В.П. Шенягин

Золотой рост и золотое сечение

Содержание

Аннотация. С опорой на золотые s-пропорции выделен ряд особенностей моделей роста и уменьшения (деления, сечения) в их сравнении. Рост и деление представлены не только в образе математических констант, но и в интерпретации ими временн*ы*х периодов, поколений, старого и нового, большого и малого, приращения и остатка, динамики (роста) и статики (композиции), философских законов, концепции устойчивого развития.

Ключевые слова: золотое сечение, золотые пропорции, золотые константы, золотой рост, тройное отношение.

Золотые s-пропорции

Схема есть квинтэссенция смысла.
Н.Н. Александров

Семейство золотых s-пропорций создает два ряда чисел – больших s_n и малых $\bar{s}_n$ золотых констант:

$$1;\ 1{,}61803\ldots;\ 2{,}41421\ldots;\ 3{,}30277\ldots;\ 4{,}23606\ldots;\ 5{,}19258\ldots;\ \ldots;\ s_n = \frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2};\ \ldots;\ \infty;$$

$$1;\ 0{,}61803\ldots;\ 0{,}41421\ldots;\ 0{,}30277\ldots;\ 0{,}23606\ldots;\ 0{,}19258\ldots;\ \ldots;\ \bar{s}_n = \frac{\sqrt{n^2+4}-n}{2};\ \ldots;\ 0.$$

Отрицательные значения констант здесь упоминать не будем.

Произведение большой и малой константы каждой из пропорций равно единице, константы взаимообратные, т.е. инверсные, их мантиссы равны между собой, разность констант равна целой величине n, соответствующей номеру золотой пропорции. Золотым константам присуща триада инверсии: видовая, системная и интегральная. Благодаря этим особенностям золотые константы схожи с классической золотой – большой Φ и малой ϕ.

Собственно золотая пропорция в семействе золотых s-пропорций является первой, $\Phi = s_1$ и $\phi = \bar{s}_1$. И будем называть ее первой, а также классической или канонической.

Золотые s-константы характеризуют рост целого на основе пропорции [1, с. 7]

$$\frac{n+\bar{s}_n}{1}=\frac{1}{\bar{s}_n}\Rightarrow s_n\,, \qquad (1)$$

когда целое, содержащее n единиц и меньшее (меньше единицы), так относится к единице, как она – к меньшему.

Или наоборот – большее в виде единицы так относится к целому, как меньшее – к единице

$$\frac{1}{n+\bar{s}_n}=\frac{\bar{s}_n}{1}\Rightarrow \bar{s}_n\,. \qquad (2)$$

Соотношения (1) упоминаются, например, и в статье А.Н. Шелаева [2, с. 3].

Выражение (1) показывает гармоничный рост целого путем суммирования начально заданных n единиц и приращения $\bar{s}_n$ в виде малой золотой константы, вычлененной из дополнительной единицы [1, с. 16] (рис. 1).

