

Устройство Резонансной Акустики (УРА) - элементы теории

Нелинейная АЧХ как критерий верности вторичного звукового поля.

Стремление сформировать АЧХ электроакустических излучателей максимально приближенные к линейным, наблюдаемое повсеместно в практических конструкциях, по своей сути не отвечает условиям оптимального согласования со слуховым восприятием человека, поскольку создает равные условия для воспроизведения как сигнала, несущего полезную информацию, так и для паразитного сигнала.

В УРА без использования каких-либо электронных схем создается АЧХ гребенчатой формы, при этом локальные максимумы соответствуют частотам, образующих натуральный ряд, а локальные минимумы лежат между ними. За счет этого обеспечивается усиление частот, обуславливающих субъективное качество музыкального звукового сигнала, формируются обертона, относящиеся к основным тонам по закону натурального звукового ряда, а диссонансные составляющие подавляются. Причем все это происходит благодаря только конструктивным особенностям УРА и решается посредством применения акустомеханических элементов, представляющих собой дисковые каналы распространения звука, образованные параллельными поверхностями.

При распространении звука между параллельными поверхностями для акустически жестких стенок канала и акустически мягкой замкнутости границ звуковое давление на границах равно нулю и возможны колебания при отсутствии внешних сил - образуется стоячее колебание - волновод находится в резонансе.

Резонансные частоты между ограничивающими поверхностями, как известно, относятся между собой как целые натуральные числа 1:2:3 и т.д. и выражаются следующим соотношением:

$$F_n = \frac{nC}{2D} \quad [1]$$

где $n=1,2,3 \dots$, D - длина волновода, C - скорость звука.

Необходимо отметить, что звуки, содержащие только нечетные обертона, всегда звучат немного пусто, четные обертона, в особенности второй и четвертый делают звук светлым, седьмой и тринадцатый являются критичными и могут испортить качество звучания. В идеальном случае слышны должны быть только первые семь обертонов, так как музыкальные интервалы исчерпываются седьмым обертоном.

Выбор опорной частоты.

Конструкции традиционных акустических систем не отвечают условию оптимального согласования звукового поля с психоакустическим и слуховым восприятием человека.

Теоретическая задача построения резонансной акустической системы направлена на создание устройства с формированием симметричной диаграммы направленности звука по всем трем измерениям пространства помещения, обеспечению высоких объемных резонансных характеристик, адекватных психофизиологическим параметрам человека и воспроизводство

целостного живого тембра звукового поля, что однозначно воспринимается, как субъективное улучшение качества звучания акустической системы.

Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого типа, с относящимися между собой пиками как целые числа, воспринимается субъективно положительно для музыкальных программ. Оптимальное соотношение определяется количественным отношением антропометрических данных человека и характеристиками воздействующего на него звукового поля.

Опорной частотой, на основании которой строится АЧХ УРА гребенчатого типа, может служить феномен стандартного камертона - ноты Ля первой октавы равной 440 Гц. Предполагается (по Гладкову Б.В. (Гладков Б.В., 1998) (Гладков Б.В., 1985)) что, эта величина является антропометрической постоянной, равной эффективной длине позвоночного столба человека, представляющая собой полноволновой вибратор поглощения по отношению к этому же звуковому сигналу и составляющей ≈ 78 см со средне квадратичным отклонением 3%. Безусловно, у каждого человека существует свой «внутренний камертон», но значение 440 Гц это статистически усредненная величина, эффективность которой убедительно подтверждена музыкальной практикой¹. Также необходимо отметить, что четверть длины волны этой частоты равная 19,5 см представляет собой (по Гладкову) среднестатистическое расстояние между ушами человека.

Таким образом, можно определить данный сигнал как эффективно воспринимаемый большинством людей.

Акустомеханический элемент УРА

Уравнение и механическое сопротивление звуковой волны в акустомеханическом элементе УРА.

