РОН-ИСЧИСЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

Комаров В.М.

Понятие Числа является фундаментальным понятием математики [1,3,5]. Число (в смысле мощности Кантора) справедливо относится к *самым абстрактным и благодаря этому самым универсальным понятиям* [4]. Тем не менее, в математике существует понятие, которое, на наш взгляд, можно смело поставить или выше числа, или, по крайней мере, рядом с ним. Этим понятием является *действие* над числом.

Рон-исчисление - это *исчисление действий* (ИД). Оно основано на целом ряде принципов, к главнейшему из которых относится требование различать **сущности** математических объектов и их **явления.** Оговорить это важно, т.к. в своей сущности тот или иной математический объект единственен, и только в явлении может быть размножен, многократно повторен, копирован. Исходя из этого в ИД для основных ее объектов, каковыми являются числа a, b, c… , действия над числами α, β, γ, … , и опероны (действия над действиями) $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{K}$, $\mathcal{L}$, … вводится требование, чтобы все объекты одной сущности, обозначались бы одними и теми же символами (имеется ввиду, что сущность того или иного математического объекта задана в его определении).

Отсюда также следует то, что **действиями над числами можно считать только тот класс преобразований чисел, который направлен на изменение именно сущности чисел.** Это также означает, что изменить число значит - изменить его сущность, содержащуюся по определению в его „ многоединстве ”, т.е. требуется изменить либо его модуль (*многое* числа), либо его вторую часть (в которой число представлено как монада, как нечто единое), т.е. *качество* числа.

Кроме того, в ИД при определении того или иного бинарного действия допускается использование **различных** арифметических действий (а не только какого-либо **одного**, как это делается обычно, например, при определении умножения $a \cdot b = a + a + a + \ldots + a$). Это позволяет за счет включения в их определения самые разные действия, взятые в *различной кратности,* и создавать тем самым действия гораздо более сложных и разнообразных структур.

В свете сказанного выражение a+ab+b следует считать бинарным действием, обозначая его символом υ , если, разумеется, отвлечься от того, что a и b входят в данное выражение многократно, а именно дважды, и что оно составлено не из одного, а сразу из двух действий -сложения и умножения: $a \,\underline{\upsilon}\, b = a+ab+b$.

Аналогично, следующие выражения также можно считать бинарными действиями, обозначая их соответственно: α, β, γ:

$$\frac{a - b}{a + b} = a \ \alpha \ b, \qquad a^{b} \cdot b^{a} = a \ \beta \ b, \qquad \log_{(a+b)} \frac{a}{b} = a \ \gamma \ b.$$

В ИД для проведения преобразований собственно самих арифметических действий в качестве операций метауровня вводятся 6 так называемых оперонов. Опероны - это действия над самими действиями. Прямые и обратные опероны позволяют осуществлять переходы от действия α к действиям $\underrightarrow{\alpha+1}$ и $\underleftarrow{\alpha+1}$ (см. рис.1), т.е. повышать или понижать ступень соответствующего действия. При таком подходе со ступенью бинарного действия можно «работать» как с математическим объектом-числом: повышать и понижать ее, и выполнять с ней различные преобразования. Таким образом, мы принимаем гипотезу о том, что всякое действие с неоднородной структурой (т.е. с количественно различным вхождением чисел a, b и действий α, β, γ ... их соединяющих в одно целое, а также порядка их проведения) можно считать действием некоей новой фиксированной ступени **μ:**

$$a \,\alpha\, b \,\beta\, a \,\gamma\, b \ldots \beta\, a = a \,\underline{\mu}\, b.$$

В общем случае от действия ступени $\underline{\boldsymbol{\alpha}}$, как показали наши исследования, возможно с помощью оперонов $\overleftarrow{\mathcal{P}}^{+}(\alpha)$ и $\overleftarrow{\mathcal{P}}^{-}(\alpha)$ - повышения или понижения ступени по основанию; $\overrightarrow{\mathcal{P}}^{+}(\alpha)$ и $\overrightarrow{\mathcal{P}}^{-}(\alpha)$ -повышения или понижения ступени по показателю; $\mathcal{K}$- корня;

$\mathcal{L}$- логарифма - выполнить, как минимум, 6-и независимых друг от друга переходов к новым действиям (см. рис. 1).

