

**ОБОБЩЁННАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗОЛОТЫХ СЕЧЕНИЙ,
ПРОИЗВЕДЕНИЙ И ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМНОЙ ГАРМОНИИ**

Математическими критериями наличия динамической системной гармонии будем считать некоторые комбинации базовых параметров системы, равные фундаментальным математическим константам, прежде всего, константам золотого сечения $\Phi = (1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 1,618\,034$, $\phi = (-1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 0,618\,034$ при изменении во времени некоторых «свободных» параметров системы.

До последнего времени существовала единственная геометрическая интерпретация золотого сечения, как деление отрезка длиной $a + b$ на 2 части a, b , связанные при $b > a$ соотношением: $(a + b) / b = b / a$. При $a + b = 1$ больший из отрезков равняется ϕ , а меньший $1 - \phi = (3 - \sqrt{5}) / 2 = \phi^2$ и золотая пропорция имеет вид

$$1 / \phi = \phi / (1 - \phi) \tag{1}$$

В работе автора статьи [1] была введена обобщённая геометрическая модель золотого сечения, в которой золотое сечение обобщается от указанного выше частного случая деления отрезка прямой линии до отношения длин отрезков ломаной линии, одни концы которых закреплены, а другие движутся по окружности (см. рис.1).

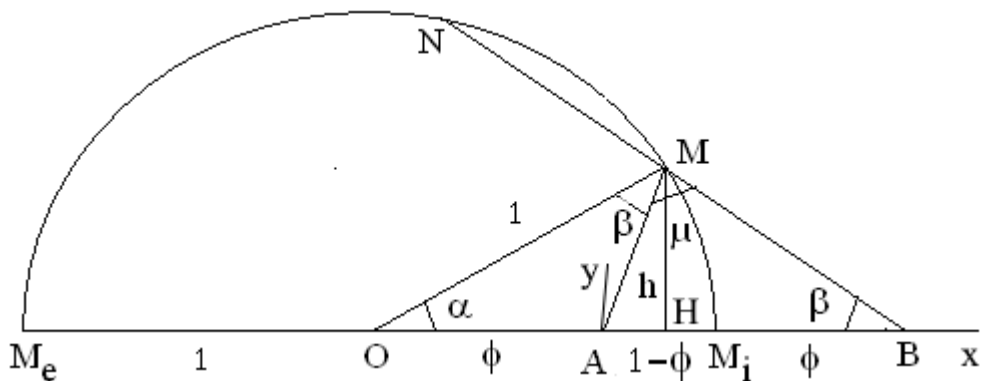


Рис. 1

При этом окружность золотого сечения определяется следующим образом. Даны две точки на плоскости $A(0,0)$ и $B(b,0)$. Геометрическим местом точек $M(x,y)$, отношение расстояний от которых до точек A, B величина постоянная $k = MB/MA = \text{const}$, есть, как показано ниже, окружность с центром в точке $O(-b/(k^2 - 1), 0)$ и радиусом $OM = R = kb/(k^2 - 1)$.

Действительно, так как $MA^2 = x^2 + y^2$, $MB^2 = (x - b)^2 + y^2$ и мы считаем, что $MB^2 = k^2 \cdot MA^2$, то получаем:

$$x^2 + y^2 + 2bx(k^2 - 1) = b^2 / (k^2 - 1) \quad (2)$$

Выделим далее в правой части (2) полный квадрат:

$$[x + b / (k^2 - 1)]^2 + y^2 = [kb / (k^2 - 1)]^2 \quad (3)$$

Соотношение же (3) есть уравнение окружности с радиусом $R = kb / (k^2 - 1)$ и центром в точке $(-b / (k^2 - 1), 0)$. $MA = MB$ при $k = 1$, при этом $R = \infty$ и вблизи точек A, B окружность соответствует прямой линии, проходящей через середину отрезка AB перпендикулярно ему. Центр же окружности находится на прямой AB на бесконечном расстоянии от середины отрезка AB . При уменьшении k и прохождении значения $k = 1$ центр окружности скачкообразно перемещается слева из $-\infty$ вправо в $+\infty$!

Полагая $AB = b = 1$, $R = 1$, получим, что $k = \Phi = \phi + 1$, а расстояние от центра окружности до точек A, B по модулю равны: $OA = \phi$, $OB = \phi + 1$.