Конструктивным акустомеханическим элементом УРА является щель, образованная двумя плоскими поверхностями, одна из которых имеет круглое отверстие (громкоговоритель), определяющая радиальный характер направления потока воздуха, т.е. образование цилиндрической волны.(Рис.1)

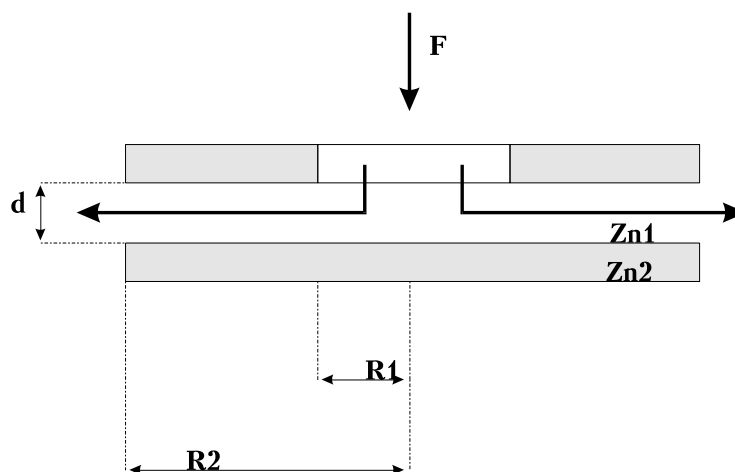


Рисунок 1

¹ Существует и иное мнение, что базовой частотой для настройки музыкальных инструментов является частота 432 Гц (аллюзия к работам Жозефа Совёра 1713г.), а такие композиторы, как Бах, Моцарт и Бетховен в XIX веке настраивали оркестры на разных частотах от 400 до 480 Гц в зависимости от качества камертонов, которыми они пользовались.

$$S_0 = \pi R_1^2; S_1 = 2\pi d R_1; S_2 = 2\pi d R_2; S = \pi R_2^2. \quad [2]$$

Уравнение цилиндрической волны в щели записывается в следующем виде:

$$\frac{d^2 P}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dP}{dR} - \dot{\gamma}^2 P = 0, \quad [3]$$

Где
$$\dot{\gamma} = j \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 + r_{ud} / j\omega\rho_{ef}},$$

R - радиус пластины; r_{ud} - удельное активное акустическое сопротивление щели; ρ_{ef} - эффективная плотность воздуха.

Для широкой щели удовлетворяющей условию:

$$\sqrt{\frac{\omega\rho_0}{\mu}} d \geq 20 \quad [4]$$

величины удельного активного акустического сопротивления и эффективной плотности воздуха определяются следующими выражениями:

$$r_{ud} = \sqrt{\frac{2\omega\rho_0\mu}{d}} \quad \text{и} \quad \rho_{ef} = \rho_0 = 1.23 \frac{\text{Кг}}{\text{М}^3}, \quad [5]$$

Где d - ширина щели, $\mu = 1.6 * 10^{-5} \frac{\text{Кг}}{\text{С * М}}$ - коэффициент вязкости для воздуха.

Уравнение [3] является разновидностью уравнения Бесселя и имеет решение вида

$$P(R) = AI_0(\dot{\gamma}R) + BK_0(\dot{\gamma}R), \quad [6]$$

где A и B - постоянные, определяемые из условий на границах щели (при $R = a_1$ и $R = a_2$); $I_0(\dot{\gamma}R)$ и $K_0(\dot{\gamma}R)$ - модифицированные функции Бесселя и Ганкеля, связанные с обычными бесселевой и ганкелевой функциями нулевого порядка соотношениями

$$I_0(\dot{\gamma}R) = J_0(j\dot{\gamma}R); \quad K_0(\dot{\gamma}R) = j \frac{\pi}{2} H_0^{(1)}(j\dot{\gamma}R). \quad [7]$$

Выражение [6] описывает стоячую волну давления в направлении R .

