А.Н. Шелаев сведения об авторе

ГЕОМЕТРИЧЕСКО-ФИЗИЧЕСКИЕ АНАЛОГИИ ПРИ РАССМОТРЕНИИ ЗАДАЧ О ДВИЖЕНИИ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ОТРЕЗКОВ ИЛИ ИХ ПРОДОЛЖЕНИЙ В ОБЛАСТЯХ С ПОДВИЖНЫМИ ГРАНИЦАМИ

В статье обобщаются две фактически одинаковые проблемные задачи: в русскоязычной литературе именуемой как задача о «Колодце Лотоса» (см., напр., [1,3-5]), в англоязычной - как «The crossed ladders problem» [2]. При этом отмечается ряд неожиданных и математически-эквивалентных соотношений, относящихся как к чисто геометрическим соотношениям и, в то же время, по крайней мере, формально соответствующим важным физическим соотношениям.

Вот что написал Martin Gardner в своей книге [2] (цитата идёт на английском, поскольку интересующимся данной задачей придётся читать книгу и оригинальные статьи на этом языке): “A classic puzzle of unknown origine, the solution of which involves similar triangles, has become rather notorious because, as correspondent D.F. Church so aptly put it, “its charm lies in the apparent simplicity (at first glance) of its solution, which quickly evolves into algebraic mess”. The problem concerns two crossed ladders of unequal length. They lean against two buildings. Given the lengths of the ladders and the height of their crossing point, what is the width of the space between the buildings ? The three given values vary widely in published versions of the puzzle”.

Первые статьи по этой проблемной задаче появились в 1895 г., т.е. намного раньше публикации рассказа А.Казанцева «Колодец Лотоса» в 1975 г. Так что, скорее всего, писатель-фантаст мистифицировал задачу о двух лестницах.

Прежде чем опубликовать эту статью, я специально выдержал паузу, чтобы посмотреть, в первую очередь, какие размышлизмы и измышлизмы будут написаны доктором тех. наук Украины С.Л. Василенко при его мысленном погружении в таинственные воды колодца Лотоса [5]. К сожалению, Сергей Леонидович на этот раз ничего оригинального не написал. Всё свелось лишь к рассмотрению уже известных результатов.

Причём, любопытно то, что оценку задачи в целом он не раз радикально менял. Вначале С.Л. Василенко оценил её как «пустышку». Затем совершенно неожиданно приписал этот шедевр белорусской математической школе и лично доктору философских наук Э.М. Сороко, не имеющему работ по математике ! Хотя сам Сергей Леонидович ранее написал: Околонаучные фантазии Э. Сороко не имеют ничего общего с теорией и практикой в математике. В этом плане Сергей Леонидович последователен: он гнёт свою линию, какой бы извилистой она не была! Главное то, что в итоге он вернулся к «истокам», призвав учиться математике у древних египтян !

Не сумев решить предложенную в [4] задачу на звание Магистра-Теурга, С. Василенко написал, что для нахождения функции аппроксимирующей диаметр колодца нужно знать величину этого диаметра, что не так.

В качестве подсказки в [4] было предложено, исходя из предварительного анализа задачи, использовать найденные характерные зависимости, базовых отрезков задачи (см. рис 1), $BC = a(x)$, $AD = b(x)$, $KC = c(x)$, $KD = d(x)$ для составления функций вида $W(a(x), b(x), c(x), d(x))$ отражающих специфику данной задачи, а затем проводить итерационный процесс, постепенно подбирая значения, для которых значение функции с высокой точностью (более 7 значащих цифр) равняется x.

