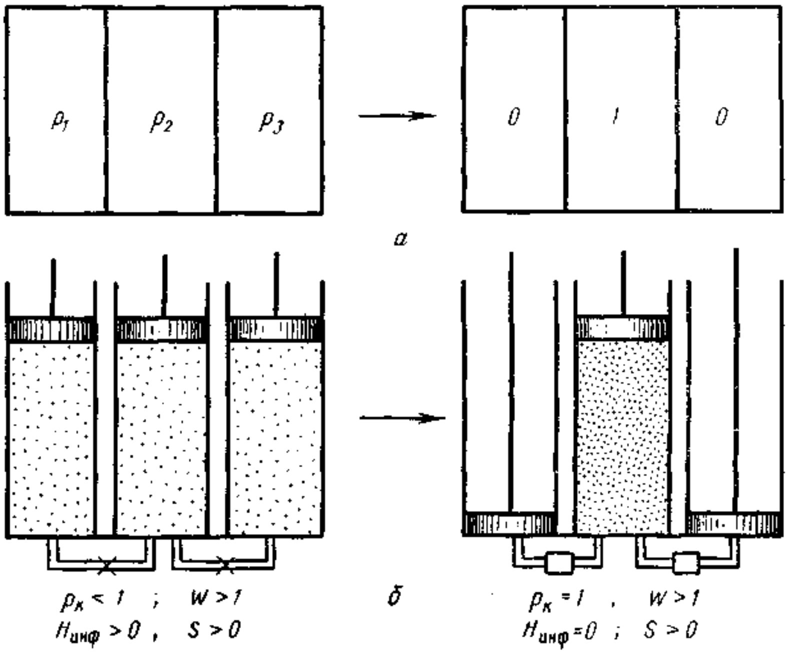


Рис. 17. Молекулярная модель процесса получения информации

на рис. 17, *б*. Z ячеек отвечает в этой модели возможным исходам статистической задачи, т. е. решению альтернативы, что предмет информации окажется либо 1-го, либо 2-го,..., либо Z-го сорта или что в анализируемой системе происходит либо 1-е, либо 2-е, ..., либо Z-е событие. Содержание «частиц-шансов» в данной ячейке n_i, отнесенное к их общему числу N, выражает вероятность p_i данного исхода, численно равную термодинамической концентрации частиц в данной ячейке

$$p_1 = \frac{n_1}{N}; \quad p_2 = \frac{n_2}{N} \quad \text{и т. д.,} \quad N = \sum_1^Z n_i . \qquad \text{(III.14)}$$

В этой модели наибольшей неопределенности и, следовательно, наибольшей энтропии отвечает случай, когда ячейки сообщаются друг с другом и поэтому содержат одинаковое число шансов N/Z, т. е. характеризуются одинаковой вероятностью любого исхода, равной $p = 1/Z$. Это случай Z-кратного «вырождения» системы. В этом случае энтропия информации будет максимальной и равняться, согласно сказанному выше, $H_{\text{макс}} = \log Z$. Снижение энтропии информации до нуля, т. е. реализация одного из возможных исходов, будет отвечать сосредоточению всех N шансов путем сжатия такого «шанс-газа» в одной из ячеек, например i-того сорта; тогда p_i приобретает значение единицы, а всех остальных — нуля. Для сжатия частиц взятого газа придется затратить безразмерную работу (A), равную [1]

$$(I_0^0) = (A) = (\Delta\varphi) = N \log \frac{N/Z}{N} = -N \log Z \qquad \text{(III.15)}$$

и после отнесения к N

$$I_0^0 = A = \log Z. \qquad \text{(III.16)}$$

При этом энтропия системы (т. е. 1 *г-моля* взятого «шанс-газа») за счет произведенной работы понизится от $H_{\text{макс}} = \log Z$ до нуля и будет достигнуто состояние некоторого определенного исхода статистической системы. Таким образом, изменение (уменьшение) энтропии при этом процессе составит: $\Delta H = \log Z$, а изменение свободной энергии, равное затраченной работе, будет $\Delta\varphi = -\log Z$, что будет отвечать ее увеличению над исходным состоянием. В сумме, как при изотермическом сжатии идеального газа или раствора, $\Delta H + \Delta\varphi = 0$. Подчеркнем, что *не существует другого способа понижения энтропии идеального «шанс-газа» при изотермических условиях, кроме совершения над ним работы.* Поэтому количество информации, компенсирующее энтропию этой информации, не может иметь иного смысла, кроме работы сжатия информационных единиц от полного объема всех ячеек сознания, в которых они первоначально распределены, до единичной ячейки, характеризующей допущение одного исхода из Z возможных.