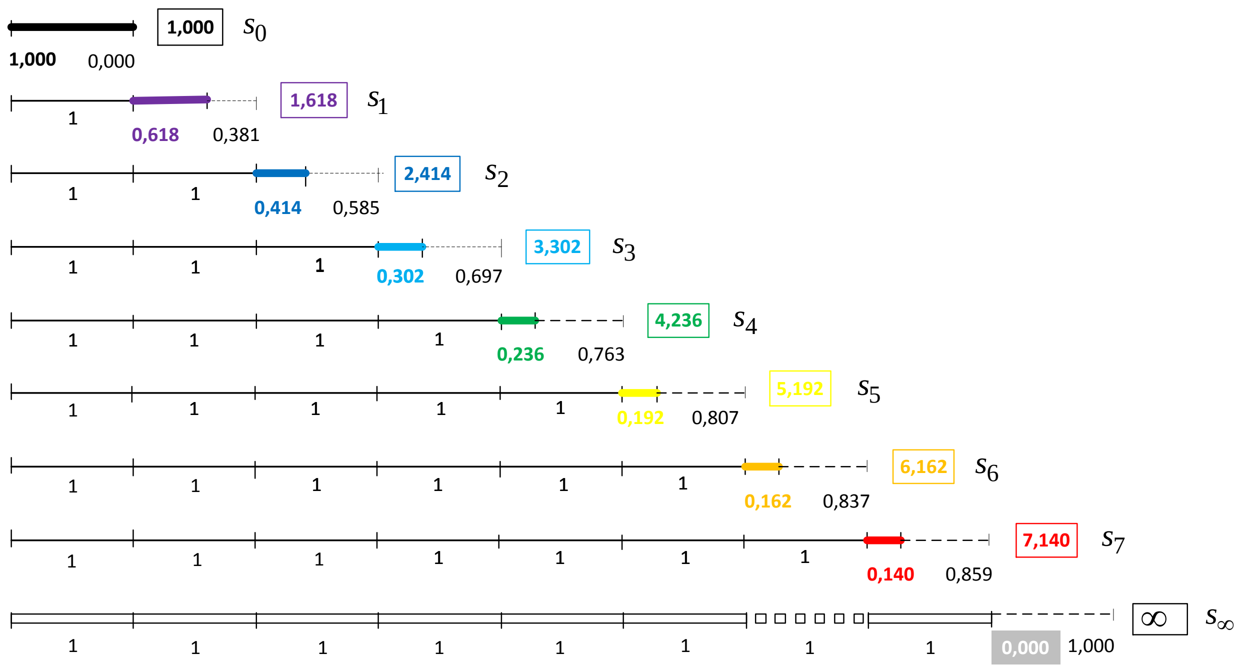


Рис. 1. Гармоничный рост на основе золотых s-пропорций

Оптимальный алгоритм геометрического построения с помощью циркуля и линейки без делений отрезков, соответствующих большим золотым константам (рис. 2), следует из формулы $s_n=\dfrac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}$, представленной в виде

$$s_n=\frac{n+\sqrt{n^2+4}}{2}=\frac{n}{2}+\sqrt{\frac{n^2}{4}+1}\,.$$

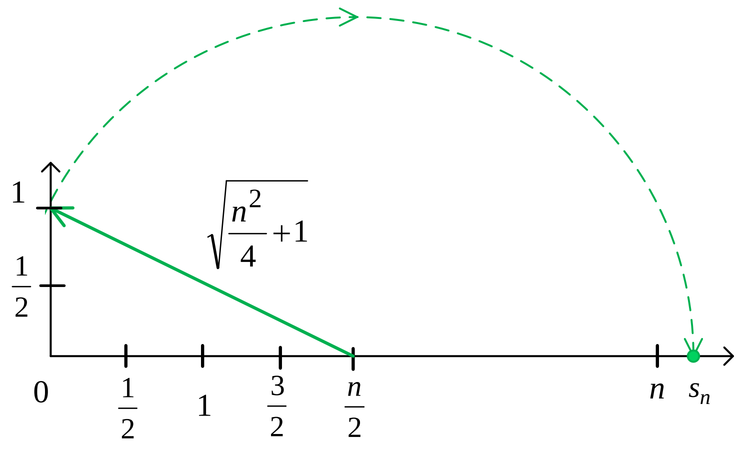


Рис. 2. Геометрическое построение больших золотых констант

На оси абсцисс с началом 0 и шагом 1/2 отложить отрезок длиной $n/2$. На оси ординат отложить отрезок длиной 1. Установить одну ножку циркуля в точку $n/2$, вторую ножку – в точку 1 на оси абсцисс, зафиксировав длину гипотенузы $\sqrt{\frac{n^2}{4}+1}$. Поворотом циркуля по часовой стрелке добавить длину гипотенузы к отрезку длиной $n/2$, получив искомую точку, расстояние от начала координат до которой есть $\frac{n}{2}+\sqrt{\frac{n^2}{4}+1}=s_n$.

Построение кварты золотых констант, т.е. больших и малых, положительных и отрицательных, [3, с. 47-48], [4, с. 24-28], [5, с. 76-78] приведено на рис. 3.

