Естественные тела биосферы: симбиоз золотого сечения и деления пополам

С.Л. Василенко

Контакт с автором: **texvater@rambler.ru**

Определено место золотого сечения (ЗС) в равномерном сжатии-растяжении однородного линейного объекта. Совместное рассмотрение его равномерных растяжений в обе стороны приводят к модели удвоения целого согласно золотой пропорции, как прототипу роста и последующего деления биологической клетки пополам. Высказывается гипотеза, что главное предначертание золотого сечения – быть геномом-кирпичиком в строении, формировании и развитии природных объектов биосферы, внося только ему свойственный динамизм в ассиметричную симметрию живого.

Оглавление

Введение 1
Терминологические лабиринты 2
Задача на равномерное сжатие 3
Задача на равномерное растяжение 4
Ассиметричная симметрия золотого сечения 5
Симбиоз золотого сечения и деления целого пополам 6
Механические сопоставления-отображения 7
Деление пополам – генетический код ЗС 7
Синтез: от деления пополам к золотому приращению 8
"Второе ЗС" в треугольнике Кеплера 9
Миноры-мажоры А. Черняева 11
Механизм удвоения целого через золотое сечение 12
Формально-триномиальная модель 13
Золотая пропорция трех частей 14
½ и Ф 15
Заключение и размышлизмы 15
Литература 16

Разделяет не пропасть,
а разница уровней (С. Лец)

Введение

Человек давно научился выделять в окружающем мире отдельные объекты, а в объектах – составляющие элементы.

Деление целого части позволяет выявить свойства, закономерности и причинные связи в предметах и явлениях, которые скрыты для непосредственного восприятия.

Подобное "членение" составляет типичный анализ (греч. *analysis* разложение), как один из основных способов познания, в основе которого лежит <мысленное, абстрагированное> разложение предмета на составные части и/или выделение в целом его отдельных сторон, признаков, действий, отношений…

К наиболее простым схемам деления целого (естественных тел биосферы) на части по праву можно отнести деление пополам и золотое сечение (ЗС).

Как правило, эти уникальные модели рассматриваются отдельно. У каждого из них имеется свой ареал в исследовательском арсенале ученых и практиков.

В то же время оба подхода имеют общие глубокие корни, тесные связи. В том числе на различных уровнях организации живой материи.

Половинное деление на клеточном уровне обеспечивает рост и восполнение биомассы.

Золотая пропорция с её поворотной симметрией пятого порядка страхует и предохраняет живые структуры от кристаллизации.

В таком "симбиозе" или сосуществовании похожих, но разных форм взаимодействия частей, заложен глубокий механизм для возникновения и сохранения живой субстанции по генетическим программам-алгоритмам.

В работе [1] на отдельных физических примерах предпринята попытка установления причинно-следственных связей и превращений в дуальной структуре «золотое сечение – половинное деление».

Напрашивается дальнейшее развитие и осмысления данной проблематики в надежде приблизиться и встроить ещё один кирпичик в фундамент-понимание истоков, на которых основана жизнь в мироздании.

Терминологические лабиринты

Применение в золотоносной тематике обычных и широко распространенных математических методов неожиданно привело к вольному сочинительству – "склеиванию" разнородных оборотов речи.

Например, научной общественности презентовали такие искусственные термины-понятия, как «математика гармонии» [2], «математика золотого сечения» [3].

Хотя очевидно, что у этих предметов исследования нет собственной математики.

Нет и быть не может.

Да и откуда ей взяться? – В частности, для такой простой подосновы, как простейшее квадратное уравнение, где многое исхожено вдоль и поперек.

Это всё равно, что применять «математику красоты» или «математику треугольника».

Возможно, возникли ассоциативные связи с А. Пушкиным: «Звуки умертвив, музыку я разъял, как труп. *Поверил я алгеброй гармонию*» (Моцарт и Сальери).

Великий поэт, конечно, иронизировал в части возможности проверить точным расчетом то, что выражено чувствами.

Гуманитарий и знаток русского слова изложил авторскую мысль четко и ясно.

Но отсюда никак не следует, будто есть некая "алгебра гармонии". Но допустимо применить или приспособить алгебру к изучению-описанию гармонии.

В общем случае изучение свойств золотой пропорции опирается на уже разработанные и общепринятые математические понятия, направления и разделы.

Справедливости ради следует сказать, что словесная конструкция «математика чего-либо» иногда встречается в современных американизмах [4, 5]. Но больше как броский художественный заголовок. Взять, к примеру, книгу известного гончара и скульптора А. Поверина "Алгебра гармонии" (Москва, РФ, 2015) о художественных стилях в керамике.

Однако буквальная интерпретация приводит к словосочетаниям, которые лишены внутренней логики, лингвистической строгости и научной корректности [6–10].

Все эти «математики чего-то» – непродуктивные в научном плане словесные обороты, которые порождают нигилизм не только в математике, но и отвергают нормы-ценности великого русского языка.

По сомнительным словообразующим правилам англоязычного толка.

Соотносительно русской грамматике, пожалуй, лучше говорить о золотом сечении в математике, математических свойствах (началах) золотой пропорции [11, 12] и т.п.

Что касается особых формализованных свойств ЗС, то они действительно есть. Сомневаться не приходится.

Не случайно 40-томный «Мир математики» начинается именно с золотого сечения [13], которое, нужно сказать, нередко и довольно неожиданным способом возникает в самых разных задачах.

Двум из них посвящена данная работа.

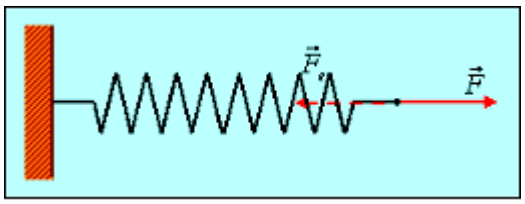
С последующим развитием и приложением к проблематике деления пополам.