Таковы термодинамические корни, которые, естественно, обнаруживаются в теории информации

Обращаясь к смыслу работы информации I^0, нужно отметить, что поскольку она аналог обратимой термодинамической работы сжатия газа, то это — *минимальная затрата* некоторой безразмерной работы сознания или анализирующего механизма, необходимая для сжатия идеального «шанс-газа» до объема одной ячейки и получения некоторого *одного* исхода статистической задачи.

[1] Эта работа не нормирована, так как относится к неопределенному числу «частиц-шансов», и поэтому отмечена скобкой, как будут отмечаться и дальше все ненормированные величины. Отнеся ее (также энтропию и все последующие величины) к N, получим работу информации, отнесенную к некоторой единице этих шансов, например, к 1 *г-молю*.

Казалось бы не обязательно представлять шансы на тот или другой исход в виде частиц газа (или раствора), которые подвергаются сжатию до определенного объема. Но по существу мы не можем уйти от такого представления. Это связано с тем, что единственно модель газа (раствора), наряду с условием изоэнергетичности состояний, удовлетворяет двум требованиям вероятностного статистического рассмотрения явления: закону больших чисел (N велико) и броуновскому, т. е. случайному механизму перераспределения шансов между различными Z вариантами (ячейками). Конечно, шансы можно укрупнить до размеров макроскопических шариков или фишек, но им все равно придется приписать либо собственное броуновское движение, либо эквивалентный этому какой-то механизм беспорядочного перемешивания их в «объеме сознания» V между Z ячейками. Без этих двух свойств — *корпускулярности* (дискретности) шансов и их *броуновского движения* — нельзя модельно обосновать соотношения Шеннона. Если будем подсчитывать возможное распределение шансов между различными ячейками, как делает Бриллюэн, то все равно нужно представить некоторую машину, которая хаотически перемешивает шансы. Это показывает, что теория информации неявно включает в себя определенную модель мышления. Броуновскому движению «частиц-шансов», очевидно, отвечает броуновское движение каких-то физических элементов или связей в нашем сознании, в мозге, и *работа информации как психический акт — прежде всего ограничение броуновского движения этих элементов.*

Самопроизвольное сосредоточение всех N шансов в некоторой из ячеек, например i-той, вообще говоря, является статистически допустимым событием, но столь же мало вероятным, как самопроизвольное сжатие газа в каком-то объеме без затраты на это работы.

Закон распределения Пуассона

$$W_n = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!} \tag{III.17}$$

(ν — среднее число экземпляров в ячейке, n — заданное их число, а W_n — вероятность получения этого числа) позволяет оценить вероятность самопроизвольного решения Z-вариантной задачи без затраты работы информации. Учитывая, что решение системы отвечает условию $\nu = N/Z$ и $n = N$, получим вероятность самопроизвольного сгущения всех N шансов в одной ячейке

$$W_N = \frac{\left(\frac{N}{Z}\right)^N e^{-\frac{N}{Z}}}{N!} \simeq \frac{e^{-\frac{N}{Z}}}{\left(\frac{Z}{e}\right)^N} \tag{III.18}$$

Так как по условию N велико, то эта вероятность будет ничтожна для числа ячеек, превышающих единицу, т. е. для любого случая статистической задачи, здесь разбираемой. В случае единственной ячейки ($Z = 1$) вероятность сгущения W_n, естественно, равна единице, но задача вместе с тем перестанет быть статистической. Но уже при двух-трех ячейках вероятность самопроизвольного сгущения всех N шансов в одной ячейке без затраты работы весьма мала.