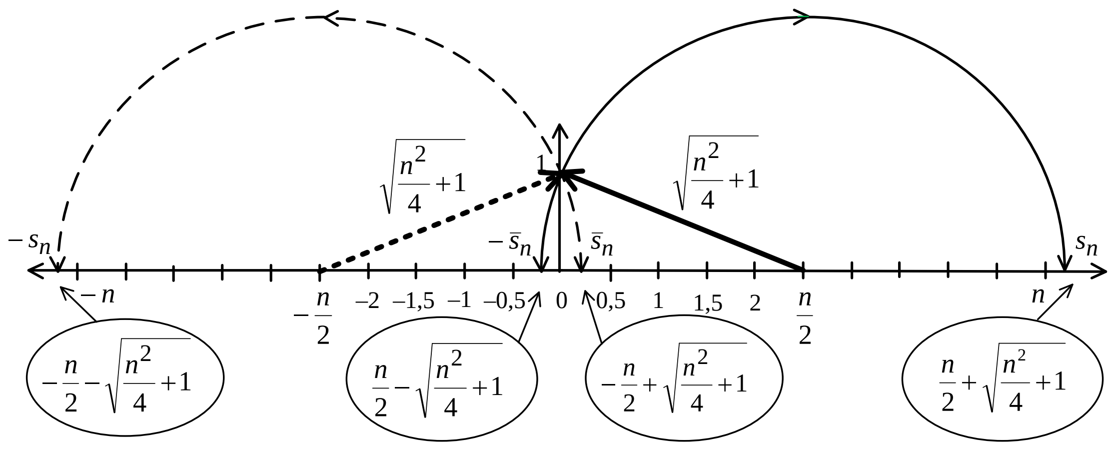


Рисунок 3. Геометрическое построение кварты золотых констант

Росту на основе классической золотой константы уделили внимание С.Л. Василенко и А.В. Никитин в статье [6]. Первый из них делает это достаточно регулярно в сравнении с золотым сечением, в том числе в недавно опубликованной работе [7].

Понять модель золотого роста более глубоко позволяют золотые s-пропорции. В сущностном, модельном и функциональном плане они идентичны классике, чего нельзя сказать о сути золотого уменьшения (сечения, деления). И все же к моделям золотого (точнее, квазизолотого) деления имеют отношение и золотые s-константы. Но это тема иной статьи «Квазизолотые деления единичного целого и его композиция», готовой к публикации, в которой рассмотрено деление единичного целого под диктовку малых золотых констант *s*-пропорций.

В настоящей статье с опорой на *s*-пропорции выделим ряд особенностей роста и уменьшения в их сравнении. Подчеркнем основные представления роста и деления в образе математических констант, в интерпретации временн*ы*х периодов, поколений, старого и нового, большого и малого, приращения и остатка, динамики (роста) и статики (композиции).

Классическая золотая пропорция

Золотое сечение традиционно определяет золотое отношение, золотую пропорцию, когда целое так относится к большему, как оно – к меньшему:

$$\frac{\text{б}+\text{м}}{\text{б}}=\frac{\text{б}}{\text{м}}\Rightarrow \Phi, \qquad (3)$$

где б – большее; м – меньшее.

Или наоборот – большее так относится к целому, как меньшее – к большему

$$\frac{\text{б}}{\text{б}+\text{м}}=\frac{\text{м}}{\text{б}}\Rightarrow \phi. \qquad (4)$$

Для единичного целого (3) записывается в виде (см. также в [6, с. 7]):

$$\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{1-\phi}\Rightarrow \Phi; \qquad (5)$$

$$\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{\phi^2}\Rightarrow \Phi;$$

$$\frac{\phi+\phi^2}{\phi}=\frac{\phi}{\phi^2}\Rightarrow \Phi. \qquad (6)$$

Для единичного целого в (4)

$$\frac{\phi}{1}=\frac{1-\phi}{\phi}\Rightarrow \phi; \qquad (7)$$

$$\frac{\phi}{1}=\frac{\phi^2}{\phi}\Rightarrow \phi$$

Переформулируем классическую золотую пропорцию, подогнав ее формулировку (3) под формулировку золотых пропорций (1), т.е. целое, содержащее единицу и меньшее, так относится к единице, как она – к меньшему:

$$\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}\Rightarrow \Phi. \qquad (8)$$

Заметим, что (8) сформулировано и в статье [6, с. 6] в виде $\frac{\Phi}{1}=\frac{1}{\Phi-1}$.

Суть (8) состоит в следующем: новое целое $1+\phi$, получившее приращение ϕ, нормируется исходным (начальным, старым) целым 1, т.е. $\frac{1+\phi}{1}$, которое нормируется новым приращением, а именно $\frac{1}{\phi}$. Цель нормирования есть соотношение (а два соотношения порождают пропорцию), которое безразмерно И то, и другое нормирование подтверждает, что новое целое больше исходного в Φ раз, равно как и исходное целое больше нового приращения в Φ раз. Значение нового величиной Φ также характеризует линейный размер, выраженный в единицах длины.

Сущность (5) и (6) $\dfrac{\phi+\phi^2}{\phi}=\dfrac{\phi}{\phi^2}\Rightarrow\Phi$ заключается в следующем: исходное (начальное) единичное целое, разделенное на части $\phi+\phi^2$, нормируется вновь образованной большей частью ϕ, подразумеваемой в качестве нового целого, на котором акцентируется внимание (?!), т.е. $\dfrac{1}{\phi}$, которое в свою очередь нормируется оставшейся частью ϕ^2 от старого, т.е. $\dfrac{\phi}{\phi^2}$. Оба нормирования подтверждают, что начальное целое больше новой созданной части в Φ раз, которая также в Φ раз больше оставшейся части.