Механическое сопротивление воздуха в щели $\dot{Z}(R)$ в любом кольцевом сечении радиуса R выражается следующим соотношением:

$$\dot{Z}(R) = \dot{Z}_{ud} \frac{[AI_0(\dot{\gamma}R) + BK_0(\dot{\gamma}R)]}{\dot{\gamma}[BK_1(\dot{\gamma}R) - AI_1(\dot{\gamma}R)]} 2\pi R d, \quad [8]$$

где $\dot{Z}_{ud} = r_{ud} + j\omega\rho_{ef}$, I_1 и K_1 - модифицированные функции Бесселя и Ганкеля, связанные с обычными бесселевой и ганкелевой функциями первого порядка соотношениями:

$$I_1(jR) = -jJ_1(jR); K_1(jR) = -\frac{\pi}{2} H_1^{(1)}(jR). \quad [9]$$

Физическая картина звуковых волн и геометрические параметры акустомеханического элемента УРА.

При анализе звукового поля системы двойного резонатора следует отметить, что звуковая картина, сформированная в пространстве между двумя отражающими поверхностями акустическим сигналом, образуются стоячие волны двух направлений: вертикального и горизонтального.

Вертикальная составляющая поля стоячих волн.

В системе с одним поршневым излучателем при отсутствии второй отражающей поверхности картина звукового поля будет выглядеть следующим образом (Рис.2):

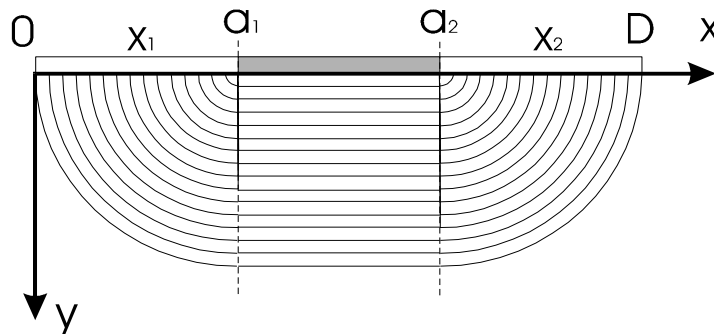


Рис.2

На участке $x=(a_1, a_2)$ волновой фронт бегущей волны в направлении Y можно рассматривать, как плоский. Волны же на участках $x_1 = \overline{0, a_1}$, $x_2 = \overline{a_2, D}$ можно представить, как сферические, с центром излучения в точках $(a_1, 0)$ и (a_2, D) соответственно, где расстояние $x_1=x_2$.

Для плоской бегущей волны в направлении оси Y уравнение движения имеет следующий вид:

$$P = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = j\omega \rho_0 A' \cdot e^{j(\omega t - kx)} \quad [10],$$

$$\dot{\xi} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = jkA' \cdot e^{j(\omega t - kx)}$$

где $k = \omega / c_0$ - постоянная распространения звуковой волны, A' - амплитуда. Выделив амплитуды давления и скорости P_m и ξ_m :

$$P_m = \omega \cdot \rho_0 \cdot A', \quad \dot{\xi}_m = k \cdot A' \quad [11]$$

получим волновое сопротивление плоской волны:

$$Z_0 = \frac{P}{\dot{\xi}} = \frac{P_m}{\dot{\xi}_m} = \frac{\omega \rho_0}{k} = \rho_0 C_0 \quad [12]$$

Для звуковой волны на участках X_1 и X_2 справедливо описание для шаровой волны:

$$\frac{d^2(r\Phi)}{dt^2} = C_0^2 \cdot \frac{d^2(r\Phi)}{dr^2}, \quad [13]$$

Рассматривая в выражении:

$$r\Phi = Ae^{j\omega(t-\frac{r}{c_0})} + Be^{j\omega(t+\frac{r}{c_0})} \quad [14]$$

только составляющую расходящейся волны, получим:

$$\Phi = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad [15]$$

Далее определим звуковое давление и колебательную скорость в поле звуковой волны:

$$P = \rho_0 \frac{d\Phi}{dt} = j\omega\rho_0 \cdot \frac{A}{r} \cdot e^{j(\omega t - kr)} \quad [16]$$

$$\dot{\xi} = -\frac{d\Phi}{dr} = jk \frac{A}{r} \cdot e^{j(\omega t - kr)} + \frac{A}{r^2} \cdot e^{j(\omega t - kr)} \quad [17]$$

