

Разбиение целого на множество аддитивных пропорциональных частей

С.Л. Василенко, д.т.н.

Контакт с автором: texvater@rambler.ru

Предложена общая форма деления целого на любое количество аддитивно-составных частей. В частности, выполнено нескончаемое разбиение согласно золотой пропорции. Получены простые аналитические соотношения для вычисления отдельных частей-элементов целого. Дано новое толкование классического золотого сечения в конечно-бесконечном аспекте. Фрагментарно затронуты вопросы возможной философской интерпретации полученных результатов.

*Разделяй и властвуй ...
Divide et impera ...*

Введение.....	1
Постановка задачи.....	2
Понятие о k -золотом сечении или золотом k -разбиении.....	3
Аналитика пропорционального деления целого на k частей.....	4
Краткие итоги-размышления	6
Отражение на общественные отношения	7
Постскрипtum с неожиданными транскрипциями.....	8
Литература.....	9

Введение

Если отбросить политическую подоплеку-составляющую, то приведенный эпиграф – формула древнеримского сената – довольно точно отображает феномен золотого сечения.

Бесхитростный и во многом очевидный математический объект разбиения вот уже несколько тысячелетий *властвует* настроениями сотен исследователей, будоража их умы.

Не обошлось и без *разделения*: от негласного замалчивания золотого сечения в большинстве официальных естественных наук до восторженных восхищений, преимущественно в культурных кругах-срезах общества.

Если следовать универсальной теологической концепции, согласно которой бог – всемирный и великий архитектор-строитель, то вполне допустима гипотеза о божественной сущности золотой пропорции.

Это отвечает ранней идее математика-монаха средневековья Луки Пачоли. Конечно, опуская его личностное благолепие перед религиозно-тринитарным структурированием в соответствии с тождественно-догматической моделью «три сосны \equiv одна сосна».

Равно как и нередкие экспериментально-дутые формулировки, когда под золотое отношение искусственно подгоняется «всё, что ползает и летает».

В осмыслении устройства мира, в частности, нашел отражение золотосный подход, как игровая алгоритмическая модель формирования Вселенной, основанная на уникальных математических свойствах числа золотого сечения [1, 2].

Речь идет, прежде всего, о сечении-делении мироздания на живую и неживую природу. Раскрутке "космического маховика" сродни модели большого взрыва. И, конечно, значительной, а возможно и ключевой роли золотого сечения с его симметрией пятого порядка в синтезе живых объектов.

Этим самым золотая пропорция пронизывает окружающее пространство.

Больше завуалировано-неявно, чем отчетливо явственно.

Безусловно, не всё пока известно на приемлемом уровне достоверности. Скорее всего, гораздо меньше видимой части айсберга. Тем более ценными и значимыми становятся новые микро-открытия в области проявления необыкновенной диковинки – золотой пропорции.

Постановка задачи

Целое всегда состоит из множества частей. В общем случае части разнятся между собой, но находятся в определенных отношениях друг к другу и к целому.

Связывание частей в целое образуют гармонию в широком смысле свойства (не путать с красотой). «Эта связь сложнейшая, тончайшая, многообразнейшая. Как же осуществляется такая связь и что такое целое? Связать части в целое возможно только за счет сходства самих частей, то есть за счет того общего, что содержится в каждой части» [3, с. 8].

В данном контексте, по мнению Аристотеля «надо идти от вещей, [воспринимаемых] в общем, к их составным частям: ведь целое скорее уясняется чувством, а общее есть нечто целое, так как общее охватывает многое наподобие частей» [4, с. 61].

При этом каждая часть, как неделимая, призвана образовывать с целым единое <единение> так же, как части сами с собой [4, с. 63].

В теории чисел одним из фундаментальных объектов изучения является *разбиение числа* – представление в виде суммы положительных целых чисел [5]. Порядок расположения натуральных слагаемых роли не играет, в отличие от композиций.

С ростом числа n количество разбиений $p(n)$ возрастает экспоненциально согласно производящей функции (Эйлер, 1740) [6] для целых степеней n и k :

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(n)x^n = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^k}.$$

В работе [7] рассмотрены модельные структуры в виде алгебраических уравнений, в основе которых лежит пропорциональное деление целого на три аддитивно-составные части. Некоторые из таких структур зиждутся на константе золотого сечения Φ .