Заметим, что соотношение (8), характеризующее золотое приращение к единице (рост), вытекает из соотношения, характеризующего золотое сечение (уменьшение путем деления) единичного целого (5) и (6):

$$\frac{\phi+\phi^2}{\phi}=\frac{\phi}{\phi^2}\Rightarrow 1+\phi=\frac{1}{\phi}\Rightarrow\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}.$$

Пропорция увеличения (роста) путем гармоничного приращения:
соотношение увеличенного нового и единичного старого
равно соотношению старого и добавленной гармоничной части нового

$$\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi} \tag{A}$$

Пропорция уменьшения (снижения) путем гармоничного деления (сечения):
соотношение единичного старого и искомого нового как гармоничного большего
равно соотношению искомого нового большего и оставшегося в старом меньшего

$$\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{1-\phi} \tag{B}$$

Наглядной иллюстрацией пропорций (А) и (В) служат рисунки в книге А.П. Стахова [8, с.6], статье С.Л. Василенко [7, с. 10].

Объединим формулы гармоничного увеличения и уменьшения единичного целого:

$$\boxed{\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}\Rightarrow\Phi\Leftarrow\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{1-\phi}} \tag{9}$$

$$\boxed{\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}\Rightarrow\Phi\Leftarrow\frac{\phi+\phi^2}{\phi}=\frac{\phi}{\phi^2}} \tag{10}$$

Золотой рост в количественном отношении

Тут смешался глас рассудка
С блеском легкой болтовни.
Водевиль
Бомарше (1732-1799). Эпиграф к комедии
«Безумный день, или Женитьба Фигаро»

Интерпретируем рост, выразив его в виде ряда факторов (табл. 1).

Таблица 1

Интерпретация роста, выраженная факторами

Варианты именования факторов				
1	2	3	4	5
символы	старое-новое	времена	поколения	
1	старое первое	прошлое	бабушки	F_{n-1}
ϕ	из старого второго 1	настоящее	родители	F_n
$1+\phi$	новое	будущее	внуки	F_{n+1}
$\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}$	$\frac{\text{новое}}{\text{старое 1}}=\frac{\text{старое 1}}{\text{из старого 2}}$	$\frac{\text{будущее}}{\text{прошлое}}=\frac{\text{прошлое}}{\text{настоящее}}$	$\frac{\text{внуки}}{\text{дедушки}}=\frac{\text{дедушки}}{\text{родители}}$	$\frac{F_{n+1}}{F_{n-1}}=\frac{F_{n-1}}{F_n}$

Вариант 1 – символьный (8):

$$\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}\Rightarrow\Phi\,.$$

Вариант 2 – старое-новое:

$$\frac{\text{новое}}{\text{старое 1}}=\frac{\text{старое 1}}{\text{старое 2}}\Rightarrow\Phi$$

Новое – это количественный рост, гармоничный.

Вариант 3 – временной образ:

$$\frac{\text{будущее}}{\text{прошлое}}=\frac{\text{прошлое}}{\text{настоящее}}\Rightarrow\Phi$$

Будущее будет так относиться к прошлому, как оно проявляется в настоящем.

Из последнего соотношения следует:

$$\text{прошлое}=\sqrt{\text{настоящее}\cdot\text{будущее}}$$

Прошлое – это сущность единства настоящего и будущего.

Вариант 4 – отношения поколений:

$$\frac{\text{внуки}}{\text{дедушки}}=\frac{\text{дедушки}}{\text{родители}} \tag{11}$$

Внуки (и внучки) будут так относиться к дедушкам (и бабушкам), как они относятся к их родителям (своим детям).

Типичны психолого-воспитательные формулировки:

– дети будут так относиться к своим родителям, как те относятся к их бабушкам и дедушкам, т.е. к своим родителям;

– дети будут так относиться к родителям, как те относятся к своим родителям, дедушкам и бабушкам своих детей.

Последняя фраза математически проиллюстрирована в авторской статье [9, с. 8]. Выражусь точнее, – математическая форма интерпретирована образом в виде трех поколений. Подобная иллюстрация на основе преемственности поколений применена в статье [7, с. 6].