Обозначив $\angle AOM = \alpha$, $\angle ABM = \angle AMO = \beta$, $\angle AMB = \mu$, получим:

$$AM(\alpha) = \sqrt{2 - \phi \cdot (2 \cos \alpha + 1)}, \quad BM(\alpha) = \sqrt{3 - 2 \cdot (1 + \phi) \cdot \cos \alpha + \phi} \quad (4)$$

$$BM / AM = BM \cdot BN = \Phi, \quad \sin \beta = \sin \alpha / BM, \quad \sin \mu = \sin \alpha / (AM \cdot BM) \quad (5)$$

Таким образом, полученное геометрическое место точек M на плоскости – окружность радиуса $R = 1$ позволяет обобщить золотую пропорцию (1) отношением длин отрезков переменной ломаной линии AMB . Причём, при движении точки M по окружности получается целый ряд характерных частных

случаев золотых сечений, напр., по изменяющемуся углу α .

I, II. $\alpha = 0$, $\alpha = \pi$. При $\alpha = 0$ точка M совпадает с точкой M_i , и мы получаем классическое, описанное в начале статьи, внутреннее (internal) деление отрезка $AB = 1$ точкой M_i в отношении золотой пропорции.

При $\alpha = \pi$ точка M совпадает с точкой M_e , и мы получаем внешнее (external) деление отрезка AB в отношении золотой пропорции: $M_e B / M_e A = (2 + \phi) / (1 + \phi) = M_e A / AB = (1 + \phi) / 1 = \Phi$.

Общим экстремумом для $\alpha = 0, \pi$ является равный нулю минимум расстояния $h = 1 \cdot \sin \alpha$ от точки M до прямой AB . При этом минимальны и равны нулю площади треугольников $\triangle AMB$, $\triangle OMA$, $\triangle OMB$.

Кроме того, при $\alpha = 0$ (π) становятся минимальными (максимальными) и длины отрезков AM и BM : $AM_{\min} = 1 - \phi = \phi^2$, $BM_{\min} = \phi$; $AM_{\max} = 1 + \phi$, $BM_{\max} = 2 + \phi$. Минимальны (максимальны) и суммы, и разности этих отрезков

III. $\alpha = \pi / 2$. Этому случаю соответствует равный 1 максимум расстояния $h = 1 \cdot \sin \alpha$ точки M от прямой AB . При этом становятся максимальными и площади треугольников $\triangle AMB$, $\triangle OMA$, $\triangle OMB$.

Далее, при $\alpha = \pi / 2$ прямоугольные треугольники MOA и MOB подобны, $MA = \sqrt{2 - \phi}$, $MB = \sqrt{3 + \phi}$, $\angle AMO = \angle OBM = \beta = \arctg \phi \approx 31,717^\circ$, $\angle OAM = \angle OMB = \beta + \mu = \pi / 2 - \beta \approx 58,283^\circ$, $\mu = \arctg \Phi - \arctg \phi \approx 26,565^\circ$. При этом учтено, что $\arctg \Phi + \arctg \phi = \pi / 2$.

IV. $\alpha = \arctg(1/2) = \arctg \Phi - \arctg \phi$. В этом случае $AM \perp BM$, $\mu = \pi / 2$, $AM = \sqrt{(2 - \phi) / 5}$, $BM = \sqrt{(3 + \phi) / 5}$, $\cos \alpha = 2 / \sqrt{5} = (\phi^2 + \Phi) / (\phi + \Phi)$, $\sin \alpha = 1 / \sqrt{5} = 1 / (\phi + \Phi)$, $\sin \beta = 1 / \sqrt{2 - \phi}$. Данному случаю золотого сечения соответствуют максимум функции $\sin \mu$ и минимум радиуса окружности, описанной около $\triangle AMB$, $2R_{AMB \min} = 1 = AB$.

У. $\alpha = \arccos \phi = \arcsin \sqrt{\phi} = \arctg \sqrt{\Phi}$. При этом угле, равном углу наклона граней пирамиды Хеопса [2,3], точки А, Н совпадают, $AM = AN = \sqrt{\phi}$, $BM = \sqrt{\Phi}$, $\mu = \alpha \approx 51,827^\circ$, $\beta = \arcsin \phi = \pi/2 - \alpha \approx 38,172^\circ$, $\beta + \mu = \pi/2$, точки М и N также совмещаются. В результате $\cos \beta = \tg \beta = \sqrt{\phi}$ и три прямоугольных треугольника - $\triangle AMB$, $\triangle AMO$, $\triangle OMB$. оказываются подобными и одновременно треугольниками Кеплера !