В целом модели расширяют идею построения математических "золотых" зависимостей, как наипростейших пропорциональных отношений, на троичные образования.

Данная тема получила продолжение [8] в части исследования отдельных моделей пропорционального деления целого на четыре аддитивно-составные части с их представлением в виде алгебраических уравнений.

В основе ряда структур также лежит константа Φ .

Одновременно показана надуманность терминологического "клонирования" в лженаучном проявлении так называемых «обобщенных золотых сечений».

В то же время проведенный анализ показывает, что допустимо вести речь про обобщение задачи золотого сечения в рамках деления целого на пропорциональные элементы-части, которые соотносятся между собой в целых степенях Φ^k (рис. 1).

Особым образом выделяется деление на три "золотые" части, из которых большая составляющая в точности равна половине целого. Анализ данных разбиений позволяет выйти на общие закономерности деления целого на упорядоченное конечное множество частей так, что отношение соседних частей равно золотой константе.

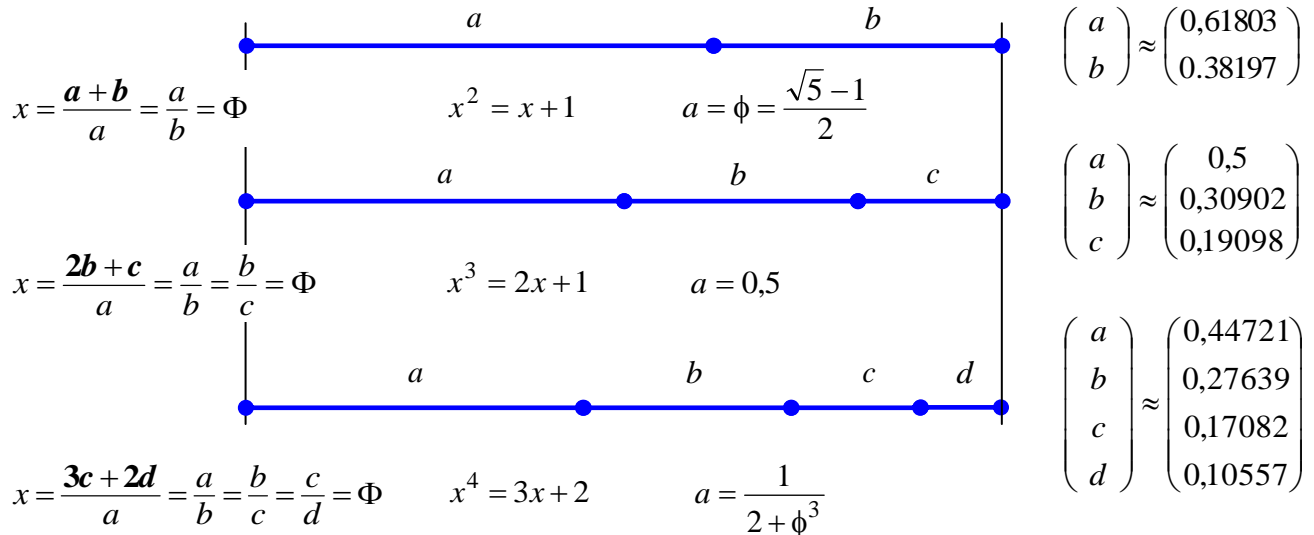


Рис. 1. Примеры k -золотого сечения (деления Фибоначчи) единичного отрезка на $k = 2, 3$ и 4 части

Последнее недостающее равенство позволяет "замкнуть" систему отношений и образуется фиксацией величины целого. При этом, не теряя общности рассуждений, в математике чаще всего целое приравнивается единице.

Целью настоящей работы является построение универсальной формы разбиения целого на множество аддитивных частей, в том числе согласно золотой пропорции, и получение аналитических соотношений для вычисления составляющих элементов.