В развернутом виде: $$\overleftarrow{\mathcal{P}}^{1}(a\underline{\alpha}b) = a \underset{\longleftarrow}{\alpha+1} b = \underbrace{(((a\,\underline{\alpha}\,a)\underline{\alpha}a)\ldots)\underline{\alpha}a}_{b} \qquad (1)$$

Аналогично определяется $\overrightarrow{\mathcal{P}}^{1}(a\underline{\alpha}b)$. В развернутом виде:

$$\overrightarrow{\mathcal{P}}^{1}(a\underline{\alpha}b) = a \underset{\longrightarrow}{\alpha+1} b = \underbrace{a\,\underline{\alpha}(a\,\underline{\alpha}\ldots(\underline{\alpha}(a\,\underline{\alpha}\,b)))}_{b}. \qquad (2)$$

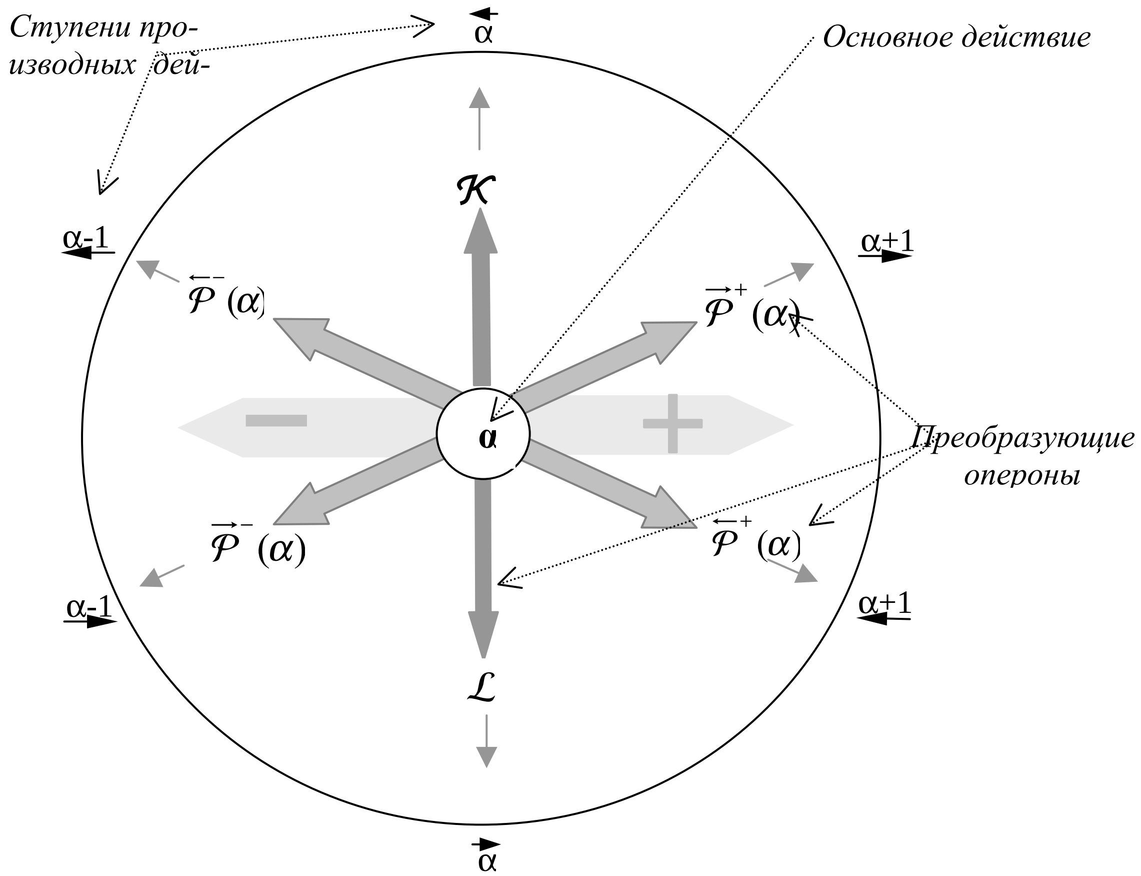

Рис.1. Диаграмма получения новых независимых друг от друга *производных* действий из *основного* действия **α** с помощью оперонов $\mathcal{P}, \mathcal{K}, \mathcal{L}$.

Аналогично определяются опероны обратных действий. В опероновой форме преобразование действия α, в частности, в логарифм будет иметь вид:

$$\mathcal{L}(\alpha) = c \,\alpha\, a = l\alpha g_a c \ .$$

В современной арифметике используется только одно базовое действие -*сложение*. Из него строят 6 остальных действий: вычитание, деление, умножение...и им обратные. **Главным β-рядом** назовем ряд производных прямых и обратных действий β, γ, δ, λ …, последовательно получаемых из **сложения**, как базового действия, с помощью оперонов $\mathcal{P}$, $\mathcal{L}$, и $\mathcal{K}$. **Прямые действия главного β-ряда:**

Новое обозначение	$a\underset{\rightarrow}{1}b$	$a\underset{\rightarrow}{2}b$	$a\underset{\rightarrow}{3}b$	$a\underset{\rightarrow}{4}b$	$a\underset{\rightarrow}{5}b$	...	$a\underset{\rightarrow}{\alpha}b$
Старое обозначение	**a+b**	$a \cdot b$	a^b	${}^{b}\!\cdot a$	...	...	...

Базовое действие Производные действия

В результате проведенных исследований были получены: действия не только 4-й, 5-й ступеней обобщения сложения, но и весь их натуральный ряд; дальнейшие расширения понятия числа; новые (в частности, мультипликативные) определения скорости и интеграла; новые определения рядов; новые действия для преобразований трансфинитных чисел.

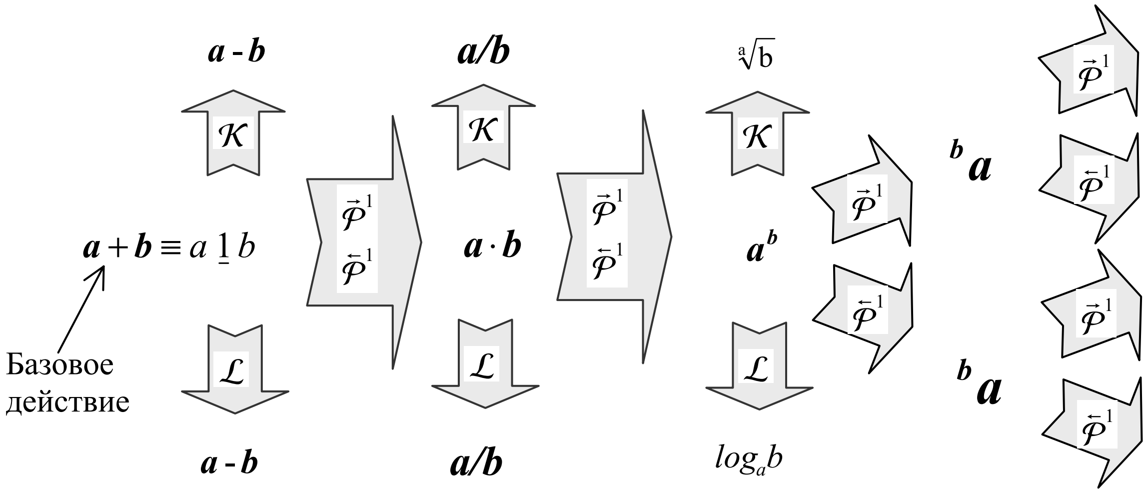

Рис. 1. Диаграмма известных действий *главного* β-ряда.