Амплитуда звукового давления выразится, как:

$$P_m = \omega\rho_0 \cdot \frac{A}{r} \quad [18]$$

В системе с одним поршневым излучателем при наличии второй отражающей поверхности картина звукового поля будет выглядеть следующим образом (Рис.3):

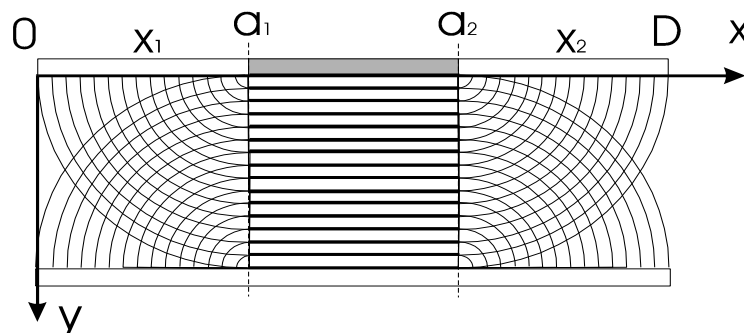


Рис. 3

При внесении в звуковое поле системы с поршневым излучателем отражающей поверхности с плоскостью отражения, параллельной поверхности излучения, может быть рассмотрена следующая модель для случая идеального отражения без поглощения.

Исходя из закона отражения от стенки с бесконечно большим сопротивлением ($|Z_H| = \infty$) и углом падения равном 0° , имеем уравнения для скорости и давления:

$$\left. \begin{aligned} P &= 2 \cdot P_{m1} \cdot \text{ch} \gamma y \cdot e^{j\omega t} \\ \dot{\xi} &= -\frac{2P_{m1}}{\rho_0 c_0} \cdot \text{sh} \gamma y \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad [19]$$

При отсутствии затухания ($\delta = 0$ и $\gamma = jk$) имеем выражение для стоячих волн давления и скорости в символической форме:

$$\left. \begin{aligned} P &= 2P_{i1} \cos ky \cdot e^{j\omega t} \\ \dot{\xi} &= \frac{2P_{m1}}{\rho_0 c_0} \cdot \sin ky \cdot e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \end{aligned} \right\} \quad [20]$$

При переходе к тригонометрической форме ограничимся вещественной частью временных членов. Тогда:

$$\begin{aligned}
 P &= 2P_{m1} \cdot \cos ky \cdot \cos \omega t \\
 \dot{\xi} &= \frac{2P_{m1}}{\rho_0 c_0} \cdot \sin ky \cdot \sin \omega t
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Выражение для сопротивления, нагружающего излучатель, принимает вид:

$$\dot{Z}_d = -j\rho_0 c_0 S \cdot \operatorname{ctg} \frac{\omega}{c_0} d,
 \tag{22}$$

где d-зазор между резонаторами.

Резонансные частоты между ограничивающими поверхностями относятся между собой как целые натуральные числа 1:2:3 и.т.д. и выражаются следующим соотношением :

$$F_n = \frac{nC}{2d},
 \tag{23}$$

где n=1,2,3 ... , d - ширина зазора , C - скорость звука.

Моды вертикальной составляющей стоячей волны принимают вид (рис.4):

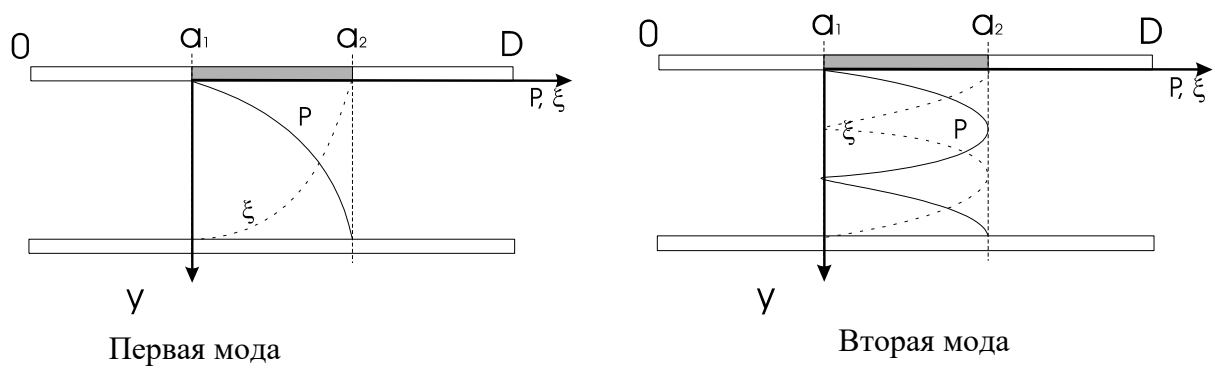


Рис.4

Горизонтальная составляющая поля стоячих волн.