Понятие о k -золотом сечении или золотом k -разбиении

Рассматривается целое, равное единице и составленное из k аддитивных частей

$$v_1 + v_2 + \dots + v_k = 1.$$

По аналогии с вышеприведенными примерами (см. рис. 1), все части целого взаимно пропорциональны в соотношении, равном константе золотого сечения $\Phi = \phi^{-1} = (1 + \sqrt{5})/2$,

$$x = \frac{F_k v_{k-1} + F_{k-1} v_k}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_2}{v_3} = \dots = \frac{v_{k-1}}{v_k} = \Phi,$$

согласно алгебраическим уравнениям

$$x^k = F_k x + F_{k-1} \quad \text{и/или} \quad \Phi^k = F_k \Phi + F_{k-1},$$

где F_k – числа Фибоначчи.

В общем случае первое отношение может иметь самые разнообразные варианты, задавая «тон разбиения» и определяя ту или иную константу пропорции.

Если коэффициент пропорциональности фиксируется заранее в качестве исходного условия, то надобность в первом отношении отпадает, а система разрешается и без него.

На основании данной формы исходное единичное условие приобретает вид

$$v_1 + v_1\phi + \dots + v_1\phi^{k-1} = 1.$$

Отсюда наибольшая часть целого при k -золотом сечении равна

$$v_1 = \frac{1}{1 + \phi + \dots + \phi^{k-1}}.$$

Остальные части определяются умножением первой части на соответствующую степень малой константы золотого сечения $v_n = v_1\phi^{n-1}$.

Или в общем виде, для n -й части k -золотого сечения получаем формулу

$$v_n = \frac{\phi^{n-1}}{1 + \phi + \dots + \phi^{k-1}}.$$

Аналитика пропорционального деления целого на k частей

Важно не только построить золотonosный ряд на "просторах" целостного объекта, но и показать особенности этого ряда в сравнении с другими пропорциональными структурами, основанными на иных числах-константах.

Поэтому проанализируем общий случай. Тем более, как показывает практика обобщений, часто общая задача легче разрешается, нежели частная.

Обозначим сумму степеней геометрической пропорции со знаменателем $0 < q < 1$

$$z = 1 + q + q^2 + \dots + q^{k-1}.$$

Определим разность $z - zq = 1 - q^k$, откуда находим наибольшую часть пропорционального k -сечения $a_k = z^{-1}$:

$$a_k = \frac{1 - q}{1 - q^k}. \tag{1}$$

Данный результат аналогичен частному от деления полиномов.

"Крайние" случаи деления единичного целого на минимальное $k = 2$ и бесконечное $k \rightarrow \infty$ число частей дают значения: $a_2 = (1 + q)^{-1}$, $a_\infty = 1 - q$.

Примечательно, что сумма данных значений равна единице $a_2 + a_\infty = 1$ (рис. 2) исключительно для константы золотого сечения:

$$(1 + q)^{-1} + 1 - q = 1 \quad \rightarrow \quad q^2 + q - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad q = \phi = \frac{\sqrt{5} - 1}{2};$$

$$\begin{cases} q < \phi & \rightarrow & a_2 > q, & a_2 + a_\infty > 1; \\ q = \phi & \rightarrow & a_2 = q, & a_2 + a_\infty = 1; \\ q > \phi & \rightarrow & a_2 < q, & a_2 + a_\infty < 1. \end{cases}$$

Меньшая часть классического золотого сечения на две пропорциональные части становится наибольшей частью в аналогичной задаче деления этого же объекта на бесконечное $k \rightarrow \infty$ число частей. – Замечательнейшая отличительная особенность!

Формула (1) позволяет построить непрерывную функцию $a_k = \frac{\phi^2}{1 - \phi^k}$ (рис. 3) k -золотого сечения $q = \phi$, сгладив дискретный счет-характер частей целого.

