ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ГАУССА-ЛАПЛАСА С АРГУМЕНТОМ $lg\ (n+1)$ И ИНВАРИАНТЫ n-СЕЧЕНИЙ

ТКАЧЕНКО И.С., ТКАЧЕНКО М.И.

О значимости n-сечений как о научном достижении в этом направлении определенного числа исследователей дано в публикациях А.П. Стахова [1, 2], и о чем достаточно четко изложено в его статье «Почему золотые p-сечения и «металлические пропорции» представляют наибольший интерес для развития «математики гармонии»?»[2], и где золотые p-пропорции по сути представлено как один из корней последовательного решения уравнений $(n+1)$-го порядка, и тогда под n-пропорциями и будем понимать корни уравнений

$$y^{k+1} - y^k - 1 = 0 \quad (k = 1,\ \ldots,\ n). \tag{1}$$

Решения уравнений (1) с использованием электронного ресурса [3] представим в таблице 1 (столбец 3).

Сделав замену переменной $y = \frac{1}{z}$ в (1), получим уравнения

$$z^{k+1} + z - 1 = 0,\ (k = 1,\ \ldots,\ n),$$

действительные корни которого соответствуют значениям n-сечений, и представляем их как обратные величины n-пропорций, или используем к новому уравнению электронный ресурс [3], как и для формирования значений столбца 3, и представим их в таблице 1, столбец 4.

Значения для графы 6 таблицы 1 находим, используя электронный калькулятор для нормального распределения [4], при таких параметрах: математическое ожидание 0, дисперсия: 1, и аргумент функции

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

задаем для каждого значения как случайную величину $x = lg\ (n+1)$ (из графы 2 табл. 1) или в EXCEL по команде GAUSS(C3)+0,5, так как $\Phi^*(x) = \frac{1}{2} + \Phi(x)$ и с тем же аргументом $x = lg\ (n+1)$.

Определим разности значений n-сечений (столбец 4 табл. 1) и значений нормального распределения Гаусса-Лапласа (столбец 6 табл. 1)

$$\Delta_{n+1}^{(1)} = \left(\frac{1}{y} - \Phi^*(x)\right)$$

и представим их в столбце 7 табл. 1, и снова, применяя к ним метод разностей $\Delta_{n+1}^{(2)} = \Delta_{n+1}^{(1)} - \Delta_{n+2}^{(1)}$, заполним столбец 8 табл. 1, и видим, что сравниваемые значения, представленные между собой, достаточно близки к равенству.

Таблица 1.

Анализ сравнения значений инвариантов n-пропорций и n-сечений со значениями нормального распределения в виде интегральной функции Гаусса-Лапласа с аргументами $lg\ (n+1)$.

n	$n+1$	y	$\frac{1}{y}$	$lg\ (n+1)$	$\Phi^*(x)$	$\Delta_{n+1}^{(1)}$	$\Delta_{n+1}^{(2)}$
1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	2,0000000	0,500000	0,000000	0,500000	0,000000	-
1	2	1,6180340	0,618034	0,301030	0,618304	-0,000270	0,000270
2	3	1,4655720	0,682327	0,477121	0,683362	-0,001035	0,000764
3	4	1,3802780	0,724492	0,602060	0,726433	-0,001941	0,000907
4	5	1,3247183	0,754877	0,698970	0,757715	-0,002837	0,000896
5	6	1,2852002	0,778089	0,778151	0,781760	-0,003671	0,000834
6	7	1,2554229	0,796544	0,845098	0,800972	-0,004428	0,000756
7	8	1,2320547	0,811652	0,903090	0,816761	-0,005109	0,000681
8	9	1,2131498	0,824301	0,954243	0,830020	-0,005719	0,000610
9	10	1,1974915	0,835079	1,000000	0,841345	-0,006266	0,000547

Чем ближе значения вероятности появления события и его непоявления к 0,5, тем точнее формулы Лапласа и Гаусса. При маленьких или больших

значениях вероятности (близких к 0 или 1) формула дает большую погрешность (по сравнению с исходной формулой Бернулли), что графически выглядит так:

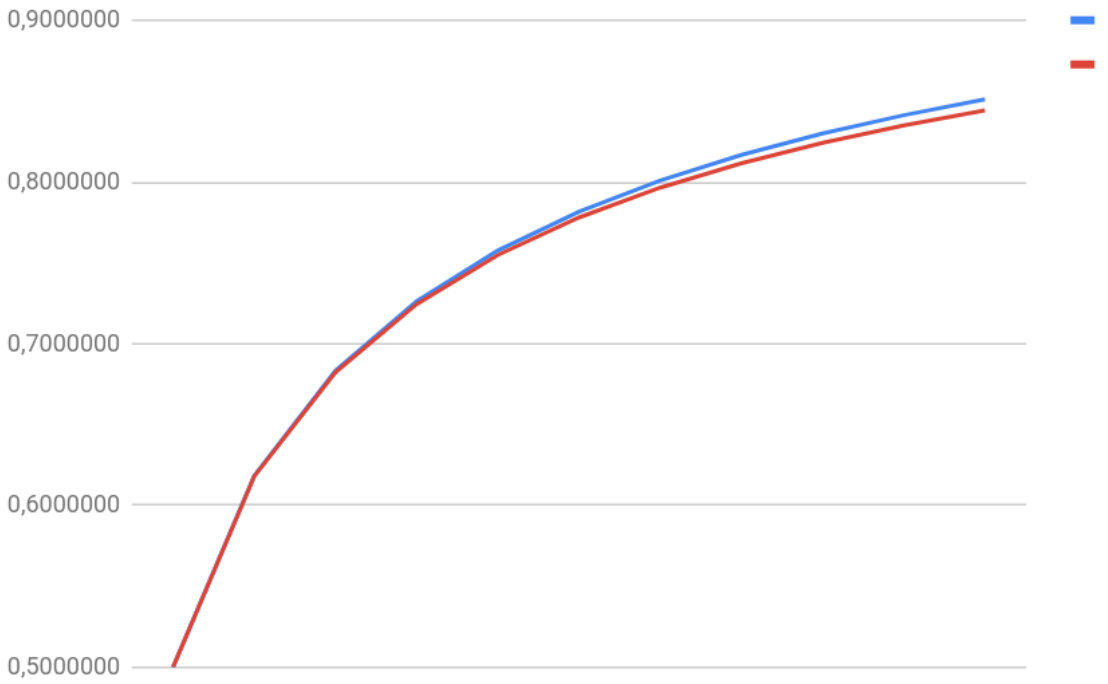

Рис.1. Синяя линия это график интегральной функции Гаусса-Лапласа с аргументами $lg\ (n+1)$, красная линия - значения инвариантов n-сечений.

Выводы. Проведенное сравнение полученных результатов вычислений представлено в графах 7 и 8 таблицы 1, которые свидетельствуют о точности, достаточной для оценки полученных результатов и выводом о том, что:

1. Если аргументом интегральной функции Лапласа $\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ есть $x = lg\ (n+1)$, то она моделирует значения для соответствующего номера инварианта n-сечения, которое получается и при решении уравнения $z^{k+1} + z - 1 = 0$, $(k = 1, \ldots, n)$, с точностью до $\Delta = 0,001$ (см. табл. 1, столбец 8).

2. Этот факт подтверждает связь основного закона теории вероятностей, которым является нормальный закон распределения независимых случайных величин, и представленный как интегральная функция Гаусса-Лапласа, с

n-сечениями, определяющими основы математики гармонии, которая получает свое становление в настоящее время.

3. Еще один дополнительный факт о n-сечениях Z_n, которые могут быть получены также и с помощью биномиальных коэффициентов «деформированного» треугольника Паскаля [2], которые вначале позволяют представить обобщенные числа Фибоначчи через гамма-функцию $\Gamma(n+1) = n!$, то есть имеем $F_n(k) = \sum_{i=0}^{[\frac{k}{s+1}]} \frac{\Gamma(k-sl+1)}{\Gamma(l+1)\Gamma(k-(s+1)l+1)}$, а предельное отношение n-го элемента к $(n+1)$-му и дает значение соответствующего инварианта n-сечения: $Z_n = \frac{F_S(k)}{F_S(k+1)}$. Следовательно, интегральная функция Гаусса-Лапласа при заданном ранее условии соответствует значениям предельного отношения n-го элемента к $(n+1)$-му элементу последовательности обобщенных чисел Фибоначчи.

4. В системе координат $(X0Y)$, где ось абсцисс $x = lg\ (n+1)$ – это логарифм десятичный натурального ряда чисел, а ось ординат $y = \Phi^*(x)$ – нормальное распределение с математическим ожиданием равным нулю и дисперсией, равной единице, которое и представляет инварианты n-сечений.

Таким образом, можем говорить о том, что ***отдельное природное или социально-экономическое значение вероятности, соответствующее нормальному распределению есть точно не случайность, а ее системное отражение инвариантов n-сечений, составляющих основы математики гармонии природы и общества.***

Список использованных источников:

1. А.П. Стахов. Обобщенные золотые сечения и новый подход к геометрическому определению числа // Украинский математический журнал, 2004 г., том 56, №8, с. 1143-1150.

2. А.П. Стахов. Почему золотые *n*-сечения и «металлические пропорции» представляют наибольший интерес для развития «математики гармонии»? // «Академия Тринитаризма», М., Эл. №77-6567, публ. 17388, 26.03.2012.

3. Wolfram Alpha. [Эл. ресурс] https://www.wolframalpha.com/input/?i=solve(x%5E6-x%5E5-1%3D0)

4. Онлайн калькуляторы. Нормальное распределение. [Эл. ресурс] https://planetcalc.ru/4986/