Рассмотрим часть резонансной системы в виде открытой щели. При допускаемой осевой симметрии системы можно представить трехмерную модель двумерной, а в двумерной (в любой вертикальной плоскости, проходящей через центральную ось системы) - рассматривать половину, т.к. двумерная модель симметрична относительно центральной оси (рис.5).

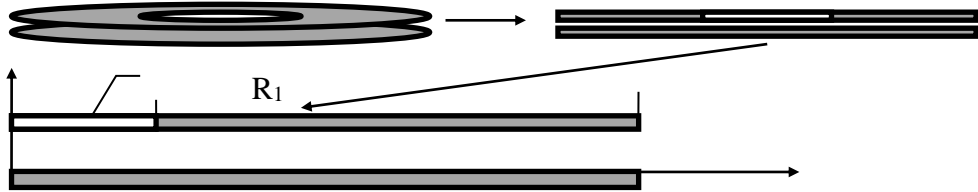


Рисунок 5

Граничным условием возникновения стоячей волны в направлении X является равенство нулю давления.

Для стоячей волны имеем следующие соотношения давления и колебательной скорости:

$$P = P_1 \frac{\ln \frac{x}{R_2}}{\ln \frac{R_1}{R_2}}; \quad \dot{\xi} = \dot{\xi}_1 * \frac{x}{R_1} * [1 - \frac{(\gamma R_1)^2}{2} \ln \frac{x}{R_2}] \approx \dot{\xi}_1 \frac{R_1}{x}, \quad [24]$$

Таким образом, моды горизонтальной составляющей стоячей волны принимают вид (рис.6):

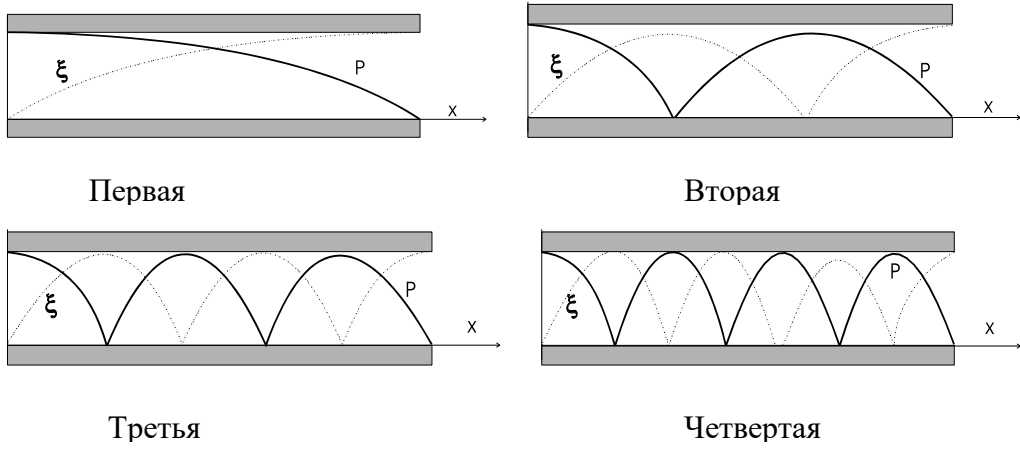


Рисунок 6

Физическая картина горизонтальной составляющей стоячих волн в акустомеханическом элементе представляется следующим образом: при X=max (граничное условие) давление P=0 , т.е. на выходе щели образуется узел стоячей волны звукового давления и пучность стоячей волны скорости. На расстоянии равном λ/4 от края щели образуется пучность давления и узел скорости и во всех сечениях, отстоящих от конца щели на расстояниях, выражаемых *нечетным* числом четвертей волны, образуются пучности давления и узлы скорости, а на расстояниях, равных четному числу λ/4 наоборот. Отсюда при конечных размерах акустомеханического элемента УРА и необходимости настройки элемента на некую опорную частоту F_{оп} можно сделать следующий вывод:

Диаметр сдвоенного резонатора должен соответствовать целому числу полуволн опорной частоты

$$D = n\lambda_{op} / 2 \quad , \text{ где } n = 1,2,3... \quad [25]$$

Взаимовлияние составляющих стоячих волн акустомеханического элемента УРА.

Из формул резонансных частот вертикальной и горизонтальной составляющих стоячих волн видно, что определяющим условием значения резонансной частоты является длина волновода образующего данные составляющие, причем резонанс вертикальной составляющей акустомеханического элемента УРА отстоит намного дальше в частотной области от резонанса

горизонтальной составляющей так как диаметры резонаторов существенно больше ширины щели между ними.

Ниже резонансной частоты вертикальной составляющей распространение звука носит одномерный горизонтальный характер и может быть описано элементарным образом. Лишь выше резонансной частоты вертикальной составляющей появляются волны, которые накладываются на волны образованные горизонтальной составляющей и вместо четкой дискретной последовательности эхо в горизонтальном направлении получается размытая полоса отражений.

Чтобы избежать влияния вертикальной составляющей стоячих волн с целью создания гребенчатой амплитудно-частотной характеристики УРА необходимо располагать частотный диапазон акустомеханического элемента УРА ниже первой резонансной частоты вертикальной составляющей.

Таким образом, ширина щели между резонаторами будет определяться исходя из следующего условия:

$$d = \frac{c}{f_{\text{верх}}}, \quad [26]$$

где $f_{\text{верх}}$ - верхняя граничная частота рабочего диапазона частот акустомеханического элемента УРА.

Эквивалентная схема акустомеханического элемента УРА.

Слой воздуха в щели между двумя круглыми пластинами, одна из которых с отверстием, внешний контур щели открыт и сила обусловлена звуковым давлением, действующим на площадь отверстия S_0 может быть представлена следующей эквивалентной схемой :

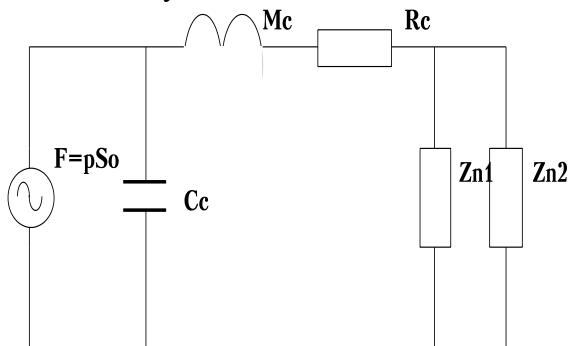


Рисунок 7

Параметры эквивалентной схемы определяются следующими выражениями:

$$M_c = \frac{\rho_{ef} S_0^2}{2\pi d} \ln \frac{R_2}{R_1}; \quad R_c = \frac{r_{ud} S_0^2}{2\pi d} \ln \frac{R_2}{R_1}; \quad [27]$$

$$C_c = \frac{Sd}{\rho_0 c_0^2 S_0^2} \left[\frac{\left(1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}\right) - 2 \frac{R_1^2}{R_2^2} \left(\ln^2 \frac{R_2}{R_1} + \ln \frac{R_2}{R_1}\right)}{\ln^2 \frac{R_2}{R_1}} \right] \quad [28]$$

Резонансная частота параллельного резонансного колебательного контура определяется следующим соотношением:

$$F_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_c C_c}} \quad [29]$$

При условии $R_1 \ll \lambda$ выражение [29] преобразуется в выражение [1], в случае сравнимости линейных размеров диаметра диффузора и длины волны следует руководствоваться выражениями [27] и [28] из которых видно, что существуют некоторые оптимальные значения диаметра диффузора и размера резонатора и вытекает условие применимости выражения [1] :

$$R_1 \leq 0.3663R_2$$

Характер звуковых волн на выходе акустомеханического элемента.