Задача на равномерное сжатие

При всей своей необычности золотое сечение – один из наипростейших объектов математики. Его формализация сводится к составлению пропорции между отношениями целого и составных элементов. Например, частей линейного отрезка. Числовая константа золотого сечения Φ – есть величина такого пропорционального отношения.

Исходя из этого, вполне естественно попробовать исследовать золотоносные проявления в задаче на равномерное сжатие-растяжение линейного однородного объекта: пружины, однородного стержня, эластичного жгута и т.п.

Растяжение и сжатие – основные виды деформации наравне с кручением, изгибом, сдвигом.



Один из постановочных вариантов определяется так (рис. 1):

в равномерном сжатии (масштабировании) отрезка AB с закрепленным краем A найти точку I, при движении в которую края B она переместится в собственное зеркальное отражение I'.

Сжатие: итак, следует определить точку I такую, что при переводе в неё крайней точки $B \equiv I$ сама точка I займет симметричное положение I'.

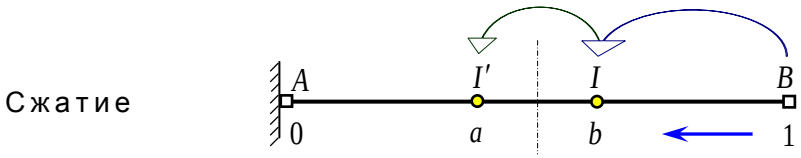


Рис. 1. Золотое сечение в задаче на равномерное сжатие

Из условия равномерного сжатия составим пропорцию

$$\frac{AB}{AI} = \frac{AI}{AI'} \quad \text{или} \quad \frac{1}{b} = \frac{b}{AI'}\,.$$

Зеркальная симметрия пары точек $(I,\ I')$ приводит к равенству частей

$$AI' = IB = a = 1 - b\,.$$

Окончательно получаем $\frac{1}{b}=\frac{b}{1-b}$ или $b^2+b-1=0$ – уравнение ЗС для большей части единичного целого, откуда находим $b=\phi=\Phi^{-1}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0{,}618$ – малая золотая константа.

Тогда $a=\phi^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Отрезок между симметричными точками (I, I') равен $I'I=\phi^3=\sqrt{5}-2$.

В качестве исходного объекта нагляднее всего выбрать предварительно натянутую однородную резинку (обычную бытовую).

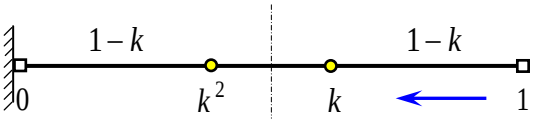
Тогда вместо сжатия, сопряженного с механическими усилиями, будет иметь место восстановление её нормального ненапряженного состояния.

В задаче на сжатие каждая из двух точек золотого сечения одновременно является ЗС для большего отрезка. Таким образом, сжатие отрезка или перевод крайних точек в точки ЗС приводит к тому, что точки ЗС передвигаются, занимая свои симметричные отражения.

Данную задачу ЗС можно также переформатировать, как определение коэффициента сжатия или обычного масштабирования.

Пусть единичная линия укорачивается в k раз.

Отрезок длиной k также уменьшается в k раз и принимает длину k^2 или $1-k$.



Так, мы приходим к уравнению золотого сечения $k^2=1-k$.

Отсюда коэффициент сжатия равен малой константе ЗС: $k=\phi\approx 0{,}618$.

Итак, исходный отрезок 1 становится равным k, искомая точка занимает положение $k\cdot k=k^2$ или из условия симметрии $1-k$.

Отсюда вытекает смысл квадрата или квадратичного характера модели ЗС: точка с положением k подвергается сжатию с коэффициентом k.

Рассмотренное сжатие дает безусловную симметрию точек $(I,\ I')$ относительно середины исходного объекта.

Таким образом, имеем абсолютную проективную симметрию неравных отрезков (частей) с их идеальной пропорциональностью.

Далее рассмотрим обратную задачу.

Задача на равномерное растяжение

Растяжение: найти точку I такую, что при её перемещении в крайнюю точку $B\equiv I$ её место будет занято собственным симметричным отражением I' (рис. 2).

Задачу решим через определение коэффициента растяжения (масштабирования).

Точка I с координатой $x=b$ перемещается в единицу: $x\cdot k=1$.

Её зеркальное отражение с координатой $1-x$ переходит в x, то есть $(1-x)\cdot k=x$.

Разделив данные соотношения, получаем $x^2+x-1=0 \ \rightarrow\ x=\phi$.

Следовательно, коэффициент растяжения равен большой золотой константе $k = x^{-1} = \Phi$. При этом единичный отрезок увеличивается в $\Phi = 1 + \phi$ раз.

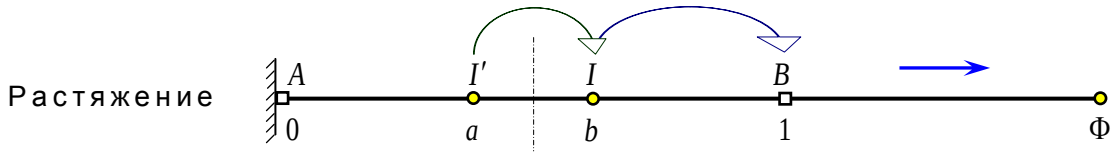


Рис. 2. Золотое сечение в задаче на равномерное растяжение

Иначе говоря, при растяжении линейного целого на величину ϕ найдется точка I', которая займет свое симметрично зеркальное отражение I', и этой точкой будет золотое сечение.

Ассиметричная симметрия золотого сечения

Итак, золотое сечение получило новое дыхание-толкование, как решение задачи равномерного растяжения-сжатия пружины (однородного линейного стержня) с поиском особых точек симметрии.

В этой связи весьма уместным является высказывание В. Лавруса, которое в виде исключения к собственным правилам приведем полностью [14]:

«Золотое сечение нельзя рассматривать само по себе, отдельно, без связи с симметрией. Великий русский кристаллограф Г.В. Вульф (1863...1925) считал золотое сечение одним из проявлений симметрии. Золотое деление не есть проявление асимметрии, чего-то противоположного симметрии. Согласно современным представлениям золотое деление – это асимметричная симметрия. В науку о симметрии вошли такие понятия, как статическая и динамическая симметрия.

Статическая симметрия характеризует покой, равновесие, а динамическая – движение, рост. Так, в природе статическая симметрия представлена строением кристаллов, а в искусстве характеризует покой, равновесие и неподвижность.

Динамическая симметрия выражает активность, характеризует движение, развитие, ритм, она – свидетельство жизни. Статической симметрии свойственны равные отрезки, равные величины. Динамической симметрии свойственно увеличение отрезков или их уменьшение, и оно выражается в величинах золотого сечения возрастающего или убывающего ряда».

ЗС – единственная пропорциональная скрепа целого и его двух частей [15], не считая элементарного деления пополам.

ЗС – наилучшая и единственная пропорция, уравнивающая отношения целого и его двух частей. То есть частей между собой и с целым.

В определенном смысле речь идет об идеальном соотношении величин.

Одновременно ЗС – это точка самоидентификации. Интегратор. Положение, которое обеспечивает легкое восприятие отношений.

Если деление пополам связано с закономерностями симметрии, то золотое сечение – с признаками асимметрии. Членение на неравные части отвечает принципу разнообразия и вызывает ощущение подвижности и динамики.

Если говорить в целом об ассиметричной симметрии золотого сечения, то обязательно нужно иметь в виду, что речь идет о пропорциональной асимметрии.

Асимметрия уравновешивает неравные элементы за счет соответствующего пропорционального изменения расстояния до центральной точки (оси) целого.

Остается добавить:
ЗС – универсальная модель динамической симметрии;
ЗС – модель пропорциональной зеркальности;
ЗС – гипотетическая модель роста живого.

Симбиоз золотого сечения и деления целого пополам

Два деления целого – на две равные доли и золотое сечение – связаны буквально на "генетическом" уровне.

Наиболее отчетливо здесь проявляются два характерных момента.

1. Деление пополам и золотое сечение – единственные и очевидные пропорциональные разбиения целого на две части $1 = a + b$ [15]:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} \qquad \rightarrow \qquad a = b = \frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{b} = \frac{b}{a} \qquad \rightarrow \qquad b = \phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Других вариантов пропорции из совокупности трех объектов – целого и его двух составных частей $\{1, a, b\}$ – попросту нет!

Не считая, конечно, различные манипулирования с частями типа умножения на коэффициенты, возведения в степени и т.п.

В этом смысле золотое сечение, что называется, "на виду". Именно поэтому оно стало предметом изучения древних математиков – больших мастеров по оперированию с разнообразными пропорциями.

2. Само золотое сечение численно определяется через величину корня квадратного из пяти. Число "пять" в свою очередь образуется как сумма двух квадратов $1^2 + 2^2 = 5$.

Например, геометрически это соответствует гипотенузе прямоугольного треугольника со сторонами 1 и 2 или диагонали прямоугольника с аналогичными сторонами.

То есть геометрические фигуры имеют соотношение сторон 1:2. Одна сторона является половинкой другой стороны (рис. 3).

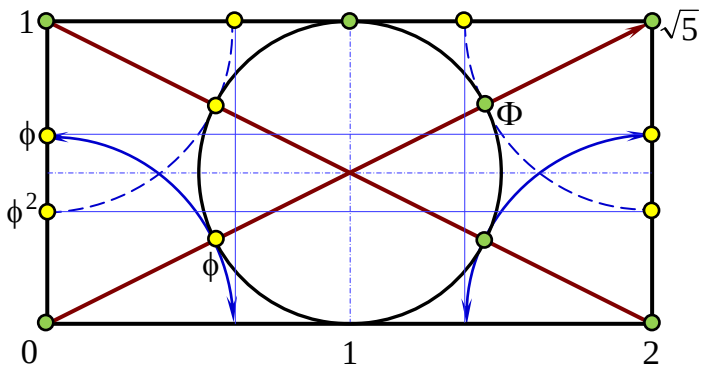


Рис. 3. Золотые сечения, образуемые с помощью прямоугольника 1×2
и симметрично вписанного круга с единичным диаметром

Диагональ равна $\sqrt{5} = 1 + 2\phi = \Phi + \phi$.

Если целое мы разделим пополам, то путем несложных построений получим и золотое сечение.

Механические сопоставления-отображения

Константа золотого сечения, так или иначе, своим рождением обязана двойке и/или её обратной величине – 0,5.

Данное свойство нашло свое выражение в некоторых формализованных структурах-представлениях:

- пять двоек

$$\Phi = \frac{2^0 + \sqrt{2^0 + 2^2}}{2};$$

- три половинки

$$\Phi = 0{,}5 + \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^0};$$

- Ф-суммы

$$\phi^0 + \phi^1 + \phi^2 = 2;$$

$$\Phi^0 - \Phi^1 + \Phi^2 = 2;$$

- единичная непрерывная дробь со свойством степеней $x^0 = 1$:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{\Phi} = 0{,}5^0 + \cfrac{0{,}5^0}{0{,}5^0 + \cfrac{0{,}5^0}{0{,}5^0 + \cfrac{0{,}5^0}{0{,}5^0 + \ldots}}}.$$

Плюс к этому уникальные свойства самой двойки

$$2 + 2 = 2 \times 2 = 2^2.$$

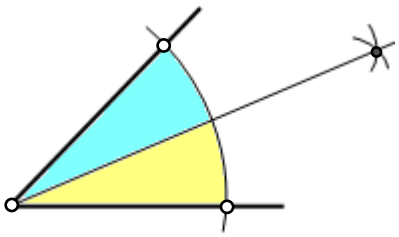
Деление пополам – генетический код ЗС

Практически все геометрические построения золотого сечения связаны с метрическим соотношением 1:2. Для этого в геометрии используются разные формы представления: деление отрезка пополам, вычерчивание прямоугольника 1×2 или его части в виде прямоугольного треугольника и т.п.