О правнуках люди задумываются редко. Пра(пра)дедушек вспоминают отчасти, иначе следовало бы изложить соотношение (11) с учетом череды поколений:

$$\frac{\text{потомки}}{\text{предки}} = \frac{\text{предки}}{\text{современники}}$$

Вариант 5.

$$\frac{F_{n+1}}{F_{n-1}} = \frac{F_{n-1}}{F_n} \Rightarrow \Phi .$$

Новое, будущее – это количественный гармоничный рост $F_{n-1} + F_n = F_{n+1}$.

Промежуточные выводы.

1. Золотой рост в количественном отношении определяет *модель устойчивого развития*. Φ – это аттрактор развития. Модель устойчивого развития тяготеет к сравнению с прошлым:

$$\text{прошлое} = \sqrt{\text{настоящее} \cdot \text{будущее}}$$

2. Гармоничное развитие должно иметь согласованность (инверсность) отношений результатов в прошлом, настоящем и будущем (рис. 4):

$$\frac{\text{будущее}}{\text{прошлое}} = \frac{\text{прошлое}}{\text{настоящее}} \Rightarrow \Phi$$

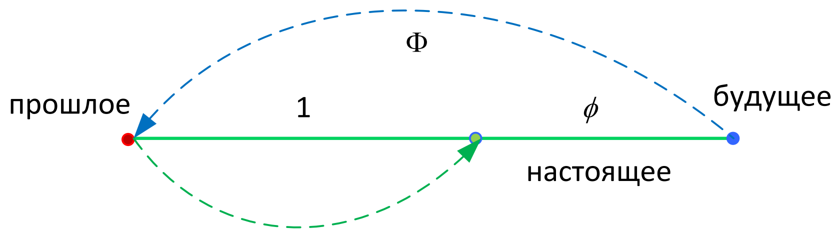


Рис. 4. Инверсность временн*ы*х отношений при золотом росте

3. Золотой рост по классической золотой пропорции становится более понятным, благодаря известности золотых *s*-пропорций. Семейство золотых *s*-пропорций укрепляет в убеждении, что *жизнь гармонична в разнообразии гармонии*.

4. Золотой рост в количественном отношении подразумевает две модели:

– динамический эволюционный рост целого до золотой константы $1 \Rightarrow \Phi$;

– статический композиционный рост $1 + \phi \Rightarrow \Phi$.

Золотой рост единицы до величины Φ – динамическая модель

Выполняя геометрические построения, например, [6, 7] по умолчанию полагают самостоятельный рост единичного целого до золотой константы $1 \Rightarrow \Phi$.

Тем не менее увеличенное новое проявляется и в виде сложения двух величин $1 + \phi \Rightarrow \Phi$, где ϕ, в свою очередь, вычленяется из дополнительной единицы, образуя обычно неучитываемый остаток $1 - \phi = \phi^2$.

Золотое сложение (суммирование) двух величин 1 + *ϕ* – статическая модель

Для получения $1 + \phi$ надо взять исходную 1 (единицу) и дополнительную 1, из которой выделить прирост ϕ, оставив остаток $1 - \phi$ (см. рис. 1). Отсюда возможно формирование отличительной модели. Получим ее.

Исходными являются $1+\phi$ и $1-\phi$. Их произведение (единство, выражаясь терминами философского закона) дает разность квадратов $(1+\phi)(1-\phi)=1-\phi^2$. Она заложена в уравнении, задающем положительное значение ϕ:

$$\phi^2+\phi-1=0;$$

$$\phi=1-\phi^2. \qquad (12)$$

Равенство (12) выводит на следующее преобразование:

$$\phi=(1+\phi)(1-\phi); \qquad (13)$$

$$\frac{\phi}{1-\phi}=1+\phi;$$

$$\frac{\phi}{1-\phi}=\frac{1+\phi}{1}. \qquad (14)$$

Пропорция (14) означает новое целое величиной Φ:

$$\boxed{\frac{1+\phi}{1}=\frac{\phi}{1-\phi}\Rightarrow\Phi} \qquad (15)$$

Новое целое так относится к исходному старому целому 1, как приращение к остатку.

Модель (15) означает симбиоз золотого роста и золотого сечения (см., например, [7]). Перед суммированием дополнительная единица предварительно подлежит золотому сечению (рис. 5).