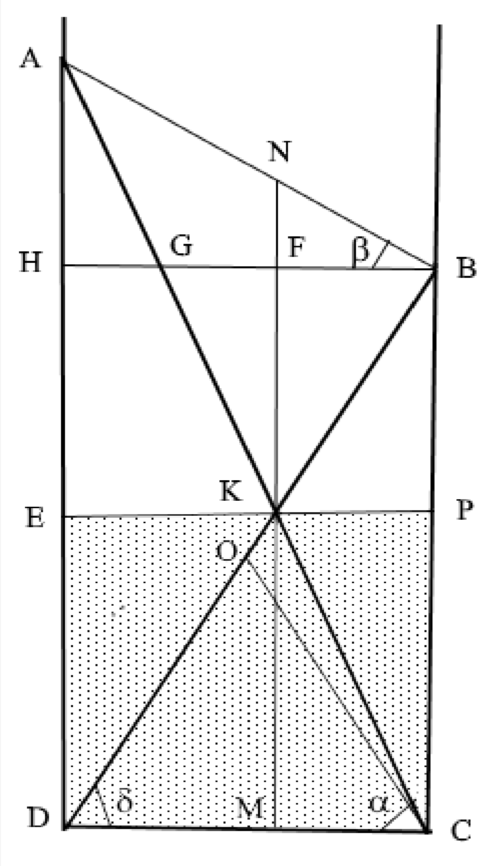

Рис. 1

При этом заранее знать значение искомого диаметра колодца $D = x$, как это утверждает С.Л. Василенко, не надо. Нужно лишь провести проверку – удовлетворяет ли найденное таким интуитивным образом значение x всем геометрическим соотношениям задачи.

В качестве нового примера приведём полученную таким образом функцию $W(x)$, когда все основные отрезки задачи являются целыми числами (!!):

$$AC = L_1 = 119,\ BD = L_2 = 70,\quad AD = b = 105,\quad BC = a = 42,\quad KM = h = 30,$$
$$CM = y = 16,\quad DM = z = 40,\quad x = CD = y + z = 56 \qquad (1)$$

В этом случае интуитивно подобранной аппроксимирующей функцией, причём дающей точное (!) значение диаметра, будет, напр., следующая функция:

$$W(a(x), b(x)) = g \cdot [a(x) / b(x) + b(x) / a(x) + (a(x) + b(x)) / a(x) \cdot b(x)] \qquad (2),$$

где $g = 10 \cdot (1 + 10 / 11)$ и $W(x = D) = D = 56$! И, как это характерно для данной задачи, числа в коэффициенте g точно выражаются через симметричные комбинации констант золотого сечения $\phi=(-1+\sqrt{5})/2,\ \Phi=(1+\sqrt{5})/2$:

так как $2=\phi\cdot\Phi+\Phi\cdot\phi,\quad 3=\phi^2+\Phi^2,\quad 5=(\phi+\Phi)^2,\quad 11=\Phi^5-\phi^5.$

График функции (2) $W(a(x),b(x))$ показан на рис. 2.

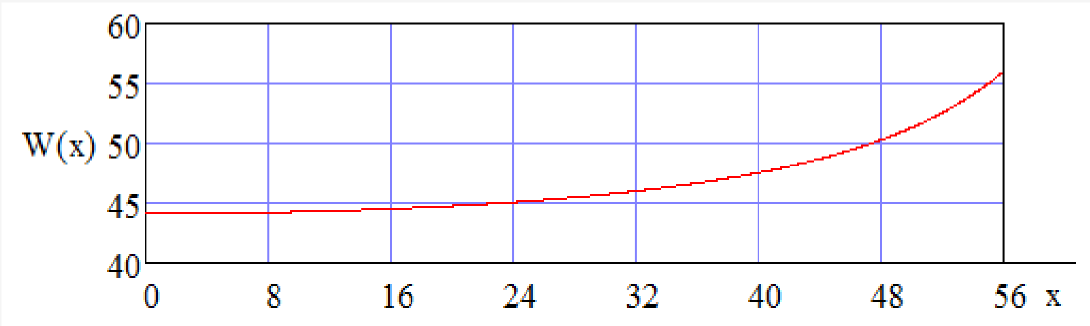

Рис. 2

Отметим также, что для данной исходной геометрии было найдено 4 инвариантных соотношения, не изменяющихся при изменении диаметра x:

$$\mathrm{Inv1}(x)=b(x)\cdot c(x)/a(x)\cdot d(x)\equiv 1{,}7,\qquad \mathrm{Inv2}(x)=c(x)\cdot z(x)/d(x)\cdot y(x)\equiv 1{,}7 \qquad (3),$$

$$\mathrm{Inv3}(x)=c(x)/L_1+d(x)/L2\equiv 1,\qquad \mathrm{Inv4}(x)=a(x)\cdot z(x)/b(x)\cdot y(x)\equiv 1 \qquad (4)$$

Проблеме нахождения зависимостей и аппроксимаций интуитивным образом из общих соображений можно посвятить книгу. В данной статье отметим лишь мнение двух выдающихся учёных – Нобелевских лауреатов.