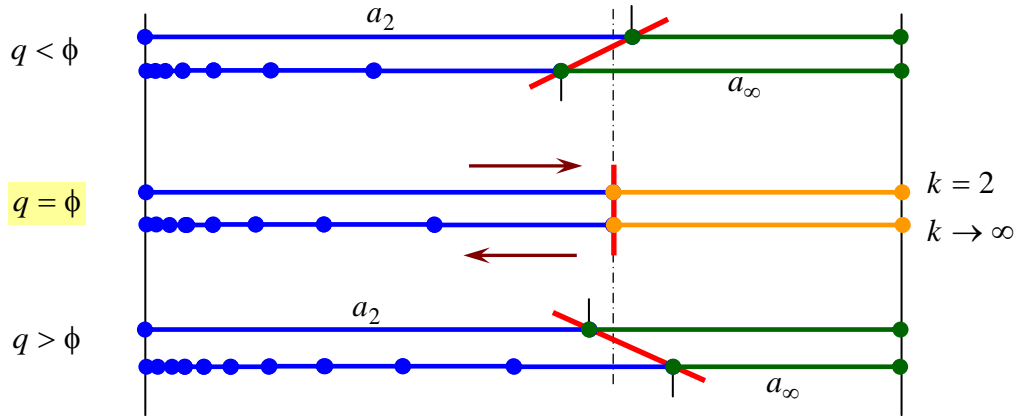


Рис. 2. Иллюстрация исключительной точности золотой модели в задаче деления целого на две и бесконечное множество частей

Как видно, наибольшая часть целого изменяется от величины $a_2 = \phi$ до $a_\infty = \phi^2$, при соответствующем золотом делении единичного целого на две части и предельно-бесконечное количество частей-элементов.

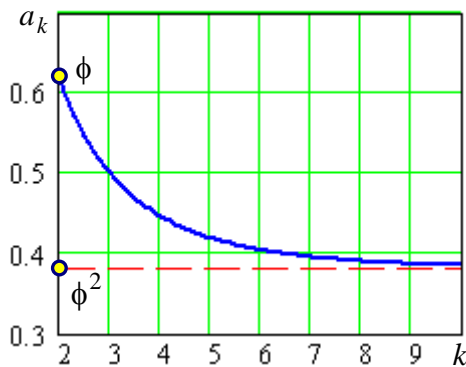


Рис. 3. Изменение величины наибольшей части при золотом делении целого = 1 на k частей

Так, мы приходим к новой интерпретации классического золотого сечения:

$$\phi + \phi^2 = 1 = a_2 + a_\infty.$$

То есть, две части классического золотого сечения единичного объекта равны большим частям при его k -золотом делении соответственно на $k = 2$ и $k \rightarrow \infty$ части (рис. 4).

Во многом это обусловлено симметричностью предельного значения знаменателя, что характерно именно и исключительно для золотой константы $\phi^2 + \phi^3 + \dots = 1$:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \phi + \phi^2 + \dots + \phi^k} = \frac{1}{1 + \phi + 1}.$$

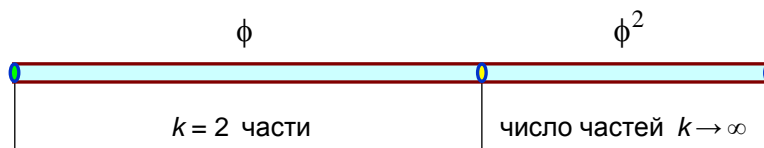


Рис. 4. Максимальные части в золотом сечении единичного отрезка

Исходя из известных свойств чисел Фибоначчи F_k и Люка L_k , в формуле (1) можно выделить квадратный корень из пяти:

$$a_k = \frac{2}{\left[(-1)^k F_{k-2} + 1\right]\sqrt{5} - (-1)^k L_{k-2} + 3} = \frac{2}{2\Phi^2 + (-1)^k (F_{k-2}\sqrt{5} - L_{k-2})},$$

где

$$F_k = F_{k-1} + F_{k-2}, \quad (F_0, F_1) = (0, 1),$$

$$L_k = L_{k-1} + L_{k-2}, \quad (L_0, L_1) = (2, 1).$$

Например,

$$a_{10} = \frac{2}{-44\sqrt{5} + 22}, \quad a_{14} = \frac{2}{145\sqrt{5} - 319}.$$

В случае небольших значений количества частей k , максимальные отрезки имеют простые выражения:

$$a_2 = \phi, \quad a_3 = \frac{1}{2}, \quad a_4 = \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos(\arctg 2), \quad a_5 = \frac{1}{2 + \phi^2}, \quad a_6 = \frac{\Phi}{4}.$$

Среди данных золотых k -разбиений с константой пропорциональности ϕ можно особо выделить триаду с начальным элементом, равным половине целого $a_3 = 0,5$.