В треугольнике Кеплера с катетами a, b , гипотенузой c и высотой h , опущенной из вершины прямого угла C на гипотенузу c и делящей гипотенузу в точке D на два отрезка $e = AD$, $d = BD$, стороны пропорциональны и при этом выполняются следующие соотношения:

$$a^2 + b^2 = c^2, \quad c/b = b/a, \quad a = \sqrt{c \cdot d}, \quad b = \sqrt{c \cdot e}, \quad h \cdot c = a \cdot b, \quad h^{-2} = a^{-2} + b^{-2} \quad (6)$$

Случаю У соответствуют: 1) максимумы производных (!) от $AM(\alpha)$, $BM(\alpha)$ и от их суммы $d[AM(\alpha) + BM(\alpha)]/d\alpha_{\max} = \Phi$ (!) при $\alpha = \arccos \phi$;
 2) минимум радиуса окружности, описанной около $\triangle OMB$: $2R_{OMB \min} = \Phi = OB$; 2) равный нулю минимум площади сегмента, образованного хордой MN.

УІ. $\alpha = \pi/5$. В этом случае $BM = OM = 1$, $AM = AO = M_iM = M_iB = \phi$, $\beta = \alpha$, $\angle AMM_i = 2\alpha$, $\mu = 3\alpha$ и мы получаем 2 пары равных равнобедренных треугольников: $\triangle OAM = \triangle BM_iM$, $\triangle OM_iM = \triangle BAM$ и равнобедренный $\triangle AMM_i$, в виде «золотого» треугольника Евклида с углами при основании равными 72° .

Данному $\alpha = 36^\circ$ соответствует равный нулю минимум разности среднего арифметического и среднего геометрического сторон AM и M_iM $\triangle AMM_i$: минимум $(AM + M_iM)/2 - \sqrt{AM \cdot M_iM} = 0$ при $AM = M_iM$. При этом в зависимостях этих средних от α по отдельности была обнаружена «тонкая структура» в виде находящихся вблизи $\alpha = \pi/5$ минимума и максимума.

УП. $\alpha = \pi/3$. В этом случае $AM = \sqrt{2} \cdot \phi$, $BM = \sqrt{2}$, $\triangle OMM_i$ равно-
 сторонний и, как и в пункте УИ, $\alpha = \pi/3$ соответствует равный нулю минимум
 разности среднего арифметического и среднего геометрического сторон
 OM (или OM_i) = 1 и $MM_i = 2\sin(\alpha/2)$. Так как эти средние равны лишь при
 $OM(OM_i) = MM_i$, получаем, что минимум имеет место именно при $\alpha = \pi/3$.

Поскольку $\triangle MOM_i$ всегда равнобедренный, можно воспользоваться и
 следующими неравенствами, выполняющимися для любого треугольника со
 сторонами a, b, c , лежащими напротив углов A, B, C :

$$\pi/3 \leq (a \cdot A + b \cdot B + c \cdot C) / (a + b + c) < \pi/2 \quad (7)$$

Дробь в (7) минимальна и равна $\pi/3$ для равностороннего треугольника.

Можно использовать и другую серию неравенств, выполняющихся для
 любого треугольника с полупериметром p , площадью S и радиусами
 вписанной r и описанной R окружностей:

$$r \leq \sqrt{\sqrt{3} \cdot S / 3} \leq \sqrt{3} p / 9 \leq R / 2 \quad (8)$$

В неравенствах (8) знак равенства (т.е. минимум) также достигается для
 равностороннего треугольника.

УП. $\alpha = 2\pi/5$. В этом случае $AM = OM = 1$, $BM = \Phi$, $\beta = \pi/5$ и мы
 вновь, как и при $\alpha = \pi/5$, получаем «золотой» треугольник Евклида с
 аналогичным экстремумом: минимумом $(AM + OM) / 2\sqrt{AM \cdot OM} - 1$
 при $AM = OM = 1$.

IX. $\alpha = \pi - \arccos \phi$. В этом случае $\cos \alpha = -\phi$, $\tan \alpha = -\sqrt{\Phi}$, $AM = \sqrt{4 - 3\phi}$,
 $BM = \sqrt{5 + \phi}$, $AN = \phi\sqrt{4 - 3\phi}$ $MN = \sqrt{\phi}\sqrt{4 - 3\phi}$ и $\triangle AMN$ - прямоугольный
 треугольник Кеплера, для которого выполняются все соотношения (6).