Вот как происходила эволюция взглядов Поля Дирака, заложившего основы квантовой механики, квантовой теории поля и предсказавшего «на кончике пера» существование позитрона. Вначале он писал: « Нужно, в первую очередь, руководствоваться соображениями математической красоты, не придавая особого значения расхождению с опытом. Physical laws should have mathematical beauty. Несколько позже он написал следующее: « Раньше я видел смысл лишь в точных уравнениях. Мне казалось. что, если пользоваться приближёнными методами, то работа становится невыносимо уродливой. Но, имея инженерное образование, я обнаружил, что даже в теориях, основанных на приближениях, можно увидеть достаточно много красоты. И все наши уравнения надо рассматривать как приближения, отражающие соответствующий уровень знаний».

Метод подбора использовал и Макс Планк, когда конструировал единое для всех частот выражение для спектра излучения абсолютно-чёрного тела, объединяя два установленных ранее экспериментальных закона: Релея-Джинса и Вина, верные, соответственно, для низко- и высокочастотной областей спектра излучения.

Кроме того, следует подчеркнуть, что при создании теории равновесного теплового излучения Планк использовал ряд противоречивых предположений, ломающих принципы классической физики. В первую очередь, это относится к его гипотезе о квантовании энергии излучения.

Далее, в качестве модели среды, с которой взаимодействует излучение, Планк использовал очень упрощённую модель в виде классических линейных осцилляторов. Однако такие осцилляторы могут реагировать лишь на излучение с теми же частотами, которое сами излучают, и никакого обмена энергией, необходимого для получения равновесного излучения, не допускают. Более того, Планк приписал осцилляторам не только температуру, но и энтропию, и без каких-либо обоснований задал функцию, описывающую зависимость 2-й производной от энтропии S по энергии осциллятора E .

Сам Планк, назвавший созданную им в 1900 г. теорию результатом «акта отчаяния» в попытке любой ценой найти опровержение «ультрафиолетовой катастрофы», затем в своей Нобелевской лекции «Возникновение и постепенное развитие теории квант» (1920 г.) сказал, что полученное им выражение для спектральной плотности излучения всего лишь «счастливо угаданная интерполяционная формула», позволившая одновременно описать разные экспериментальные зависимости как при малых, так и при высоких частотах излучения.

Наконец, укажем, что в работах автора статьи (см., напр. [6]) математически обоснована возможность существования в формуле Планка двух компонент.

Перейдём теперь к анализу дальнейших направлений исследований задач с пересекающимися отрезками прямых или их продолжений.

Ключевым уравнением определяющим геометрию задач типа «Колодца Лотоса» является связь высоты $h(x)$ точки пересечения отрезков в зависимости от диаметра x:

$$h(x) = a(x) \cdot b(x) / [a(x) + b(x)] \quad \Rightarrow \quad 1/a(x) + 1/b(x) = 1/h(x) \qquad (5)$$

Формально такой же вид имеют теоремы Эйлера для треугольников и четырёхугольников, определяющие зависимость расстояний $d_{3,4}$ между центрами вписанной r и описанной R окружностей:

$$d_3^2 = R^2 - 2Rr \quad \Rightarrow \quad 1/(R-d) + 1/(R+d) = 1/r \qquad (6),$$

$$d_4^2 = R^2 + r^2 - r\sqrt{4R^2 + r^2} \quad \Rightarrow \quad 1/(R-d)^2 + 1/(R+d)^2 = 1/r^2 \qquad (7)$$

Формально похожими физическими соотношениями являются формула для суммарного сопротивления R_Σ 2-х параллельных сопротивлений $R_{1,2}$:

$$R_\Sigma = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \quad \Rightarrow \quad 1/R_1 + 1/R_2 = 1/R_\Sigma \qquad (8),$$