Таким образом, приведение системы к какому-нибудь одному исходу, т. е. уничтожение энтропии информации, требует затраты работы информации на сжатие объема явления, представленного в виде множества N невзаимодействующих, находящихся в состоянии броуновского движения информационных «частиц-шансов» от общего воспринимающего объема V до объема одной ячейки V/Z. Этот процесс всегда нуждается в затрате обобщенной работы: работы поршня для сжатия газа, работы памяти и внимания для сжатия отдельных впечатлений в цельный образ, психической работы для сосредоточивания шансов на некотором одном решении и т. п. Все эти виды работы или свободной энергии имеют указанное выше общее свойство — способность понижать энтропию, т. е. неопределенность состояния системы, над которой произведена эта работа. Количество информации в предельном случае, выражающееся уравнением $I_0^0 = -\log Z$, как уже говорилось, есть не что иное, как выражение этой обобщенной работы, которая аналитически тождественна со сжатием любых броунирующих, беспорядочно двигающихся в данном виде пространства, экземпляров от объема Z ячеек до одной.

Разобранная выше первая термодинамическая модель информации относится к случаю, когда исходная информация о событиях максимально неопределенна, отвечая равномерному распределению N шансов между Z возможными исходами или ячейками

Вторая термодинамическая модель информации

В общем случае исходная информация может быть более определенной, выражаясь неравными вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_Z$ для 1-го, 2-го, ..., Z-того исхода. Это будет отвечать второй термодинамической модели информации, которая преобразуется таким образом, что объем сознания V считается уже заранее организованным путем разделения на Z *изолированных* ячеек, содержащих «шанс-газ» с определенным числом частиц в отдельных ячейках: $n_1, n_2, \ldots, n_Z$. Всего же таких частиц по-прежнему будет $N = \Sigma_1^Z n_i$, и соответственно вероятности различных исходов по-прежнему выразятся величинами

$$p_1 = \frac{n_1}{N}; \quad p_2 = \frac{n_2}{N} \quad \text{и т. д.} \qquad \text{(III.19)}$$

Подобное состояние сознания с различно оцененными возможными исходами может, по Эшби, считаться результатом «предынформации», т. е. уже ранее затраченной работы над первоначальной, вполне вырожденной информацией.

Определим, насколько энтропия такой системы будет меньше, а свободная энергия больше, чем у вырожденной системы с равномерно заполненными ячейками (содержащими одинаковое количество тождественных частиц в каждой ячейке при том же общем количестве частиц N, которое мы впоследствии положим равным одному молю). Это будет отвечать случаю, если бы мы разрушили перегородки между ячейками и предоставили газу смешаться, приняв некоторую среднюю объемную концентрацию, равную N/V, т. е. разрушили бы имеющуюся в организованном сознании дифференциацию ячеек, отвечающих различным исходам событий. Свободная энергия идеального газа, отвечающая этой концентрации и этому числу частиц, при некоторых стандартных условиях будет равняться [1]

$$(\varphi_I) = N \log \frac{N}{V} + N(\varepsilon - H^0), \qquad \text{(III.20)}$$

где ε — полная энергия 1 *моля* «шанс-газа», выраженная в единицах RT; H^0 — взятая при некоторых стандартных условиях энтропия 1 *моля* газа, выраженная в единицах R.

Свободная же энергия газа, распределенного по всем Z ячейкам, при указанных выше количествах частиц $(n_1, n_2, \ldots, n_Z)$ при тех же стандартных условиях выразится

$$(\varphi_{II}) = \sum_1^Z n_i \log \frac{n_i}{V/Z} + \sum_1^Z n_i (\varepsilon_i - H_i^0). \qquad \text{(III.21)}$$

Отсюда изменение (увеличение) свободной энергии при переходе от 1-го (20) ко 2-му (21) состоянию выразится разностью

$$(\varphi_{II}) - (\varphi_I) = (\Delta\varphi),$$

равной работе (A), затраченной на этот переход, где $(A) < 0$;

$$(A) = -(\Delta\varphi) = -[\textstyle\sum_1^Z n_i \log n_i + \sum_1^Z n_i \log Z -$$
$$- \textstyle\sum_1^Z n_i \log V - N \log N + N \log V]. \qquad \text{(III.22)}$$

Последние члены при вычитании уравнения (20) из (21) сокращаются, так как частицы «шанс-газа» во всех ячейках тождественны и, следовательно,

$$N(\varepsilon - H^0) = \textstyle\sum_1^Z n_i (\varepsilon_i - H_i^0). \qquad \text{(III.23)}$$

---

[1] В круглых скобках будут помещаться термодинамические величины, не отнесенные к 1 *молю* «частиц-шансов».