При излучении волны из щелевого зазора срез зазора можно рассматривать как плоский поршневой излучатель. Учитывая, что поток воздуха, выходящий из щели имеет нелинейную зависимость уровня скорости от расстояния от стенок, в связи с наличием вязкого трения о стенки щели, можно считать, что происходит излучение от точечного источника сферической волны. В сферической волне на расстоянии меньшем длины волны преобладает реактивная составляющая, т.е. идет “обратная волна”, что приводит к возникновению стоячей волны в пространстве сферы. Таким образом, УРА можно представить как излучатель нулевого порядка - пульсирующая сфера.

Выбор материала резонаторов УРА

При воздействии акустических волн излучателя на диск - резонатор волны отражаются от границы и, встречаясь с первичными волнами, возникшими позже, образуют сложную интерференционную картину, усиливаясь в одних местах и взаимно погашаясь в других. При некоторых специальных значениях частоты взаимное усиление происходит особенно интенсивно. Соответствующие частоты являются собственными. Однако обертона первой собственной частоты не являются её гармониками, а негармонические колебания субъективно воспринимаются как искажения, поэтому необходимо при расчете резонаторов УРА учитывать влияние материала, из которого изготовлены отражающие диски.

Собственные частоты колебания круглой пластины радиуса a и толщиной h выражается по следующей формуле:

$$f_{nq} = \frac{\pi h}{4a^2} \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\sigma^2)}} \beta_{nq}^2, \quad [30]$$

где E - модуль Юнга, ρ - плотность материала, σ - коэффициент Пуассона, т.е. величины характеризующие материал пластины;

β_{nq} - коэффициенты мод колебаний:

$$\beta_{01} = 1.015; \beta_{11} = 1.468; \beta_{21} = 1.879;$$

$$\beta_{02} = 2.007; \beta_{12} = 2.483; \beta_{22} = 2.992;$$

$$\beta_{03} = 3.000; \beta_{13} = 3.490.$$

При выборе материала резонаторов необходимо учитывать следующие соображения:

а) Наибольшее влияние оказывают первые пять собственных частот, причем самый наибольший эффект влияния проявляется на основной собственной частоте, за счет быстрого затухания обертонов.

Рабочий диапазон частот в идеальном случае должен находиться до основной собственной резонансной частоты отражающего диска, в этом случае полностью исключается влияние собственных частот колебаний отражающей поверхности;

б) Максимальный коэффициент отражения для создания круговой диаграммы направленности.

Как видно из выражения [30] для увеличения первой собственной частоты необходимо применять материалы, имеющие больший модуль Юнга.

Таким условиям удовлетворяют, например, гранит, мрамор, сталь, стекло, титан и т.д.. Коэффициент отражения данных материалов $\sim 0.97-0.98$, таким образом, влияние собственных частот отражающих дисков будет минимальным, т.к. доля звуковой энергии участвующей в возникновении данных собственных частот довольно мала.

Список литературы

Алдошина И., Притте Р. Музыкальная акустика. Учебник для высших учебных заведений (на русском языке). Акустика музыкальных инструментов. [Книга]. - СПб : Композитор, 2006.

Вахитов Ш.Я, Ковальгин Ю.А, Фадеев А.А., Щевьев Ю.П. Акустика/ Учебник для вузов [Книга]. - М. : Горячая линия - Телеком, 2009. - стр. 660.

Гладков Б.В. Почему "Ля"? [Журнал] // Изобретатель и рационализатор. - 1985 г.. - стр. 16-17. - б.

Гладков Б.В. Сферодинамика, Математические начала объемного мышления [Книга]. - СПб : Лицей, 1998. - стр. 124.

Ротхаммель К. Антенны, в 2-х томах [Книга]. - Москва : Данвел, 2005. - стр. 409.

Сапожков М.А. Электроакустика. Учебник для вузов. [Книга]. - М. : Связь, 1978. - стр. 272.

Стретт Дж.В. (Лорд Рэлей) Теория звука [Книга]. - Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1940.