и формула для расстояний от объекта a и от его изображения b до тонкой оптической линзы с фокусным расстоянием f:

$$1/a + 1/b = 1/f \qquad (9)$$

Укажем также, весьма интересный кинематический результат. При перемещении 2-х отрезков параллельно самим себе с конечными скоростями $V_{1,2}$ точка пересечения отрезков V_K (точка K на рис. 1) может двигаться со скоростью, превышающей скорость света, если угол θ между отрезками мал:

$$V_K = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta} / \sin\theta \qquad (10)$$

Такой случай может реализоваться, напр., в «гильотинных» ножницах. Читатель может подумать, не противоречит ли теории относительности этот результат, когда точка резания (точка передачи сигнала) распространяется со скоростью, большей скорости света.

В статическом случае с неподвижными границами, на которые опираются отрезки особый интерес нахождение наборов базовых отрезков с длинами, равными целым числам. По моему предложению кандидат химических наук А.Ф. Тальдрик провёл соответствующие расчёты и составил базу данных для таких наборов часел. В (1) приведён 1-й набор, релизующийся при минимальном целом значении диаметра колодца $D = 56$. При $D < 1000$ число таких наборов равно 41. В настоящее время ведётся поиск возможных закономерностей в этих наборах.

Укажем также, что границы на которые опираются отрезки могут быть не только сторонами прямых углов, но и линиями, расположенными не под прямым углом. Кроме того, отрезки могут опираться на различные кривые.

Случай, когда отрезки AD и BC (см. рис. 1) параллельны соответствуют съюстированному оптическому резонатору (интерферометру Фабри-Перо). Когда же эти отрезки непараллельны, резонатор раъюстирован и неустойчив.

Ситуация и расчёты также резко усложняются когда, напр., точка C опускается ниже нулевого уровня и при этом будет происходить пересечение не самих отрезков, а их продолжений. В таких сложных случаях, возможно, могут приобретать геометрический смысл действительные и мнимые части комплексных корней алгебраических уравнений, описывающих данную задачу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.Казанцев, М.Сиянин*. «Колодец Лотоса». В сб. «На суше и на море», вып. 15, 1975.
2. *M.Gardner*. Mathermatical Circus. More Puzzles, Games, Paradoxes and other mathematical entertainments from Scientific American. The two crossed ladders problem. New York: Knopf, pp.62-64, 1979.
3. *А.Н.Шелаев*. Решение «неразрешимой» задачи египетских жрецов «Колодец Лотоса» без нахождения корней уравнений 8-й и 4-й степени. www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, Эл., № 77-6567, публ. 23438, 01.06.2017. – С.1-6.
4. *А.Н. Шелаев*. Инварианты, соотношения гармонии и нетривиальные экстремальные зависимости для предлагаемой обобщённой задачи «Колодец Лотоса». www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, Эл., № 77-6567, публ. 23488, 18.06.2017. – С.1-11
5. *С.Л.Василенко*. В поисках математических истин у древних египтян. www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, Эл., № 77-6567, публ. 23507, 24.06.2017. – С.1-5.
6. *А.Н.Шелаев*. Аппроксимация формулы Планка для равновесного излучения двумя компонентами с произвольными амплитудами на примере излучения Хокинга. . www.trinitas.ru. Академия тринитаризма, Эл., № 77-6567, публ. 20518, 23.04.2015. – С.1-10.

Прежде чем опубликовать эту статью, я специально выдержал паузу, чтобы посмотреть, в первую очередь, какие размышлизмы и измышлизмы будут написаны доктором тех наук Украины и одновременно главным гидрологом Харьковского водоканала С.Л. Василенко при его мысленном погружении в таинственные воды колодца Лотоса [5]. К сожалению. Сергей Леонидович – автор восхитительных по нелепости диссертационных выводов («Вода, как объективная реальность, существует в единстве пространства-времени-материи и отражается в сознании через ощущения», «Вода, загнанная в трубы, стремится вырваться на свободу») на этот раз ничего оригинального не написал, и мы так и не узнали, куда стремится вода, загнанная в колодец ? Всё свелось лишь к характерному для гидролога толчению воды в ступе (колодце) - пережёвыванию уже известных результатов.