Весьма важным является то, что в данной геометрической модели золотых
 сечений выполняется условие реализации динамической гармонии

$$BM(\alpha) / AM(\alpha) = \sqrt{3 - 2(1 + \phi)\cos \alpha + \phi} / \sqrt{2 - \phi(\cos \alpha + 1)} \equiv \Phi \quad (9)$$

при всех возможных значениях угла $\alpha \in [0, \pi]$, $1 \geq \cos \alpha \geq -1$ (см. рис. 2):

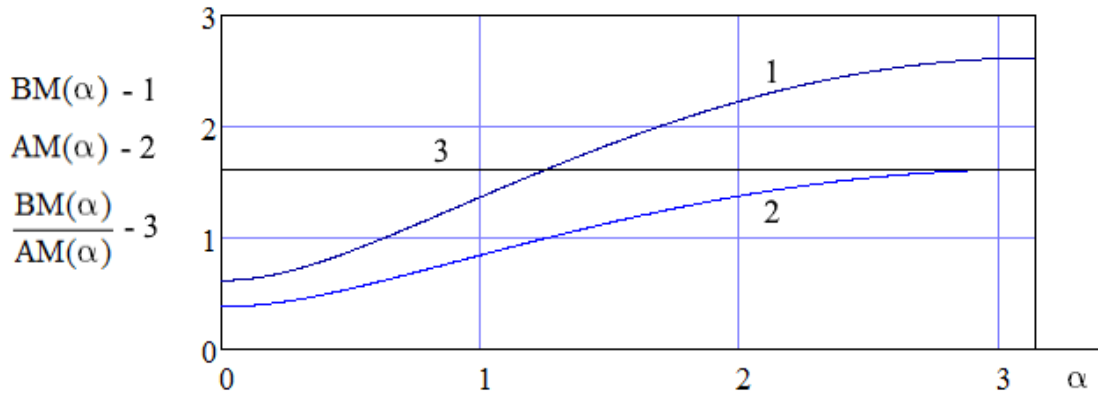


Рис. 2

Более того, в данной геометрической модели реализуется динамическая системная гармония по золотому произведению двух отрезков $BM(\alpha) \cdot BN(\alpha)$:

$$BM(\alpha) \cdot BN(\alpha) = BM(\alpha) \cdot [BM(\alpha) + MN(\alpha)] \equiv \Phi \quad (10)$$

при всех возможных значениях $\alpha \in [0, \pi]$, $1 \geq \cos \alpha \geq -1$ (см. рис. 3):

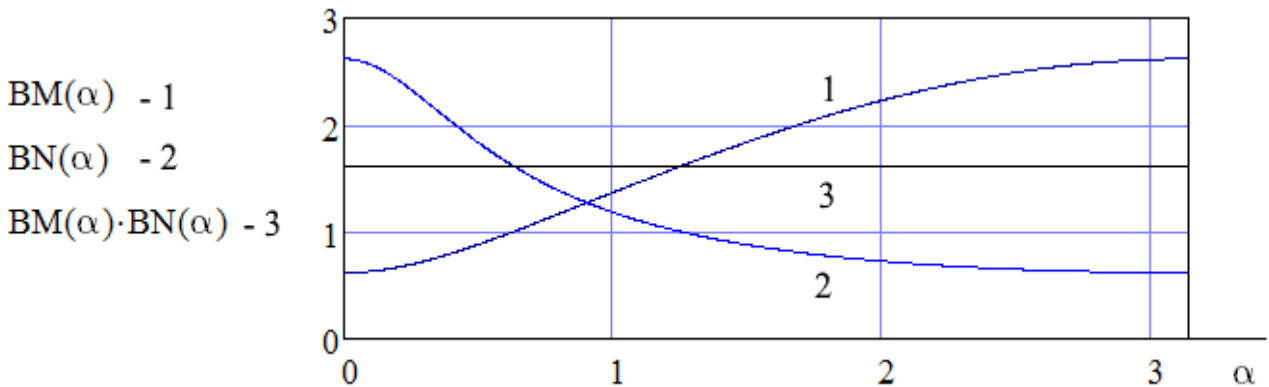


Рис. 3

При этом зависимости отрезков и их произведения от угла α определяются в явном виде следующими соотношениями:

$$BN(\alpha) = BM(\alpha) + MN(\alpha), \quad MN(\alpha) = 2 \cos[\alpha + \beta(\alpha)] \quad (11),$$

$$\beta(\alpha) = \arcsin[\Phi \sin(\alpha) / AM(\alpha)] \quad (12),$$

$$BM(\alpha) \cdot BN(\alpha) = BM^2(\alpha) + 2BM(\alpha) \cos[\alpha + \beta(\alpha)] \equiv \Phi \quad (13)$$