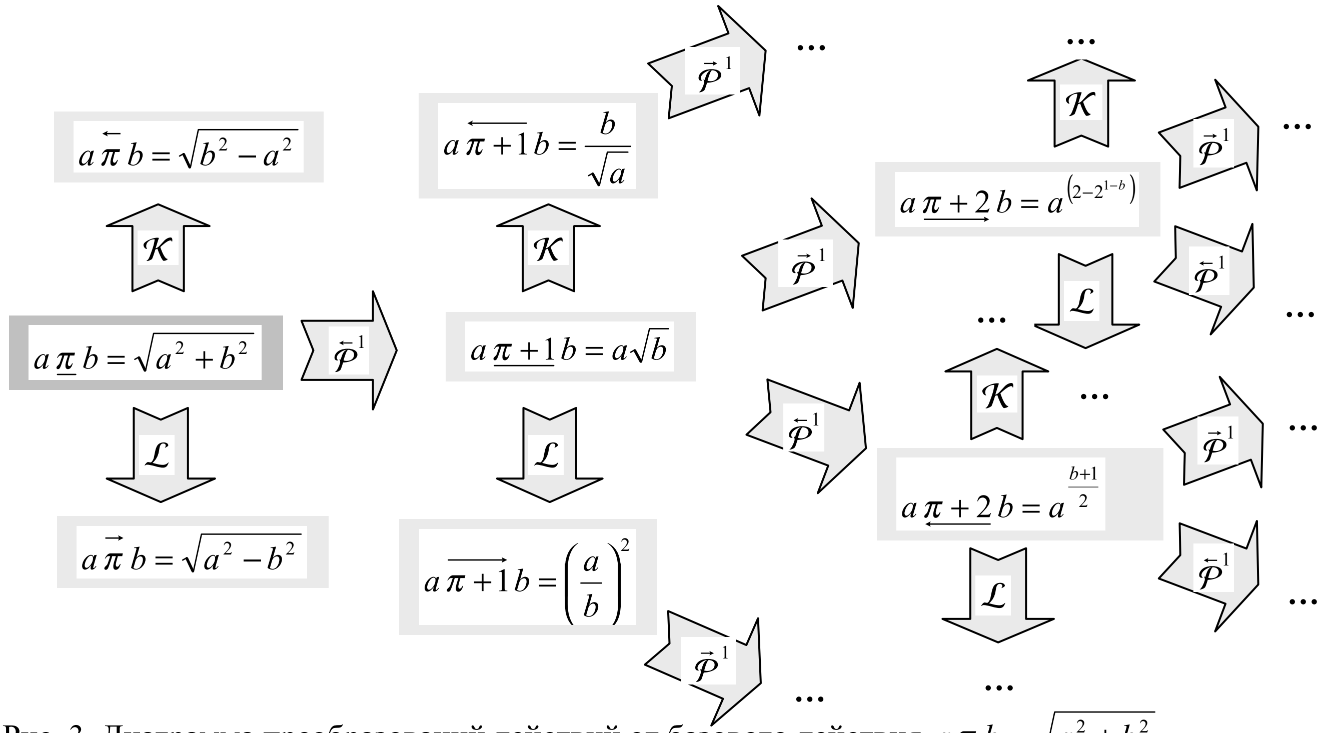

Рис. 3. Диаграмма преобразований действий от базового действия $a \underline{\pi} b = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Кроме того, в исчислении были исследованы, свойства таких ранее неизвестных математических объектов, как действия отрицательных ступеней; ряды действий, начинающихся не только от сложения, но и от некоторых иных произвольных начальных, базовых действий.

Литература

1. Арнольд В.И. Теоретическая арифметика. -М.: Учпедгиз, 1939.
2. Кантор Г. Труды по теории множеств. -М.: Наука, 1985.
3. Клайн М. Математика, поиск истины. -М.: Мир, 1988.
4. Лосев А.Ф. Миф-Число-Сущность. -М., Мысль, 1994.