Уравнение (22) можно преобразовать таким образом:

$$(A) = -(\Delta\varphi) = -[\textstyle\sum_1^Z n_i \log n_i - \sum_1^Z n_i \log N + N \log Z] \quad \text{(III.24)}$$

или

$$(A) = -(\Delta\varphi) = -N\left[\sum_1^Z \frac{n_i}{N} \log \frac{n_i}{N} + \log Z\right]. \quad \text{(III.25)}$$

Нормируя величину ($\Delta\varphi$), как раньше, получим затраченную работу, отнесенную к некоторой единице «частиц-шансов» (к 1 *г-молю*);

$$A = -\Delta\varphi = -\frac{(\Delta\varphi)}{N} = -\left[\sum_1^Z p_i \log p_i + \log Z\right] =$$

$$= -\left[\sum_1^Z p_i \log p_i - I_0^0\right], \quad \text{(III.26)}$$

так как величина $\log Z$, как было показано,— работа информации I_0^0, затрачиваемая на преобразование вполне неопределенной системы во вполне определенную, сопряженная с повышением свободной энергии системы на величину I_0^0.

Отсюда работа информации, которую *нужно затратить* на такое преобразование частично неопределенной системы, у которой $p_1 < 1$, $p_2 < 1, \ldots$ и т. д., во вполне определенную, у которой $p_i = 1$, а остальные $p_1 = p_2 = \ldots = p_Z = 0$, выразится разностью затрачиваемых работ I_0^0 и A

$$I^0 = I_0^0 - A = -\log Z + (\textstyle\sum_1^Z p_i \log p_i + \log Z) =$$

$$= \textstyle\sum_1^Z p_i \log p_i = I_{\text{Вин}}. \quad \text{(III.27)}$$

Так как обратимая изотермическая работа, производимая над идеальным газом или раствором, в безразмерных единицах равна понижению энтропии этого газа, то

$$\Delta H = -\textstyle\sum_1^Z p_i \log p_i = H_{\text{Шенн}}, \quad \text{(III.28)}$$

и мы термодинамически получаем формулу Шеннона — Винера для энтропии и количества (работы) информации для случая частично-неопределенной системы, схема на стр. 77 наглядно изображает ход этого расчета.

Типы информационных систем

а. Система с Z-кратно вырожденной информацией

Ячейки сообщаются между собой, они слиты в одну общую ячейку объемом V и содержат одинаковое число «частиц-шансов», отвечающее одинаковой вероятности каждого из Z исходов

$$n_1 = n_2 = \ldots = n_Z = \frac{N}{Z},$$

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_Z = \frac{1}{Z},$$

$$H_{\text{инф}} = H_{\text{макс}} = \log Z.$$

Работа решения такой вырожденной информационной задачи будет отвечать сжатию всех N шансов в какую-либо одну ячейку с затратой работы

$$I_0^0 = -\log Z,$$

$$H_{\text{макс}} - \log Z = 0.$$

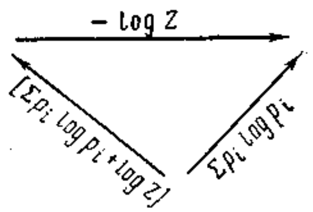
б. Система с предынформацией

$$p_1 = \frac{n_1}{N};\ p_2 = \frac{n_2}{N} \text{ и т. д.}$$

Работа решения такой информационной задачи найдется из следующей схемы:

Система с Z-кратно вырожденной информацией

$$p_i = \frac{1}{Z}$$



Система с однозначным исходом

$$\lim p_k = 1$$

Система с предынформацией

$$p_1 = \frac{n_1}{N};\ p_2 = \frac{n_2}{N} \text{ и т. д.}$$

$$p_i \neq p_k$$

$$I_{\text{инф}} = \Sigma p_i \log p_i$$

$$H_{\text{инф(нач)}} = -\Sigma p_i \log p_i$$

Наряду с методом функций полезно указать тот термодинамический процесс, путем которого может быть осуществлено сосредоточивание всех шансов в некоторой i-той ячейке. Представим для этого, что к каждой ячейке присоединена цилиндрическая емкость с поршнем, перемещением которого можно разряжать или компримировать газ «частиц-шансов», создавая нужную их концентрацию. Доведем этим путем концентрацию «частиц-шансов» во всех ячейках до некоторой одинаковой величины, например, до единицы. Начальная концентрация частиц в каждой ячейке по-прежнему выразится $c_i = \frac{n_i}{V/Z}$. Тогда процесс доведения концентрации до единицы в каждой ячейке будет отвечать безразмерной работе