при всех возможных значениях $\alpha \in [0, \pi]$, $1 \geq \cos \alpha \geq -1$.

Соответствующие зависимости $MN(\alpha)$, $\beta(\alpha)$ и $d\beta(\alpha)/d\alpha$ показаны на рис. 4.

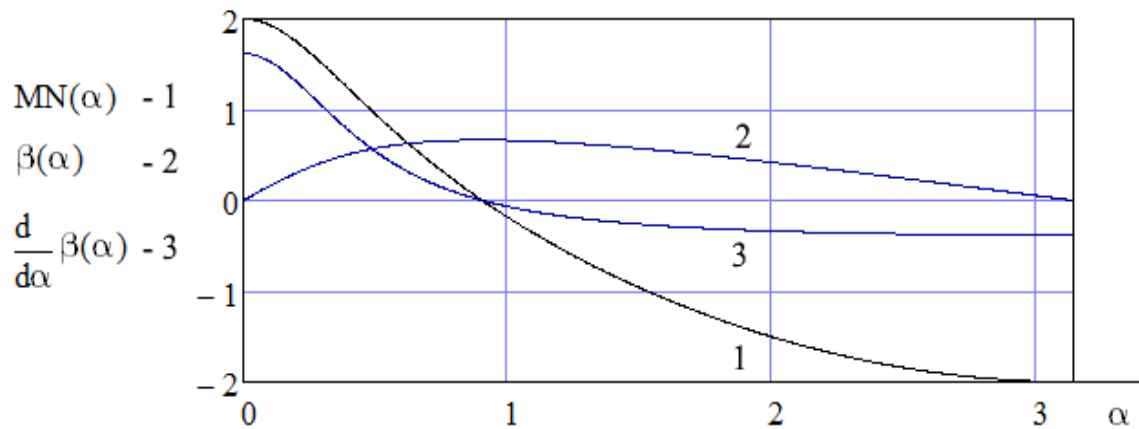


Рис. 4

Согласно рис. 4 точки М и N совмещаются (отрезок $MN(\alpha) = 0$), а угол $\beta(\alpha) = \beta_{\max} = \pi / 2 - \arctg\sqrt{\Phi} \approx 38,172\ 708^\circ$ при $\alpha = \arctg\sqrt{\Phi} \approx 52,827\ 292^\circ$.

Подчеркнём, что для данной геометрической модели обобщённых золотых сечений и произведений автором статьи была найдена соответствующая физическая модель золотых сечений в виде эквипотенциальных окружностей для двух тонких длинных параллельных противоположно-заряженных стержней [4]. При этом было обнаружено много новых соотношений гармонии, получаемых уже из физических закономерностей, напр., при нахождении криволинейных интегралов 1-го рода от модуля электростатического поля вдоль эквипотенциальных линий.

Эквипотенциальные же линии двух длинных параллельных одноимённо-заряженных стержней – овалы Кассини и их частный случай лемниската Бернулли явились основой для построения физической модели обобщённых золотых произведений [5].

Эквипотенциальные линии в виде эллипсов и ортогональные им силовые линии поля в виде софокусных гипербол, создаваемые тонким равномерно-заряженным стержнем, были использованы в [6] для построения электростатической модели обобщённых золотых сумм и разностей. Отметим, что фокусы указанных эллипсов и гипербол находятся при этом на концах заряженного стержня.

Наконец, по аналогии с введённой обобщённой геометрической моделью

золотых сечений автором статьи была построена модель обобщённых средних значений для любых двух функций [7]. При этом, как выяснилось, соотношениям гармонии для различных математических и физических объектов соответствуют экстремумы некоторых обобщённых средних для двух характерных для данного объекта функций.