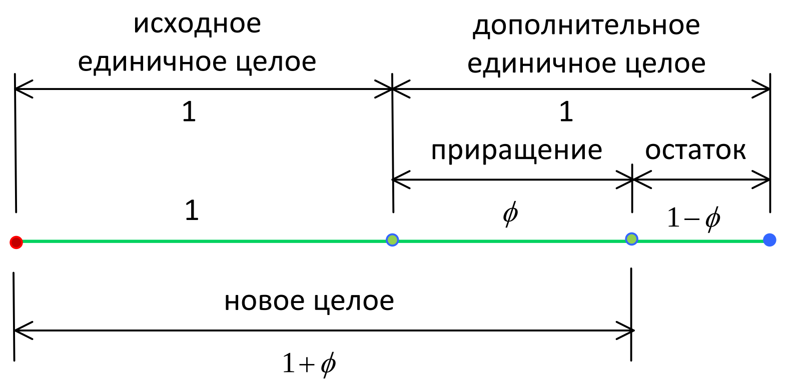


Рис. 5. Золотой рост как симбиоз сложения и золотого сечения

Вернемся к (13). Разделив обе части на $1+\phi$, получим:

$$\frac{\phi}{1+\phi}=1-\phi;$$

$$\frac{1-\phi}{1}=\frac{\phi}{1+\phi}. \qquad (16)$$

Пропорция (16) характеризует величину остатка ϕ^2:

$$\boxed{\frac{1-\phi}{1}=\frac{\phi}{1+\phi}\Rightarrow\phi^2} \qquad (17)$$

Остаток так относится к исходному старому целому 1, как приращение к новому целому.

Равенство (13) $\phi=(1+\phi)(1-\phi)$ означает, что прирост – это единство целого и остатка:

$$\phi=\Phi\phi^2. \tag{18}$$

Золотое сжатие в качественном отношении

Золотое сечение единичного обычно рассматривается с остатком $1-\phi=\phi^2$:

$$1\Rightarrow\phi+\phi^2.$$

Модель, не принимающая во внимание остаток, является моделью сжатия единицы до значения ϕ:

$$1\Rightarrow\phi.$$

То есть, при золотом сжатии как и при росте также различимы две модели:

– сжатие единицы до золотой константы $1\Rightarrow\phi$ без исключения остатка $1-\phi=\phi^2$, т.е. переход в новое *качественное* состояние, своеобразное уплотнение (архивация) единицы, динамическая модель;

– получение из единицы золотой константы $1\Rightarrow\phi$ с исключением остатка $1-\phi=\phi^2$, т.е. *количественное* изменение (уменьшение), статическая декомпозиционная модель.

Вернемся к золотому сечению, повторив пропорцию (7) $\frac{\phi}{1}=\frac{1-\phi}{\phi}\Rightarrow\phi$. Результат представим в табл. 2 и на рис. 6.

Таблица 2

Интерпретация деления, выраженная факторами

Варианты именования факторов	
символьный	старое-новое
1	старое
$1-\phi$	из старого
ϕ	новое
$\frac{\phi}{1}=\frac{1-\phi}{\phi}$	$\frac{\text{новое}}{\text{старое}}=\frac{\text{остаток старого}}{\text{новое}}$

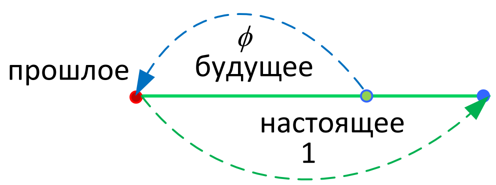


Рис. 6. Инверсность временн*ы*х отношений при золотом делении

Тройное отношение

Вернемся к пропорции (15), дополнив ее третьим отношением в виде:

$$\boxed{\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{1-\phi}\Rightarrow\Phi} \tag{19}$$

Изложим (19) так:

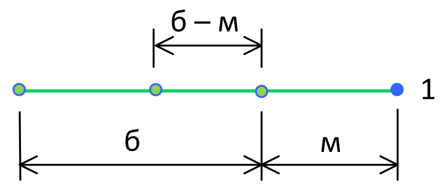
целое как сумма большего (б) и меньшего (м) так относится к большему, как большее – к меньшему и как меньшее – к их разности (большего и меньшего):

$$\frac{б+м}{б}=\frac{б}{м}=\frac{м}{б-м}. \qquad (20)$$

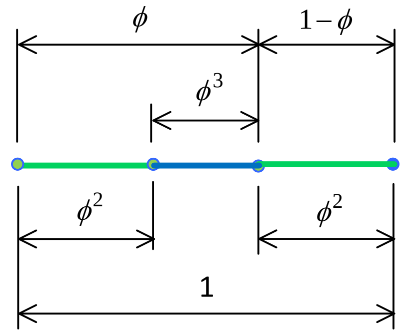
Тройное отношение в виде комплексных, составных, объединенных отношений, содержащих более одного знака равенства, применительно к гармонии встречается, например, у С.Л. Василенко [10, с. 4].