$$(a_{\text{I}}) = \sum_1^Z n_i \log \frac{c_i}{1} = \sum_1^Z n_i \log \frac{n_i}{V/Z}. \qquad \text{(III.29)}$$

После того как концентрация частиц во всех ячейках будет доведена до единицы (с изменением общего объема от V до V'), снимем все перегородки между ячейками, что, как известно, не будет сопряжено с изменением свободной энергии и энтропии однородного газа. Так как общее число частиц при этом не изменится, то полученный объем газа определится из уравнения: $V' \cdot 1 = N$. После этого сожмем весь газ (т. е. все N частиц) от объема V' до объема одной ячейки V/Z, на что затратится работа

$$(a_{\text{II}}) = -N \log \frac{V}{ZN}. \qquad \text{(III.30)}$$

Суммируя работу (a_{I}) и (a_{II}) и деля полученную работу на число частиц N, получим затрату работы на концентрирование всех шансов в некоторой i-той ячейке, рассчитанную на единицу (1 *моль*) шансов

$$I^0 = \frac{1}{N}\left[\sum_1^Z n_i \log n_i + N \log \frac{Z}{V} - N \log \frac{Z}{V} - N \log N\right] =$$
$$= \sum_1^Z p_i \log p_i = I_{\text{Вин}}, \qquad \text{(III.31)}$$

т. е. получим то же уравнение Шеннона — Винера.

Из обоих способов рассуждения — с помощью термодинамических функций и термодинамических процессов — наглядно видно, что *работа информации не зависит от того, в какую ячейку будут скомпримированы все шансы, т. е. к какому именно исходу придет статистическая система.* В этом выражается то существенное обстоятельство, что даже безэнтропийная информация ($H_{\text{Шенн}} = 0$) эквивалентна не действительному, но только *возможному факту.*

Затрачивая работу информации на сжатие газа «частиц-шансов», повышаем свободную энергию нашей информации о состоянии системы на величину той же работы и настолько же понижаем энтропию этой информации, т. е. ее неопределенность. Следовательно, работа информации — способ понижения «вырожденности» системы, т. е. уменьшения числа возможных ячеек (решений), отвечающих исходному условию статистической системы.

Изложенное разъясняет тот результат, что *без затраты работы информации* мы не можем получить более однозначную информацию, чем исходная, а тем более вполне однозначную, когда

$p_i = 1$, а остальные вероятности равны нулю. Это также невозможно, или лучше сказать невероятно, как самопроизвольное собирание всех «частиц-шансов» в какую-либо одну ячейку (см. об этом выше). Следовательно, *получение информации — процесс, не идущий самопроизвольно,* но всегда требующий затраты обобщенной работы. Поэтому полученная информация обладает повышенной свободной энергией и соответственно пониженной энтропией сравнительно с вполне неопределенной информацией и, следовательно, является *неустойчивым состоянием,* вроде газа, сжатого в баллоне. Информация, полученная в виде газа «частиц-шансов», сжатых в одной ячейке, не обладает свойством термодинамического самосохранения, и внешние воздействия должны в конце концов ее рассеять.

Термодинамика не шенноновской информации и парадокс Гиббса

Парадокс Гиббса возник в термодинамике обычных газов, для которых объединение Z ячеек с объемом v, содержащих однородный газ, в общий объем $V = Zv$ при том же давлении и температуре не меняет термодинамических свойств системы (U, F, S), объединение же в общем объеме разных газов ведет к изменению этих свойств благодаря увеличению энтропии каждого сорта при их смешении независимо от степени различия их молекул.

Хотя этот парадокс неоднократно разъяснялся, но формально рассуждение Гиббса неустранимо из термодинамики обычных газов.