Другими найденными автором статьи геометрическими моделями обобщённых золотых сечений явились строфоида и её обобщения [8,9], позволяющие описывать геометрию энергия-импульс-масса диаграмм распада элементарных частиц. При этом, в частности, была обнаружена новая нетривиальная закономерность для двух частичных распадов элементарных частиц: кратность π, ϕ отношения интегралов от обратных функций: от импульса по массе и от массы по импульсу.

В заключение отметим, что 23.08.2017 на сайте Академии Тринитаризма опубликована статья [10] доктора экономических наук профессора И.С.Ткаченко «Моделирование динамической гармонии», ошибочность которой была показана в отклике [11] преподавателя физики Л.В. Батовой.

Грубая ошибка профессора И.С. Ткаченко состоит в том, что уравнение (1), определяющее условие существования золотого сечения при делении отрезка на 2 части и имеющее 2 корня $\phi, -\Phi$, он превратил в тождество ??

Следует подчеркнуть, что человека характеризует даже не столько ошибка, сколько реакция на выявленную ошибку. В своём отклике [12] на указанные в [11] грубые ошибки профессор И.С.Ткаченко, во-первых, не дал ссылку на отклик Л.В. Батовой. Во-вторых, приписал ей совершенно несущественное замечание, которое она не делала. И, в третьих, не признал принципиальной ошибочности своей статьи [10].

К сожалению, статьи, подобные статье [10], наносят существенный ущерб имиджу сайта Академии тринитаризма. В этой связи, как член редколлегии научного журнала, входящего в Перечень ВАК (Высшей аттестационной комиссии РФ) предлагаю для начала отмечать ошибочные статьи с

обоснованными отрицательными отзывами индексом TL (Trash Level – Мусорный Уровень).

Можно надеяться, что в отсутствие предварительного рецензирования статей реализация данного предложения позволит умерить пыл некоторых безответственных авторов, пытающихся опубликовать любую чушь, используя, в частности, интригующие названия.

Литература

1. *Шелаев А.Н.* Соотношения гармонии и экстремумы длин площадей и их производных в обобщённой модели золотого сечения. Актуальные проблемы современной науки, 2010, № 6, С.162-164.

2. *Шелаев А.Н.* К раскрытию геометрических и физических тайн Великих пирамид и их возможных аналогов. www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, М., Эл., № 77-6567. публ. 21783, 13.02.2016.- С.1-17.

3. *Шелаев А.Н.* К установлению причин различия геометрических и физических параметров Великих пирамид. www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, М., Эл., № 77-6567. публ. 21962, 07.04.2016.- С.1-14.

4. *Шелаев А.Н.* Соотношения гармонии для электростатической модели обобщённых золотых сечений – длинных параллельных противоположно-заряженных тел. Актуальные проблемы современной науки, 2011, № 3, С.131-134.

5. *Шелаев А.Н.* Соотношения гармонии для обобщённых золотых произведений – длинных параллельных одноимённо-заряженных тел. Актуальные проблемы современной науки, 2011, № 4, С.95-98.

6. *Шелаев А.Н.* Соотношения гармонии для электростатической модели золотых сумм и разностей – тонкого прямолинейного равномерно-заряженного тела. Актуальные проблемы современной науки. 2011, № 5, С.116-120.

7. *Шелаев А.Н.* Соотношения гармонии в обобщённой геометрической модели золотых сечений и функций средних значений. Актуальные проблемы современной науки, 2011, № 2, С.118-120.

8. *Шелаев А.Н.* Стрфоида и её обобщения как кривые, описывающие энергия-импульс-масса диаграммы процессов распада элементарных частиц. Актуальные проблемы современной науки, 2010, № 3, С.102-106.

9. *Шелаев А.Н.* Нетривиальная закономерность для распада элементарных частиц – кратность π , ϕ отношения интегралов от импульса и от массы. Актуальные проблемы современной науки, 2011, № 2, С.170-171.

10. *Ткаченко И.С.* Моделирование системной гармонии. www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, М., Эл., № 77-6567. публ. 23659, 23.08.2017.- С.1-3.

11. *Батова Л.В.* Краткий отклик на ошибочную статью «Моделирование системной гармонии». www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, М., Эл., № 77-6567. публ. 23661, 24.08.2017.- С.1-2.

12. *Ткаченко И.С.* О замечаниях по статье «Моделирование системной гармонии». www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, М., Эл., № 77-6567. публ. 23699, 05.09.2017.- С.1-3.