Золотая склейка

Тройное отношение выводит на золотую склейку [11] (рис. 7).



а)



б)

Рис. 7. Золотая склейка

Напомню, что золотая склейка двух единиц дает корень из пяти (рис. 8).

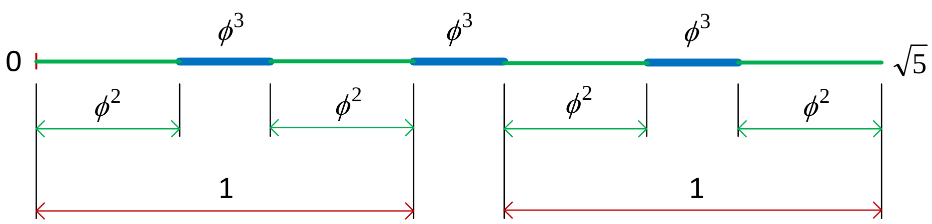


Рис. 8. Семь периодов $\sqrt{5}$

Золотой вурф как половина золотого сложения

Сумма двух исходных единичных целых на рис. 5 состоит из трех частей (21):

$$1+\phi+(1-\phi)=2;$$

$$1+\phi+\phi^2=2. \qquad (21)$$

Уменьшение всех членов уравнения (21) вдвое дает:

$$\frac{1}{2}+\frac{\phi}{2}+\frac{\phi^2}{2}=1;$$

$$0{,}5+0{,}309+0{,}191=1. \qquad (22)$$

Равенство (22) означает трехзвенный золотой вурф $w \approx 1{,}309$, что весьма примечательно для модели золотого роста, сжатой вдвое до нового целого величиной

$$\frac{1+\phi}{2}=\frac{\Phi}{2}\approx 0{,}809\,.$$

Интерпретация философских законов

1. Интерпретация *закона единства и борьбы противоположностей*.

Из тройного отношения (20) следует система

$$\begin{cases} б^2 = м(б+м) \\ м^2 = б(б-м) \end{cases} \qquad (23)$$

$$\boxed{\begin{cases} б = \sqrt{м(б+м)} \\ м = \sqrt{б(б-м)} \end{cases}} \qquad (24)$$

Большее – есть сущность единства меньшего и их суммы (большего и меньшего).

Меньшее – есть сущность единства большего и их разности (большего и меньшего).

Под единством здесь подразумевается произведение величин, под сущностью – квадратный корень из произведения.

Из (23) следует

$$б^2м^2 = бм(б+м)(б-м);$$

$$бм = б^2 - м^2\,.$$

Произведение большего и меньшего равно разности их квадратов.

2. Интерпретация *закона перехода количественных изменений в качественные*.

С большой долей натяжки предположим, что этот закон математически интерпретирует модель сжатия единицы $1 \Rightarrow \phi$, т.е. модель золотого сечения в привычном виде. Происходит сжатие результата, информации, архивация качественного результата, уменьшаясь на величину ϕ^2.

3. Интерпретация *концепции устойчивого* (гармоничного) *развития*.

Концепцию устойчивого развития интерпретирует динамическая модель золотого роста, возможно, что с переходом к золотым константам, придавая развитию гармоничный характер:

$1 \Rightarrow 1+\phi \approx 1{,}618$	– гармоничный результат 1;
$1+\phi \Rightarrow 1+1=2$	– рост;
$2+\bar{s}_2 \approx 2{,}414$	– гармоничный результат 2;
$2+\bar{s}_2 \Rightarrow 2+1=3$	– рост;
$3+\bar{s}_3 \approx 3{,}302$	– гармоничный результат 3;
$3+\bar{s}_3 \Rightarrow 3+1=4$	– рост;
$4+\bar{s}_4 \approx 4{,}236$	– гармоничный результат 4;
$n+\bar{s}_n \Rightarrow n+1$	– рост;
$n+1+\bar{s}_{n+1}$	– гармоничный результат $n+1$.

Процесс (механизм) роста, ведущий к гармоничному результату, определяется соотношением (1) $\frac{n+\bar{s}_n}{1}=\frac{1}{\bar{s}_n}\Rightarrow s_n$.

Выводы

С опорой на *s*-пропорции выделен ряд особенностей роста и уменьшения целого (табл. 3).

Таблица 3

Золотой рост и золотое сечение

	Рост (увеличение)		Деление (уменьшение)	
	динамический	статический	динамическое	статическое
Классическая золотая пропорция	$1\Rightarrow\Phi$ $\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}\Rightarrow\Phi$	$1\Rightarrow1+\phi$ $\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{1-\phi}\Rightarrow\Phi$ $\frac{\phi+\phi^2}{\phi}=\frac{\phi}{\phi^2}\Rightarrow\Phi$	$1\Rightarrow\phi$	$1\Rightarrow1-(1-\phi)$ $\frac{\phi}{1}=\frac{1-\phi}{\phi}\Rightarrow\phi$ $\frac{\phi}{1}=\frac{\phi^2}{\phi}\Rightarrow\phi$
	Тройное отношение $\frac{1+\phi}{1}=\frac{1}{\phi}=\frac{\phi}{1-\phi}\Rightarrow\Phi$		–	
Золотые *s*-пропорции	$\frac{n+\bar{s}_n}{1}=\frac{1}{\bar{s}_n}\Rightarrow s_n$	–	отдельная статья к публикации	

Тройное отношение: целое (как сумма большего и меньшего) так относится к большему, как большее – к меньшему и как меньшее – к их разности (большего и меньшего)

$$\frac{\text{б}+\text{м}}{\text{б}}=\frac{\text{б}}{\text{м}}=\frac{\text{м}}{\text{б}-\text{м}}$$

означает систему

$$\begin{cases}\text{б}=\sqrt{\text{м}(\text{б}+\text{м})}\\ \text{м}=\sqrt{\text{б}(\text{б}-\text{м})}\end{cases}$$

Или в более привычном виде:

$$\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\frac{b}{a-b}$$

$$\begin{cases}a=\sqrt{b(a+b)}\\ b=\sqrt{a(a-b)}\end{cases}$$

где: a – большее, b – меньшее целого $a+b$.

То есть:

– большее – есть сущность произведения (единства) меньшего и их суммы в виде средней геометрической;

– меньшее – есть сущность произведения большего и их разности (как средняя геометрическая).

Изучение золотого роста не означает изъятие из арсенала гармонии золотого деления (уменьшения) или, в более устоявшейся формулировке, – золотого сечения. В его пользу говорят и квазизолотые деления единичной нормы в золотых *s*-константах.

Литература

1. *Шенягин В.П.* Триада инверсии в основах мироздания // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567. публ. 18427, 07.01.2014 – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0001/005a/00011319.htm.

2. *Шелаев А.Н.* Базовые уравнения системной гармонии для комплексных чисел // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 18095, 08.07.2013. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162145.htm.

3. *Шенягин В.П.* Эволюция экономической теории и ростки гармонии (часть 2) / «Экономический журнал», № 1(33), 2014; РГГУ. – М.: Издательство «Каллиграф», 2014. – 160 с., с. 36-54. – http://cyberleninka.ru/article/n/evolyutsiya-ekonomicheskoy-teorii-i-rostki-garmonii-chast-2.

4. *Шенягин В.П.* Рациональная и иррациональная составляющие золотых пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 18785, 14.04.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321289.htm.

5. *Шенягин В.П.* Проявление гармонии в устойчивом развитии предпринимательских структур / Электронное научное издание «Устойчивое инновационное развитие: проектирование и управление», том 10 № 3 (24), 2014, ст. 4, с. 68-90. – Выпуск подготовлен по итогам Международной научной конференции «Проблема устойчивого развития Человечества в системе «природа – общество – человек», посвящённой 90-летию выдающегося отечественного учёного П.Г. Кузнецова (г. Москва, РАН, 29 мая 2014 г.). –
http://www.rypravlenie.ru/wp-content/uploads/2014/10/04-Shenyagin.pdf;
http://www.rypravlenie.ru/?p=2071;
http://www.rypravlenie.ru.

6. *Василенко С.Л., Никитин А.В.* От золотого отношения к равновесию, синтезу и созиданию // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 17972, 07.04.2013. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/2094-vsnik.pdf.

7. *Василенко С.Л.* Конечное и бесконечное в модели золотого сечения // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 22363, 31.07.2016. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00163011.htm.

8. *Stahov A.P.* The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer. Science World Scientific, 2009. – 748 p. – http://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/6635.

9. *Шенягин В.П.* *P*-пропорции в образе модифицированной пифагорейской трактовки сущности и тождества числа // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 19479, 29.08.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321296.htm.

10. *Василенко С.Л.* Модель золотого сечения в проекции трех частей // ArtMatLab, 08.08.2104. – https://artmatlab.ru/articles.php?id=119&sm=2.

11. *Шенягин В.П.* Семь периодов корня из пяти // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 22345, 28.07.2016. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00163008.htm.