Этот вопрос стоит иначе для введенного нами выше анализа термодинамики процесса информации «шанс-газа», каждая частица которого несет некоторую долю вероятности осуществления того или иного исхода (варианта) информационной задачи в зависимости от сосредоточивания его частиц в различимой ячейке того или другого номера ($v_1, v_2, \dots, v_Z$), каждой из которых отвечает определенный исход информационной задачи.

Ячейки этого «сознания» (естественного или машинного) могут сообщаться или отъединяться друг от друга и обладают важным свойством, без которого нельзя физико-химически моделировать шенноновскую информацию и вывести из этой модели нужное выражение для энтропии информации (1).

Это условие — определенный и ограниченный объем ячеек. Оно делает возможным, чтобы процесс компрессии частиц «шанс-газа» из всех ячеек в некоторую данную (отвечающую данному исходу информационной системы) являлся не только процессом *изотермического* сжатия этого газа от объема Zv до объема v данной ячейки, но был для *данной* ячейки также процессом *изохорическим,* т. е. происходящим без растяжения объема ячейки, (см. рис. 17). Полученная при этом информация может быть названа *шенноновской,* так как, во-первых, уменьшение ее энтропии происходит в меру затраченной обобщенной работы и выражается шенноновской функцией (1), и, во-вторых, она является *устойчивой в пределах заключающей ее ячейки*[1]. Поэтому она обладает достаточно большой (фактически даже очень большой) продолжительностью жизни, равной продолжительности жизни заключающей ее ячейки.

Но возможен случай, насколько известно, до сих пор не разобранный. Представим, что ячейки, в которых заключен «шанс-

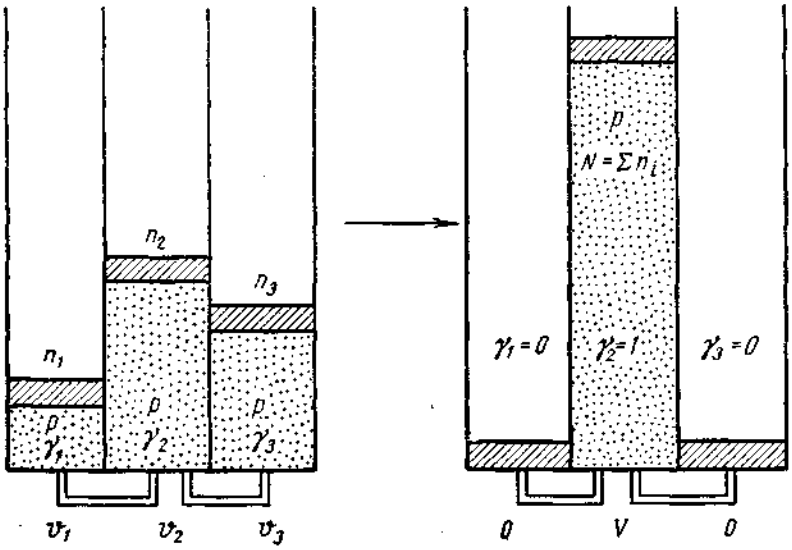


Рис. 18. Случай вполне неустойчивой не шенноновской информации (изобарный, изотермический процесс)

газ», не ограничены в своем объеме, точнее каждая ячейка может расшириться до суммы объемов всех ячеек, и, следовательно, перемещение «шанс-газа» в данную ячейку из всех остальных может совершаться путем *изотермически-изобарического* процесса (рис. 18). Считая, что вес самого газа пренебрежимо мал сравнительно с давлением, оказываемым на него весом поршней в каждой из ячеек, найдем, что газ в этих ячейках будет находиться в состоянии безразличного равновесия. Таким образом, перемещение газа из ячейки в ячейку будет происходить уже при весьма малых случайных дополнительных натрузках на тот или иной поршень.

Приложив такое весьма малое (в идеальном случае — сколь угодно малое) дополнительное давление на поршни в $(Z-1)$

[1] Выше в этой главе было разъяснено, что по отношению к окружающей среде всякая информация является термодинамически неустойчивой.