Краткие итоги-размышления

Не считая вырожденного случая – отсутствия деления так такового, разбиение целого предполагает минимум две составные части и более.

Традиционное золотое сечение единичного отрезка приводит к разбиению на две составляющие ϕ и ϕ^2 .

Эти величины одновременно замыкают систему отношений в k -золотом сечении таким образом, что имеем следующие числовые значения:

$\phi = a_2$ – большая часть при делении целого на $k = 2$ сопряженные части;

$\phi^2 = a_\infty$ – наибольшая часть при разбиении целого на $k \rightarrow \infty$ пропорциональные непересекающиеся части.

Золотое сечение дает нам сумму двух наибольших фрагментов при делении целого на две части и бесконечное $k \rightarrow \infty$ число пропорциональных частей с коэффициентом пропорциональности, равным константе золотого сечения $\phi = \Phi^{-1}$.

Данное свойство уникально и обусловлено математической исключительностью именно золотоносной величины – знаменателя геометрической прогрессии для пропорционального деления целого на части.

Этим самым золотое отношение отображает глобальные грани-стороны пространственно-временного континуума, а именно: базовую тональность, геном и ритмику в строении мироздания.

Здесь особенно отчетливо проявляется роль малого.

Буквально по принципу «мал золотник, да дорог».

Меньшая часть на деле не такая уже и маленькая.

Она выступает в роли генератора или исходного прообраза для бесконечного процесса пропорционального структурирования, задавая своеобразный хронометраж безграничному течению бытия.

Меньшая часть исходного целого становится сродни коду генетической программы, вмещающей в себе весь мир.

От целого – к большему, путем пропорционального деления надвое.

От оставшейся меньшей части – к вечности, через пропорциональное приумножение составных частей.

Согласно главному закону фрактальной аналогии, написанному многие тысячелетия: всё малое в природе подобно большому.

Если следовать универсальной теологической концепции, согласно которой бог – всемирный и великий архитектор-строитель, то вполне допустима гипотеза о божественной сущности золотой пропорции, о чём говорили во времена Леонардо да Винчи.

Отражение на общественные отношения

Меньшинство генерирует будущее и за него отвечает. Чтобы отдать его затем новому большинству.

Чтобы снова, оставшись в меньшинстве, готовить подоснову для новых эволюционных, а порой и революционных трансформаций.

Отяжелевшее, неповоротливое и обремененное собственной выживаемостью большинство не способно формировать действительно прогрессивные изменения.

Сытое и раскормленное, – оно боится их. Всячески тормозит.

Интуитивно чувствует, что меньшинство ϕ^2 – это де-факто квадрат большинства ϕ .

Наоборот меньшая "золотая" часть целого, проигрывая в количестве, могущественна в своем неиссякаемом потенциале. Задавая в будущем спектр-палитру прогрессивных и справедливых социально-экономических институций и программ.

Словно молодые ростки всходов.

Малое, кажущееся незначительным по размерам, значимо по существу.

Достаточно взглянуть на отношения больших и малых "осколков" бывшего СССР.

В соответствии с золотой моделью пропорционально-сбалансированное будущее за меньшими, более мобильными поворотливыми образованиями. А не за консервативными заскорузлыми структурами.

Ибо согласно концептуальным основам специальной теории относительности расширение-развитие пространства влечет отставание во времени.

Причем указанное отставание времени от пространства имеет характер ускорения.

Выводы более чем очевидны.

Но об этом в другой раз, в рамках новой темы...

Nemo omnia potest scire.

Постскрипtum с неожиданными транскрипциями...

Казалось бы, перед нами чисто математическая задача деления целого на пропорциональные части. Плюс некоторые, фрагментарно затронутые моменты философской направленности.

Тем не менее, отголоски-реакции на это оказались весьма прелюбопытными.

Приведем пример одного из таких откликов, с невообразимым ракурсом-поворотом:

«Уважаемый, Сергей Леонидович! Я не принадлежу к миру ученых.

Жизнь и судьба распорядились так, что от меня требовалось практическое внедрение достижений различных наук в создаваемые, при моём непосредственном участии и руководимыми мною научно-производственными коллективами, сложные радиоэлектронные системы специального назначения.