Исходным моментом здесь является реализация величины, которая численно равна квадратному корню из пяти по теореме Пифагора $\sqrt{5} = \sqrt{1^2 + 2^2}$.

Рассмотрим некоторые примеры

1) Угол между диагональю и меньшей стороной прямоугольника с отношением сторон 1:2 определяется соотношением $\operatorname{tg}\alpha = 2$.



При делении этого угла пополам с использованием формулы тангенса половинного угла получаем (рис. 5)

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \phi$$

То есть биссектриса угла α отсекает на большей стороне отрезок длиной ϕ.

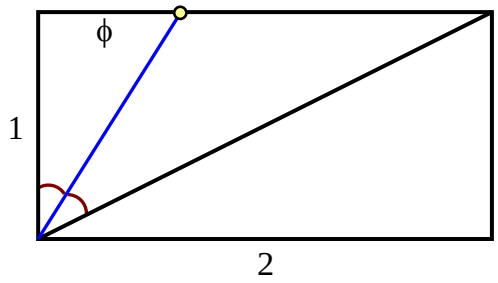


Рис. 5. Биссектриса угла между диагональю и меньшей стороной прямоугольника 1×2 отсекает на большей стороне отрезок длиной ϕ

2) Следующее замечательное равенство аналитического вида также подтверждает роль-участие двойки в формировании ЗС

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2 \cdot \binom{2k}{k}} = 2 \cdot \ln^2 \Phi = 2 \cdot \ln^2 \phi .$$

Синтез: от деления пополам к золотому приращению

3) Получение ЗС в задаче синтеза [16].

Берем квадрат 1×1 и делим основание пополам (рис. 4).

Проводим дугу радиусом, заключенным между серединой основания и вершиной квадрата. Всё! Получаем отрезки длиной $1+\phi=\Phi$.

Довольно наглядно и очевидно. Число определяется одним поворотом циркуля относительно середины квадрата.

Данная модель приращений имеет целый ряд неоспоримых преимуществ по сравнению с обычным или традиционным делением отрезка.

Константа Φ приобретает *четкую метрику* и содержательный геометрический смысл. Это новый увеличенный отрезок. Или новое увеличенное (подросшее) целое в результате увеличения исходного единичного отрезка на величину приращения ϕ. В тех же самых единицах, что исходный отрезок 1 и добавка к нему ϕ.

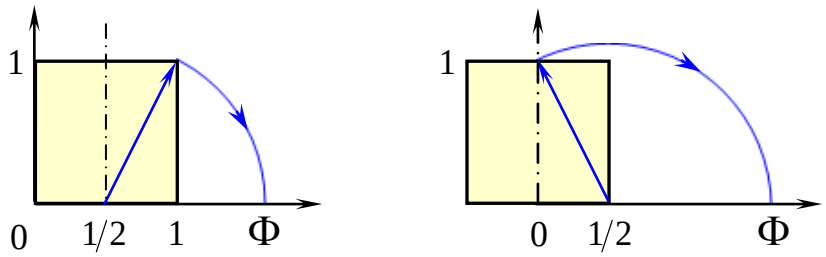


Рис. 4. Формирование золотой константы

Другими словами, все величины в равенстве $1+\phi=\Phi$ имеют одинаковую метрику.

Очень важное методологическое расширение!

В задаче на евклидово деление отрезка величина Φ метрики не имела и определялась, как отношение большей части к меньшей.

То есть, само сечение мы проводили, а предоставить величине Φ геометрическое

толкование не могли.

Теперь у нас золотое число Ф – «новая созидательная единица», образуемая из обычной единицы 1 в золотой пропорции.

- Имеем *минимальную форму* в записи пропорции по количеству наличия в ней неизвестной величины $\frac{1+x}{1}=\frac{1}{x}$. – Это верный признак правильности выбранного нами пути решения и осмысления!

- Имеем *минимальное количество операций* (с помощью циркуля и линейки) для решения геометрической задачи на построение.

Чтобы выполнить сечение отрезка, нам нужно было ещё дополнительно провести дугу радиусом ϕ с центром в правой нижней вершине квадрата. Задача на золотое увеличение-приращение (приумножение) решается всего лишь одним поворотом циркуля.

Так поступает и природа. Этот момент является определяющем в синтезе и развитии растений с их вездесущим филлотаксисом.

Одним движением поворота, образуя спираль.

Именно формирование, рост, созревание являются главными посылами. Но не пресловутое золотое деление, которое в неживой сфере практически не встречается.

- Можно сформулировать пропорцию в категориях *динамического изменения состояния*: новое так относится к старому, как оно – к приращению.

При этом становится более понятной и отчетливой связь возрастающих чисел Фибоначчи приблизительно в геометрической прогрессии с константой-аттрактором Ф.

Или те же кролики... С их рождением-ростом-созреванием. Но никак не умерщвлением-вырезанием-гибелью.

Допустимая операция в математике, с её расчленением и разбиением, становится мало востребованной аналогией в теории жизни.

- Если изначально взять за основу задачу деления (целого, отрезка), то она таковой и остается. То есть действо заканчивается анализом.

В задаче на приращение всё обстоит иначе.

В рамках одной проблематики мы можем проводить *одновременно анализ и синтез*.

Дело лишь в определении направления движения-приращения.

В последнем случае можно лишь изменить ориентацию, и тогда образуется не наращивание, а урезание (деление).

Таким образом, привычное *золотое сечение – модель анализа и разрушения*. Причем более сложная в реализации и построении конструкция.

Золотое приращение или равновесное развитие – модель синтеза и созидания.

Модель простая, наглядная и жизненно востребованная.

"Второе ЗС" в треугольнике Кеплера

В работе В. Лавруса [14] приведено так называемое «второе золотое сечение».

В его основе лежит построение прямоугольного треугольника на базе обычного ЗС на единичном отрезке и последующее деление прямого угла пополам.

Фактически образуется широко известный треугольник Кеплера с соотношением сторон $1:\sqrt{\phi}:\phi \approx 1{,}272$ (рис. 6).

Биссектриса треугольника делит третью сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

Следовательно, имеем

$$\frac{\sqrt{\phi}}{1-x}=\frac{\phi}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{1+\sqrt{\Phi}} \approx 0{,}440; \quad 1-x=\frac{1}{1+\sqrt{\phi}} \approx 0{,}560.$$

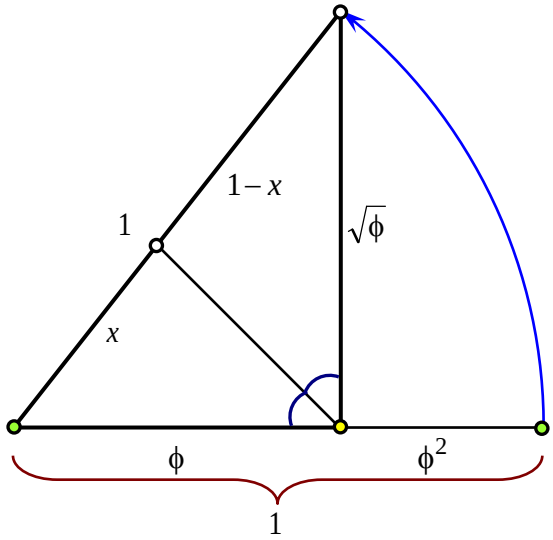


Рис. 6. Построение треугольника Кеплера
с последующим делением прямого угла пополам

Отношение сопряженных отрезков равно

$$\frac{1-x}{x} = x^{-1}-1 = \sqrt{\Phi} \approx 1{,}272.$$

Таким образом, объект, который назван «вторым золотым сечением», фактически является основанием геометрической пропорции сторон Кеплера с её продолжением на отрезках гипотенузы в том отношении.

Применение такой терминологии – дело вкуса и предпочтений.

На наш взгляд, это излишне. Любая целочисленная степень константы, а также корень квадратный из неё в определенной степени и так несут в себе "печать" ЗС.

В рассмотренном примере для нас главным был подход к построению, содержащий в себе деление пополам. Только не линейной, а угловой мерой.

Примечательно, что в треугольнике Кеплера каждая из трех линий (медиана, биссектриса и высота), проведенных через вершину прямого угла, делит гипотенузу на два отрезка в таких отношениях (рис. 7):

- медиана m – 1;
- биссектриса b – $\sqrt{\Phi} \approx 1{,}272$;
- высота h – $\Phi \approx 1{,}618$.

Данные отношения де-факто повторяют взаимосвязь сторон данного треугольника [17]

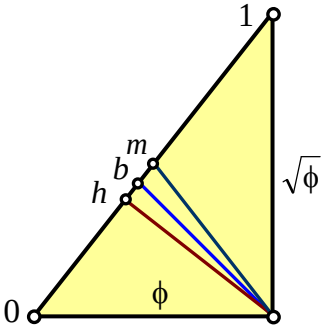
$$\left(1:\sqrt{\phi}:\phi\right) \equiv \left(\Phi:\sqrt{\Phi}:1\right) \approx 1{,}272.$$

Треугольник Кеплера прекрасно демонстрирует связь ЗС с членением надвое.

Имеем обусловленную закономерность перехода от деления стороны пополам (медиана) к делению угла пополам (биссектриса) и далее к перпендикуляру (высота) с формированием золотого сечения на гипотенузе.

Замечательный результат.

А термин "второе ЗС" подпадает под бритву Оккама. За ненадобностью.



$$(h,\ b,\ m)=\left(\phi^2,\ \frac{1}{1+\sqrt{\Phi}},\ \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{m}{1-m},\ \frac{b}{1-b},\ \frac{h}{1-h}\right)=\left(1,\ \sqrt{\phi},\ \phi\right)$$

Рис. 7. Отношение частей гипотенузы в треугольнике Кеплера для высоты h, биссектрисы b и медианы m

Миноры-мажоры А. Черняева

Малую и большую константы золотого сечения А. Чернов образно именует соответственно минорным и мажорным золотом [18]. По обыкновению основных ладов гармонической тональности в европейской музыке.

Как говорится, дело хозяйское, фантазия авторская.

Лады имеют противоположную окраску звучания:

- мажор (лат. *major* большой) – светлый, радостный;
- минор (лат. *minor* малый) – грустный, лирический.

Данные эпитеты характеризуют количественную сторону констант и соответствуют основному тождеству $\phi\cdot\Phi=1$.

Другими словами, прямоугольник $\phi\times\Phi$ имеет равновеликую площадь с квадратом 1×1.

Кроме того, мажорная интонация хорошо ассоциируется с синтезом, характерным для большего числа Φ. Одно из построений отрезков длиной ϕ и Φ можно продемонстрировать на диагонали прямоугольника 1×2 (рис. 8).

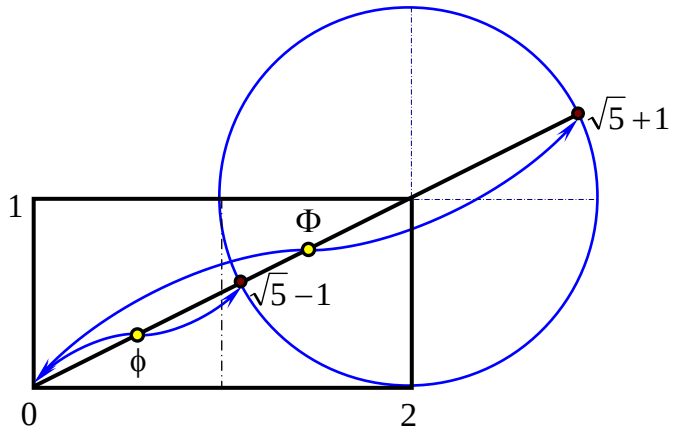


Рис. 8. Построение отрезков, численно равных константам ЗС, на диагонали прямоугольника 1×2

Вертикаль, проведенная через точку Φ, отсекает золотой прямоугольник 1×Ф.
Две вертикали через точки ϕ и Φ, заключают между собой квадрат 1×1.

Механизм удвоения целого через золотое сечение

Часто считают, что золотая пропорция характеризует соразмерность и гармоничность строения. Одновременно в биологических исследованиях последних десятилетий можно встретить много примеров проявления возможного золотого сечения, начиная с вирусов, растений и кончая человека.

На основании этого высказывается предположение, что ЗС является универсальным законом живых систем.

Мы тоже склонны думать в правоту подобной гипотезы.

Только вот доказательной базы, к сожалению, не хватает.

Большей частью в таких случаях имеет место обычное действо, при котором желаемое принимается за действительное.

Конечно, даже на уровне принятия гипотез необходимы более весомые аргументы, нежели простая констатация мыслимого золотого сечения.

Видимо, здесь все-таки нужно исходить из главных биологических закономерностей в живой природе, таких как пропорциональный рост и развитие за счет процессов деления клеток пополам.

Выше на уровне рассмотрения математической пропорции была продемонстрирована устойчивая взаимосвязь золотого сечения и деления целого пополам.

Другими словами, половинка целого, так или иначе, порождает золотое сечение.

Наоборот: золотое сечение должно реанимировать половину. Как минимум, обратным ходом.

Более того, модель золотой пропорции способна к удвоению целого путем развития-растяжения с последующим делением пополам, как в задаче растяжения (рис. 9), в два условных этапа:

– фиксирование левого края и развитие-растяжение целого в золотой пропорции

$$I' \to I, \quad I \to B, \quad 1 \to \Phi .$$

– фиксирование правого края и растяжение целого в золотой пропорции с возвратом "зеркальной" точки золотого сечения I' на своё исходное место.

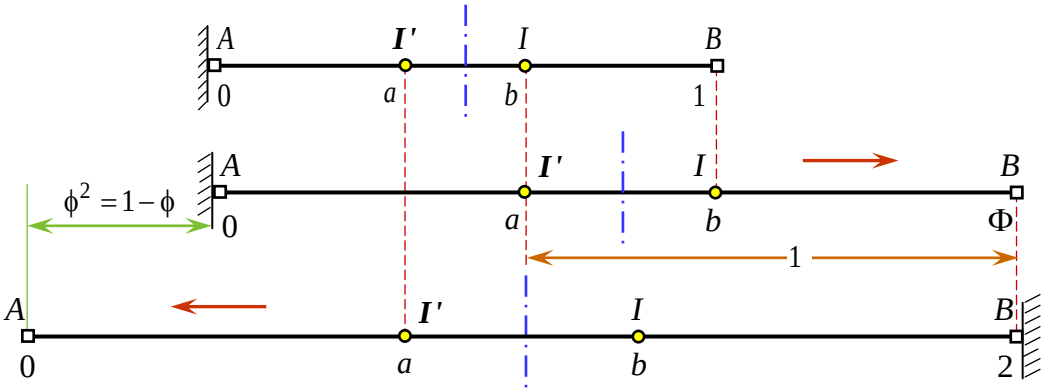


Рис. 9. Схема удвоения целого согласно золотой пропорции как прототип роста и последующего деления биологической клетки пополам

$$\Phi + \phi^2 = 1 + \phi + \phi^2 = 2$$

На самом деле оба процесса происходят одновременно, как единый процесс. При этом середина начального отрезка занимает место точки I исходного золотого сечения.

Действительно, при растяжении влево отрезок $BI' = 1$ удлиняется на величину $\phi - \phi^2$, то есть $1 \cdot k = 1 + \phi - \phi^2 = \Phi - \phi^2$.

Отрезок $AB = \Phi$ становится равным x или $\Phi \cdot k = x$.

После объединения равенств находим окончательную длину растягиваемого отрезка

$$x = \Phi \cdot \left(\Phi - \phi^2\right) = \Phi^2 - \phi = 2.$$

В результате, исходное целое удваивается согласно тождеству $1 \cdot \left(\Phi + \phi^2\right) = 2$.

Таким образом, золотоносный рост целого в обе стороны относительно точки золотого сечения I' приводит к его фактическому удвоению.

Далее нетрудно себе представить последующее деление «выращенного объекта» на две части, каждая из которых равна исходному единичному целому.

Налицо модель золотого роста и деления пополам биологической клетки.

Как бы там ни было в реальной жизни, но алгоритм развития живого вполне вписывается в золотоносную модель.

Формально-триномиальная модель

Золотое сечение удивительным образом сочетается с делением пополам в ряде структурных образований.

В частности, обе структуры присутствуют в формально-триномиальной модели старших степеней вида [19] $x^m = x^{m-1} + 1$ с широчайшим спектром неординарных особенностей-проявлений.

От обычного деления пополам ($m = 1$) – через золотое сечение ($m = 2$), два минимальных числа Пизо – до условно-божественной модельной структуры ($m \to \infty$) с абсолютной единицей "Я есмь ВСЁ":

$x = 2$, $\quad f_n = f_{n-1} + f_{n-1}$ – деление пополам;

$x^2 = x + 1$, $\quad f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ – кроличий ряд Фибоначчи с золотым аттрактором $\Phi \approx 1{,}618$;

$x^3 = x^2 + 1$, $\quad f_n = f_{n-1} + f_{n-3}$ – коровья последовательность с аттрактором $\approx 1{,}466$;

$x^4 = x^3 + 1$, $\quad f_n = f_{n-1} + f_{n-4}$ – второе наименьшее число Пизо $\rho_2 \approx 1{,}380$;

$x^5 = x^4 + 1$, $\quad f_n = f_{n-1} + f_{n-5}$ – наименьшее число Пизо $\rho_1 \approx 1{,}3247$;

… … … … … … … … … … …

$x^m = x^{m-1} + 1$, $m \to \infty$, $f_n = f_{n-1} + f_{n-\infty} \equiv 1$ – модельная структура единичного абсолюта.

Таким образом, триномиальная модель старших охватывает жизненно-важные конструкции биологического деления пополам и золотой пропорции, которая, в частности, наблюдается в филлотаксисе растений.

Хорошо видно, как различные структуры выражаются одной универсальной моделью.

Трином содержит два наименьших числа (константы) Пизо, степени которых «почти целые» и наиболее пригодны в качестве иррациональных оснований систем счисления.

Это совершенно самостоятельное множество чисел с различными формами характеристических алгебраических уравнений.

Наконец, трином старших степеней включает в себя бесконечный единичный абсолют, что допускает концепцию-интерпретацию божественной гипотезы.

Иногда все решения $x^p = x^{p-1} + 1$ называют «золотыми *p*-пропорциями». Однако ничего, кроме недоумения, это не вызывает.

Взять хотя бы числа Пизо[1] [20–22]. Золотая окраска здесь бесполезна, бездейственна и даже вредна. С напрашивающимися ассоциативными поговорками в подобных случаях: о баяне, козе и др.

Как утверждал А. Пуанкаре «Математика – это искусство называть разные вещи одним и тем же именем». То есть различные природные образования уметь сводить к одному образу-понятию.

Но не заниматься казуистикой в самой математике, проявляя изворотливость в аргументах при доказательстве сомнительных или ложных идей.

Золотая пропорция трех частей

В работе [23] рассмотрено *k*-золотое сечение: разбиение целого на *k* пропорциональные части, которые образуют геометрическую прогрессию со знаменателем, равным константе золотого сечения ϕ.

Первая наибольшая часть целого при *k*-золотом сечении равна

$$q_{k,1} = \frac{\phi^2}{1-\phi^k} = \frac{1}{1+\phi+\ldots+\phi^{k-1}}.$$

Остальные части образуют убывающий ряд $q_{k,j} = q_{k,j-1}\phi, \quad j = 2, 3\ldots$

В частности, 2-золотое сечение – это обычное ЗС на две части.

Деление единичного отрезка на три составные части (рис. 10) приводит к следующим составным элементам $(a, b, c) = \frac{1}{2}\cdot\left(1,\ \phi,\ \phi^2\right)$.

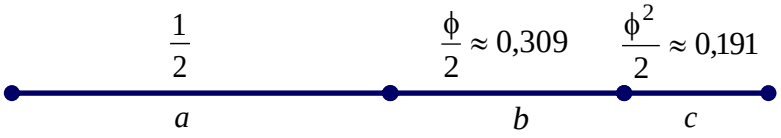


Рис. 10. Деление единичного отрезка на три золотоносные части

Таким образом, золотая пропорция трех частей единичного целого характеризуется такими свойствами:

$$\begin{cases} a = b + c = \frac{1}{2}; \\ a + b + c = 1; \\ \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \Phi = \phi^{-1}. \end{cases}$$

Как видно, 3-элементная модель образует симбиоз золотого сечения и деления пополам.

Замечательный результат. Без какой-либо подгонки или предварительной априорной настройки.

Объединение в одной модельной структуре золотой пропорции и половинного деления выглядит вполне естественно и закономерно.

---

[1] URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Pisot–Vijayaraghavan_number.

Четко просматривается тенденция золотого роста с последующим выделением половинки (деления пополам). Снова золотой рост и так далее.

Этим самым подтверждается гипотеза о возможном механизме удвоения целого согласно золотой пропорции, как прототип роста и последующего деления биологической клетки пополам (см. рис. 9).

½ и Ф

Среди разнообразных численных методов и программ по безусловной одномерной оптимизации хорошо известны два подхода: половинное деление (метод бисекции)[2] и метод золотого сечения[3].

Они служат для решения нелинейных уравнений [24] и/или поиска экстремума унимодальных функций одной переменной на заданном отрезке и основаны на последовательном сужении интервала неопределенности.

Окончание процесса традиционное: достижение априори заданной степени точности.

Метод ЗС впервые представил (1953) Дж. Кифер [25]. Его отличительная особенность – это сокращение вычислений значений исходной функции.

Когда-то было важно. Но для современных быстродействующих компьютеров эффект малозначителен.

Для нас в данном случае важен другой момент: совместная "уживчивость" половинного деления и золотого сечения в рамках одной алгоритмической конструкции.

Заключение и размышлизмы

Начав с обычной задачи в части определения места золотого сечения в равномерном сжатии-растяжении однородного линейного объекта, мы вышли на любопытную модель удвоения целого. Действительно, начало – половина целого (Пифагор Самосский).

В этом легко просматривается некий механизм развития биологических образований.

Надо полагать, именно здесь кроется секрет присутствия ЗС в живых структурах. Наравне с симметрией пятого порядка, которая практически не свойственна материальным объектам неживой природы. Но зато позволяет живому не закостенеть, сохраняя гибкость-эластичность и подвижность.

Плюс к этому практическая идентичность в истоках формирования математической пропорции для деления целого пополам и в золотом отношении.

Достоверность высказанных нами гипотез проверится временем и практикой.

Так или иначе, но сначала неизбежно идут: мысль, фантазия, сказка, а уже за ними шествует научный расчет (К. Циолковский).

Гармония, красота, стандарт прекрасного начала, что якобы свойственны золотому сечению, на наш взгляд, скорее напоминают вольные фантазии адептов на заданную тему.

Эстетические идеалы больше свойственны миру фракталов с их невообразимым разнообразием форм.

Золотушные выдумки о красоте порождают так называемую "пупковую философию", согласно которой человек строен благодаря фактору золотого сечения и особому расположению пупка на теле.

Наша действительность относительна. Да и старые многовековые традиции-привычки удерживают свои права.

---

[2] URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_бисекции, https://en.wikipedia.org/wiki/Bisection_method.
[3] URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_золотого_сечения, https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_section_search.

Даже если бы пупки у человека были на лбу, люди всё равно казались бы друг другу симпатичными. К единственному глазу притерпелись бы и относились с естественным обыкновением. Без всякого внешнего проявления псевдо золотого сечения между бровями.

Биосфера, как земная оболочка и область существования живого вещества (по Вернадскому), включает в себя не только живые организмы, но также изменяемую ими деградирующую среду обитания. Поэтому, какими будут люди будущего с учетом модификации человеческих генов, – ещё большой вопрос.

Мир могут спасти лишь "красота и правда" (Псалтырь 110). В их высшем проявлении.

Основное предназначение золотого сечения отнюдь не внешняя красота. Но рациональность и "генетическая" близость к феномену двойки, что особенно отчетливо раскрывается в пропорциональном отношении целого и его двух частей.

Главное предначертание золотого сечения – быть геномом-кирпичиком в строении, формировании и развитии живых объектов, внося только ему свойственный динамизм в ассиметричную симметрию живого.

Если у кого-то это одновременно вызывает чувство умиления и/или представляется красивым и гармоничным, то стоит ли отговаривать? – Вопрос риторический…

Литература

1. Василенко С.Л. Золотое сечение в задачах сжатия-растяжения и деления целого пополам // Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 28.08.2014. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/14046.html / Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 05.10.2014. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=122&sm=2.
2. Стахов А.П. Математика гармонии как "золотая" парадигма современной науки // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15599, 15.10.2009. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321168.htm.
3. Аракелян Г.Г. Математика и история золотого сечения / Г. Аракелян. – М.: Логос, 2014. – 404 с.
4. Stakhov A. Mathematics of Harmony: From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science. – N.Y.: World Scientific, 2009. – 694 p.
5. Davis T. The Mathematics of Sudoku. – 2008. – URL: geometer.org/mathcircles/sudoku.pdf.
6. Василенко С.Л. Геометрические образы и закономерности гармонии // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15445, 01.08.2009. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321141.htm.
7. Василенко С.Л. Математизация гармонии // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15492, 27.08.2009. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161533.htm.
8. Василенко С.Л. Симбиоз математики и гармонии // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16227, 16.12.2010. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161742.htm.
9. Василенко С.Л. "Математика гармонии": на распутье // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17151, 28.12.2011. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322104.htm.
10. Василенко С.Л. Бифуркация в математизации гармонии // АТ. – М., Эл № 77-6567, публ.17265, 28.01.2012. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322139.htm.
11. Василенко С.Л. Математические начала гармонии: русская матрешка в геометрических образах гармонической пропорции // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15978, 04.07.2010. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161668.htm.
12. Василенко С.Л. Математические начала гармонии: гармонические треугольники // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16007, 22.07.2010. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161680.htm.
13. Мир математики: в 40 т. Т.1: Фернандо Корбалан. Золотое сечение. Математический язык красоты: пер. с англ. – М.: Де Агостини, 2014. – 160 с. – URL: klex.ru/f46.

14. Лаврус В.С. Золотое сечение // Электронная б-ка «Наука и техника». – 1997. – URL: n-t.ru/tp/iz/zs.htm.

15. Василенко С.Л. Пропорциональное деление целого // Математ. и историч. исслед. гармонии и красоты в природе и искусстве. – 28.10.2013. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=108&sm=2.

16. Василенко С.Л., Никитин А.В. От золотого отношения к равновесию, синтезу и созиданию // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 17.01.2013. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=93&sm=2 / АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 17972, 07.04.2013. – URL: http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162094.htm.

17. Василенко С.Л. Перекрестные отношения и гармоничность в структурировании объектов // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 22151, 03.06.2016. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00162966.htm.

18. Чернов А. Заметки о вечном. Sectio aurea. Имя, данное по ошибке. Всё о золотом сечении. – URL: http://chernov-trezin.narod.ru/ZS_1_0_1.htm.

19. Василенко С.Л. Триномы старших степеней: от деления пополам и золотого сечения – до модели единичного абсолюта // Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 07.06.2015. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/15014.html // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.21966, 09.04.2016. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00162924.htm.

20. Егоров А. Числа Пизо // Квант. – 2005. – № 5. – С. 8-13.

21. Касселс Дж.В.С. Введение в теорию диофантовых приближений. М.: Наука, 1961.

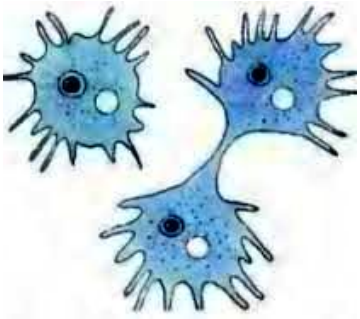
22. Bertin M. J. et al. Pisot and Salem Numbers. Basel: Birkhäuser, 1992.

23. Василенко С.Л. Разбиение целого на множество аддитивных пропорциональных частей // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.22071, 06.05.2016. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00162943.htm.

24. Волков Е.А. Численные методы / Учеб. пособие для вузов: 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1987. – 248 с.

25. Kiefer J. Sequential minimax search for a maximum // Proceedings of the American Mathematical Society. – 1953, **4** (3), 502-506.

© ВаСиЛенко, д.т.н., 2016
Харьков, Украина



Авторские страницы:

http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3

http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm

http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html