ячейках, можно практически без затраты работы собрать весь газ в одну из ячеек путем изобарически-изотермического расширения ее объема в Z раз. Это справедливо для каждой ячейки, и поэтому такая система в условиях некоторых небольших случайных воздействий на нее (на поршни ячеек) превратится в систему вполне неупорядоченную, находящуюся в состоянии макрофлюктуации: газ будет собираться то в одной ячейке, то в другой, то как-то распределяться между ними. В термодинамике обычного газа это ничего не будет менять, так как при этом все параметры системы U, F, S, P, V, T будут оставаться постоянными. Но если емкости $v_1, v_2, \ldots, v_Z$ будут рассматриваться как информационные ячейки, то каждая макрофлюктуация будет менять информационную энтропию. Определим энтропию информации левой системы, изображенной на рис. 18. Так как в случае информации вероятность состояния равна термодинамической концентрации частиц $\gamma_i = (n_i / N) = p_i$ и частицы физически тождественны (различаются лишь емкости I, II, III и т. д.), то энтропия информации левой системы будет

$$H_{\mathrm{I}} = n_1 \ln v_1 + n_2 \ln v_2 + \ldots + n_Z \ln v_Z + Ng_0, \qquad (\mathrm{III}.32)$$

где g_0 — постоянная, свойственная одной частице, независимая от концентрации. Так как в общем объеме системы $V = \Sigma_1^Z v_i$ давление p и число частиц N постоянны, то

$$Pv_i = n_i RT, \qquad (\mathrm{III}.33а)$$

$$n_i = \frac{Pv_i}{RT} = N\gamma_i, \qquad (\mathrm{III}.33б)$$

$$v_i = V\gamma_i. \qquad (\mathrm{III}.33в)$$

Отсюда

$$H_{\mathrm{I}} = N\sum\nolimits_1^Z p_i \ln p_i V = N\sum\nolimits_1^Z p_i \ln p_i + N \ln V + Ng_0. \qquad (\mathrm{III}.34)$$

Энтропия газа, собранного в одну, например, среднюю ячейку, (правая система) в тех же обозначениях выразится

$$H_{\mathrm{II}} = N \ln V + Ng_0. \qquad (\mathrm{III}.35)$$

Это будет отвечать, как и раньше, однозначному решению информационной задачи, чему соответствует нулевая энтропия информации[1].

Тогда превышение энтропии информации левой системы над правой, отнесенное к одному молю «частиц-шансов», выразится

$$H = -\sum\nolimits_1^Z p_i \log p_i. \qquad (\mathrm{III}.36)$$

[1] Для «частиц-шансов» g_0 можно положить равным нулю, а общий объем V принять за единицу. Тогда парциальные объемы выразятся в долях от V, и H_{II} станет равной нулю.

Следовательно, энтропия информации мгновенного состояния такой стохастической, колеблющейся системы будет выражаться тем же шенноновским уравнением. Но каждая флюктуация будет менять даваемую информацию и делать длительно получаемую информацию неопределенной.

Только достаточно длительное наблюдение за разбираемой макрофлюктуационной системой позволит установить, что мы имеем дело с «сознанием», неспособным давать однозначную шенноновскую информацию, что этот «механизм» или «мозг» находится в «патологическом» состоянии (хорошо известном психиатрам при ряде заболеваний: асинтаксической атаксии, Корсаковском психозе, патологической лживости и т. п.). Мгновенное же состояние такой системы не позволит отличить ее броуновскую стохастическую информацию от шенноновской.

Таким образом, шенноновская информация, связанная с затратой вполне определенной обобщенной работы $I = \sum_1^Z p_i \log p_i$ и с изменением термодинамических характеристик «шанс-газа»,— не единственный вид информации, но она является некоторой *нормой*. Информация может возникать и без затраты этой работы и даже, как было показано, вообще без затраты работы — за счет небольших макрофлюктуаций. Но зато она не имеет устойчивости во времени и не только не обладает заведомой достоверностью (как и всякая информация), но на достаточном интервале наблюдения теряет всякую определенность. Все виды информаций можно расположить между нормальной шенноновской информацией и броуновской, стохастической. Если шенноновская информация может служить для моделирования нормального «сознания», то описанный здесь вид информации способен моделировать различные виды нарушенного «сознания» и соответственно поведения, в том числе неупорядоченный эвристический поиск.

Молярная энтропия газа в объеме V при данных P и T, взятая в единицах R, выразится соотношением $S_0 = C + \ln V$ (где C — аддитивная постоянная), при распределении же этого газа между Z ячейками с тем же общим объемом V она фиктивно уменьшится до значения (при условии различимости этих ячеек)

$$S_0' = [C + \ln V] + \sum_1^Z p_i \log p_i = S_0 - H_{\text{инф}}. \qquad \text{(III.37)}$$

Парадокс Гиббса создается величиной $\sum_1^Z p_i \log p_i$, совпадающей с энтропией информации. Эта величина возникает благодаря заранее принятой различимости ячеек и содержанию в них газа. Таким образом, газ, распределенный по ячейкам, неявно рассматривается в рассуждении Гиббса как *система информационная*. Это и уравнение (2) применимы к термодинамике «шанс-газа» (см. выше). Но в обычной термодинамике газ и заключающие его емкости не рассматриваются как источник информации, и поэтому член $-H_{\text{инф}}$ выпадает из уравнения (37).

Резюмируя, можно сказать, что процесс информации может быть термодинамически моделирован на основе образа идеального газа, состоящего из одинаковых и неизменяемых «частиц-шансов», не претерпевающих никаких других процессов, кроме перекачивания из первоначально заполняемых ими Z ячеек в какую-то одну с затратой работы информации. Это дает термодинамический вывод уравнения Шеннона, которое было им предложено, как он говорит, главным образом исходя из удобства логарифмической меры информации и ее интуитивной достоверности.

Соотношение между энтропией информации и количеством информации термодинамически подобно соотношению между понижением энтропии идеального газа и совершенной над ним работой: количество информации Винера и выражает эту работу. Затрата работы ведет к повышению свободной энергии полученной информации и делает ее термодинамически неустойчивой.

Таким образом, процесс информации лежит в границах общей термодинамики с постоянным числом и неизменным сортом частиц, распределенных между Z изолированными (в случае пред-информации) или сообщающимися между собой ячейками (в случае предельно вырожденной информации). Следовательно, какова бы ни была природа «частиц-шансов», осуществление процесса получения информации на молекулярном уровне *термодинамически допустимо* и не требует условий, физически невыполнимых для молекулярных систем, включая сюда живое вещество.

Переход к химической термодинамике связан с изменением числа и сорта первоначально взятых «частиц-шансов» и представляет существенное расширение термодинамической модели информации на более общий случай.

В отличие от обычного случая для «шанс-газа», распределенного по различаемым информационным ячейкам, рассуждение Гиббса перестает быть парадоксом и добавочный энтропийный член в уравнении (37) $\sum_1^Z p_i \log p_i$ выражает действительное изменение энтропии информации ($-H_{\text{инф}}$) при изобарическом перераспределении «шанс-газа» между ячейками. В термодинамике обычного газа этот член выпадает, поскольку система (газ + ячейки) не рассматривается как информационная.

Процесс изохорически-изотермической компрессии «шанс-газа», для данной ячейки, рассмотренный в первой части этой главы, отвечает *нормальной* шенноновской информации, требующей определенной затраты обобщенной работы, но благодаря этому обладающей относительной устойчивостью. Переход к изобарически-изотермическому процессу перераспределения «шанс-газа» между ячейками без затраты работы дает не шенноновскую, а броуновскую или стохастическую информацию, находящуюся в состоянии макрофлюктуаций, которая типично передает характер нарушенного «сознания» и соответственно поведения.

ЛИТЕРАТУРА

1. БСЭ, том. 51, стр. 128.
2. Shennon K. S., Weaver W. The Mathematikal Theory of Communication. The Univer. Illin. Press. Urbana, 1949; Шеннон К. Сб. «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех». М., ИЛ, 1953.
3. Соболев С. Л., Китов А. И., Ляпунов А. А. «Вопросы философии», 1955, вып. 4, 136.
4. Shennon K. Bell. System. Techn. Journ. Jul., 27, 379, 623, 1948.
5. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. М., Физматгиз, 1960; Бриллюэн Л. УФН, 77, 337, 1962.
6. Сб. «Теория информации и ее приложение». М., Физматгиз, 1959.
7. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. М., ИЛ, 1959.
8. Racow B. «Kybernetik», 2, 236, 244, 1965.