Естественно, как и всегда, в разработке алгоритма работы будущей системы присутствовала политическая составляющая.

Не стану развивать эту мысль, Вы должны сами об этом знать.

Поделюсь предложением, которое у меня возникло в связи с Вашими рассуждениями в начале и заключении статьи.

Почему бы Вам не найти каналы для непосредственной пересылки хотя бы этого Вашего неординарного произведения всенародно избранному президенту "новой" Украины? А заодно его патрону-кукловоду – нобелевскому лауреату "миротворцу" и групповому руководству ЕС, которые совместно разрушают с превеликим удовольствием древние цивилизации.

В строгом соответствии с приведенным Вами эпитафием *разделяй и властвуй?!!*

Глядишь, вслед Вашим пророчествам разделятся на части США, лопнет, как мыльный пузырь гей-содружество ЕС, а там и федеративность "самостийной" подоспеет... Главное – своевременно передать эти рассуждения, куда надо!

Зачем убивать свой народ и рушить то, в создании чего не принимали участия?

Это – большой грех, который замолишь невозможно! С уважением, Ю.Ц.»

Как говорится, кто о чём, а лысый о расческе..., перемалывая десятки раз навязчивую тему. Но не станем персонифицировать авторство в виду частного характера переписка.

Личностная идентификация в данном случае вовсе не обязательна.

Общественные устремления адресата с TV-синдромом и так недвусмысленно понятны.

В том числе потому, что нет ни слова о подразумеваемой незыблемости еще одной широко известной федерации.

Направленность сообщения также очевидна и вполне ожидаема, – сообразно ситуативному моменту. Так сказать, на микротрещинах-разломах современной истории.

Само предложение о пересылке материала в высокие инстанции, конечно, весьма неожиданное и заманчивое. Есть о чём поразмыслить на досуге.

Полемика также возможна и как бы напрашивается, но выходит за предмет исследований настоящей статьи.

Да и нужно ли? – Если исторически-временной вектор общественного развития однозначно направленный, с более-менее прогнозируемым исходом.

Это прошлое в его интерпретациях у людей разное. – Порой диаметрально.


Будущее у нас одно! Общее на всех и вся.

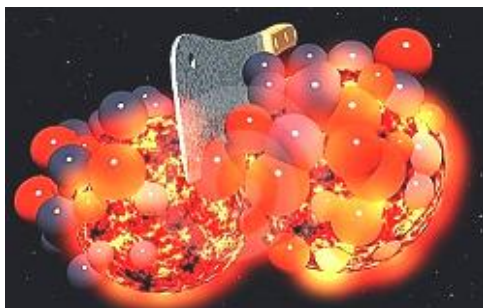
Подобно обнаруженному свойству золотого сечения, которое оказалось одинаковым в конечном и бесконечном проявлениях. – Как модель-подоснова фундаментального закона непрерывного (постоянного) движения.

Дополнительные комментарии излишни...

Литература:

1. Василенко С.Л. Золотая пропорция как ядро генома мироздания // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 12.07.2011. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=30&sm=2 / Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 13.07.2011. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11214.html.
2. Василенко С.Л., Никитин А.В. О расшифровке генома Вселенной // Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 05.10.2011. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11402.html.
3. Марутаев М.А. Гармония мироздания. Общий закон // Приложение к журналу «Сознание и физическая реальность». – 2005. – № 5. – 60 с.
4. Аристотель. Сочинения в 4-х томах. Т. 3. – М.: Мысль, 1981. – 614 с.
5. Эндриус Г. Теория разбиений: Пер. с англ. – М.: Наука: Главфизматлит, 1982. – 256 с.
6. Partition (number theory). – URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Partition_\(number_theory\)/](https://en.wikipedia.org/wiki/Partition_(number_theory)).
7. Василенко С.Л. Модель золотого сечения в проекции трех частей // Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 02.07.2014. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13907.html.
8. Василенко С.Л. Проецирование золотой пропорции в четырехмерной системе координат // Научно-техническая б-ка SciTecLibrary. – 04.08.2014. – URL: sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/13980.html / Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 05.10.2014. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=121&sm=2.

© Василенко, 2016 
Харьков, Украина



Авторские страницы:

<http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3>

<http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html>

<http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm>