Золотые двуугольники, египетский треугольник и модель всевидящего ока

С.Л. Василенко, д.т.н.

Контакт с автором: **texvater@rambler.ru**

Рассмотрены правильные двуугольники, образованные одинаковыми дугами окружностей на плоскости и сфере. При определенных соотношениях между параметрами на основе константы золотого сечения $\Phi \approx 1{,}618$, геометрические фигуры становятся "золотыми" и обладают некоторыми полезными отличительными свойствами. В частности, золотой двуугольник на плоскости непосредственно связан с египетским треугольником 3:4:5. Стилизация золотого двуугольника в равностороннем треугольнике ассоциируется с состоянием прозрения в символе-модели всевидящего ока.

Угол зрения определяет кресло сидения... От всевидящего ока люди тщетно ждут пророка...

Неожиданное рядом. Многие ученые и рядовые граждане обычно считают, что среди геометрических фигур – многоугольников, треугольник имеет минимальное число сторон и углов. Это так, если стороны – прямые линии, а основой построения является плоскость.

Но рамки можно расширить.

Если стороны принять криволинейными, то их минимальное количество может быть равно двум. При этом образуется такая фигура, как двуугольник.

На сфере это область, ограниченная двумя полуокружностями – меридианами, похожая на арбузную корку.

Возможны также варианты типа сердечка, молодого месяца на небосклоне и др. На плоскости последняя фигура обрамлена двумя дугами с выпуклыми и вогнутыми линиями.

Выпуклая фигура двуугольника похожа на форму глаза.

В правильном двуугольнике, состоящем из двух равных коротких дуг, можно вписать бесконечное множество окружностей [1].

Двуугольник в геометрии – это многоугольник с двумя сторонами и двумя углами [2].

В Евклидовой геометрии двуугольник с прямыми сторонами считается невозможной фигурой, поскольку две его стороны совпадают.

В сферической геометрии при пересечении двух больших окружностей образуются четыре двуугольника подобно тому, как две пересекающиеся прямые на плоскости разбивают её на четыре плоских угла. Каждому из двуугольников соответствует двугранный угол, образованный диаметральными плоскостями.

Термин двуугольник может использоваться и для плоской фигуры, ограниченной двумя дугами окружностей или двумя гладкими кривыми с общими концами.

В последнем случае приемлем термин «криволинейного двуугольника».

Его также можно назвать луночкой.

Частным случаем дуговых двуугольников являются луночки Гиппократа, указанные древнегреческим математиком и астрономом Гиппократом Хиосским в 5 веке до н. э.

Для некоторых фигур, ограниченной дугами двух окружностей, можно построить равновеликие многоугольники с помощью циркуля и линейки.

Сферический двуугольник – фигура, образованная двумя полуокружностями больших кругов сферы, исходящими из диаметрально противоположных точек [3].

Другими словами, это часть сферы, ограниченная двумя половинами больших окружностей с общими концами-вершинами.

Данная фигура высекается на сфере двугранным углом, ребро которого проходит через центр сферы.

При пересечении двух больших кругов на поверхности сферы, образуются четыре области или четыре сферических двуугольника.

Угол, под которым пересекаются дуги двух больших кругов, измеряется линейным углом между касательными к большим кругам в точке пересечения или двугранным углом между плоскостями больших кругов (рис. 1).

Половины больших окружностей, ограничивающие двуугольник, называются *сторонами* двуугольника, их концы – *вершинами* двуугольника, а углы между ними – *углами* двуугольника.

Понятно, что углы и стороны сферического двуугольника всегда равны между собой. То есть он является правильным.

Хотя в общем случае на сфере допустимы иные варианты.

Рис. 1. Построение сферических двуугольников

Принимая во внимание аддитивные и инвариантные свойства частей сферы, площадь сферического двуугольника равна $s = 2\alpha R^2$, где R – радиус сферы, α – угол двуугольника (разворота при вершине) в радианах между касательными.

Если угол α равен 2π или 360 градусов, то полуокружности двуугольника совмещаются, и он превращается в полную сферу площадью $S = 4\alpha R^2$.

Золотой сферический двуугольник. Рассмотрим сферическую поверхность единичного радиуса. Длина большой полуокружности или половина меридиана равна π.

Для золотого двуугольника наибольшее расстояние между двумя меридианами, измеренное по экватору, составит $\pi\phi \approx 1{,}9416$, то есть золотую долю $\phi = \Phi^{-1} = \left(\sqrt{5}-1\right)/2 \approx 0{,}618$ от числа π.

Соответственно угол, под которым пересекаются дуги, равен $\alpha' = 111{,}2^{\circ}$.

Другой вариант золотого двуугольника соответствует расстоянию между двумя меридиа**н**ами $\pi\Phi \approx 5{,}0832$ и углу $\alpha'' = 291{,}2^{\circ}$, где $\Phi = \left(\sqrt{5}+1\right)/2 \approx 1{,}618$.

Поскольку золотые константы отличаются ровно на единицу $\Phi - \phi = 1$, то разность углов равна $\alpha'' - \alpha' = \pi \to 180^{\circ}$. То есть сторона одного угла α'' является продолжением другого угла α' по большому кругу (рис. 2).

«Золотые остатки» от полной сферы соответственно составляют

$$360 - \alpha' = 248{,}8^{o}; \qquad 360 - \alpha'' = 68{,}8^{o}.$$

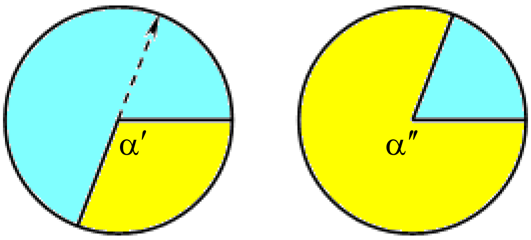


Рис. 2. Золотые сферические двуугольники: "вид сверху"

Примем условно полуокружность за длину двуугольника. Тогда произведение констант π и золотого сечения ϕ численно равно ширине золотого сферического двуугольника единичного радиуса. Можно считать, что в этом заключается вещественное толкование произведения данных констант.

Одно свойство. Будем последовательно, сколь угодно долго, пристраивать друг к другу золотые двуугольники, совмещая соседние стороны.

Учитывая иррациональность константы золотого сечения, при таком бесконечном процессе вторая сторона очередного двуугольника никогда не совместится с уже имеющимися на сфере сторонами предшествующих двуугольников.

Связь сферического двуугольника с плоскостным золотым углом. Если мы разделим окружность длиной 2π единичного радиуса или угловую меру 360^{o} в золотой пропорции, то в результате получается два угла $\varphi' = 180\left(3 - \sqrt{5}\right) = 137{,}5^{o}$, $\varphi'' = 222{,}5^{o}$.

Иногда угол φ' называют <плоскостным> золотым углом [4, с. 112].

Такой угол, в частности, широко распространен в биологии, позволяя достичь идеального расположения веток, листьев, семян подсолнуха и др.

Каждое новое семя, появляясь под этим углом по отношению к предыдущему, практически полностью исключает вероятность того, что два семени будут развиваться в одном и том же направлении.

То есть семена не будут располагаться радиально, что способствует хорошему уплотнению и одновременно оптимальному усвоению солнечной энергии.

Поскольку двуугольник соотносится с полуокружностью, а плоскостные золотые углы – с полной окружностью, имеют место следующие взаимосвязи углов:

$$\varphi'' = 2\alpha', \qquad \varphi' = 2\cdot(360 - \alpha'').$$

Гиппократовы луночки. Помимо выпуклых двуугольников возможны варианты вогнутых аналогов. Среди них особое место занимают, так называемые *гиппократовы луночки* [5] – серповидные фигуры, ограниченные дугами двух окружностей, вогнутых в одну сторону.

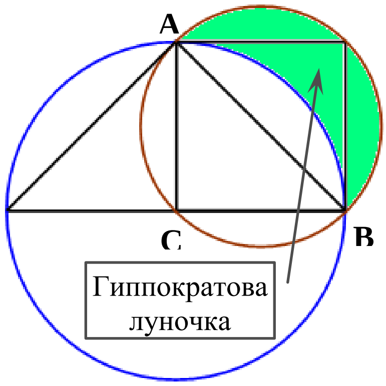


Рис. 3. Построение гипократовой луночки

Квадратура круга, как окончательно было доказано в 19 веке, с помощью циркуля и линейки невозможна.

Однако для некоторых фигур, например, Гиппократовых луночек, квадратуру всё же удалось провести.

Их особенность состоит в том, что эти фигуры можно квадрировать, то есть с помощью циркуля и линейки можно построить равновеликие им прямоугольники. Гиппократ надеялся на этом пути решить проблему «квадратуры круга», однако существенного прогресса не добился.

Простейший пример показан на рис. 3.

Луночка ограничена двумя дугами – полуокружностью с диаметром на гипотенузе AB равнобедренного прямоугольного треугольника ΔABC и дугой окружности с центром в C.

Площадь заштрихованной луночки равна площади ΔABC. Действительно, площадь полукруга P с диаметром AB равна площади сектора S на дуге AB с центром C.

Следовательно, площадь луночки $P \setminus S$ равна площади треугольника $\Delta ABC = S \setminus P$.

Для соизмеримых угловых мер внешней и внутренней дуг луночек существует всего пять квадрируемых луночек.

Если обозначить угловые меры внешней и внутренней дуг луночек символами α, β, то пяти типам квадрируемых луночек соответствуют следующие отношения α : β

(Луночки Гиппократа) 2:1, 3:2, 3:1 – углы $(180° : 90°)$, $(160{,}9° : 107{,}2°)$, $(205{,}6° : 68{,}5°)$.

Прочие 5:1, 5:3 – углы $(234.4° : 46.9°)$ и $(168.0° : 100.8°)$.

Два слова о квадратуре. Заметим, что квадратура в математике на этом не заканчивается. Высшим достижением античного анализа стали проведенные Архимедом квадратуры поверхности сферы и сегмента параболы [6]:

– площадь поверхности сферы равна учетверённой площади большого круга этой сферы;

– площадь сегмента параболы, отсекаемого от неё прямой, составляет 4/3 от площади вписанного в этот сегмент треугольника.

Хотя надо отметить, что результат Архимеда для поверхности сферы уже выходит за пределы пифагорейского определения, так как не сводится к явному построению квадрата.

Круговой сегмент – плоская фигура, заключенная между дугой и хордой (рис. 4).

Длина хорды c и удвоенная высота сегмента h и равны, $\beta = \theta/2$:

$$c = 2R\sin\beta, \qquad a = 2h = 2R(1-\cos\beta).$$

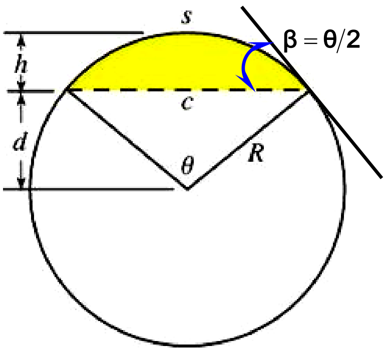


Рис. 4. Характерные параметры сегмента

Их отношение λ зависит только от угловой меры:

$$\lambda = \frac{c}{a} = \frac{\sin\beta}{1-\cos\beta}.$$

Используя тождества универсальной тригонометрической подстановки [7]

$$\sin 2x = \frac{2\,\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{tg}^2 x}, \quad \cos 2x = \frac{1-\mathrm{tg}^2 x}{1+\mathrm{tg}^2 x},$$

получаем $\lambda = \mathrm{tg}^{-1}\,\beta/2$

Золотой плоскостной двуугольник – «золотой глаз». Пусть отношение λ равно золотому числу $\Phi = \phi^{-1}$.

Отсюда получаем значения углов $\beta = 2\cdot\mathrm{arctg}\,\phi$ и $\theta = 4\cdot\mathrm{arctg}\,\phi \approx 126{,}87^{\mathrm{o}}$.

Соответственно величины хорды и длины сегмента для единичного радиуса равны:

$$c = 2R\sin\beta = 2R\frac{2\mathrm{tg}\,\beta/2}{1+\mathrm{tg}^2\,\beta/2} = 4R\frac{\phi}{1+\phi^2} = \frac{4}{\sqrt{5}}R \approx 1{,}7889;$$

$$h = \frac{c}{2}\phi = \left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)R \approx 0{,}5528.$$

Для единичного радиуса $R = 1$ площадь круга $S = \pi \approx 3{,}1416$.

Тогда площадь золотого двуугольника – «удвоенного сегмента» составляет $s = R^2(\theta - \sin\theta) \approx 1{,}4143$, то есть с высокой точностью численно равна квадратному корню из двух $\sqrt{2} \approx 1{,}4142$ и составляет около $s \approx \sqrt{2}/\pi = 45$ % от площади круга (рис. 5).

Двуугольник идеально вписывается по осям симметрии в золотой прямоугольник $1:\phi$ такой, что если от него отсечь квадрат, то оставшийся прямоугольник подобен исходному.

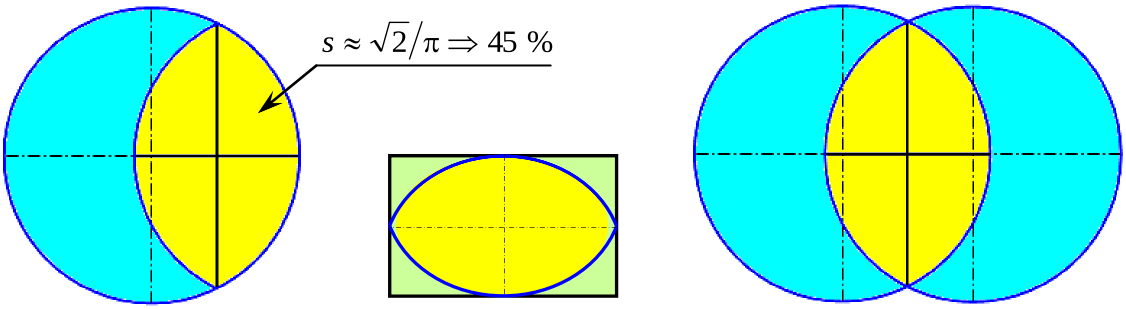


Рис. 5. Выпуклый равносторонний золотой двуугольник – "золотой глаз": построение-формирование и вписывание в золотой прямоугольник $1:\phi$

Связь с египетским треугольником. Согласно известной теореме планиметрии, угол между касательной и хордой, проведенной в точку касания, равен половине дуги, стягиваемой этой хордой, то есть половине угла θ или $\beta = \theta/2$ (см. рис. 4).

Тогда угол золотого двуугольника равен $\theta = 4 \cdot \mathrm{arctg}\,\phi \approx 126{,}87^{\mathrm{o}}$.

Угол золотого двуугольника имеет одно замечательнейшее свойство: синус угла равен квадрату синуса половины этого угла и является рациональным числом:

$$\boxed{\sin\theta = \sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{4}{5}}.$$

Безусловный интерес представляет и само отношение четырех к пяти.

Здесь образуется абсолютная функциональная связь с египетским треугольником – прямоугольным треугольником с целыми сторонами $3:4:5$, которые формируют наипростейшую пифагорову тройку (3, 4, 5): $3^2 + 4^2 = 5^2$ (рис. 6).

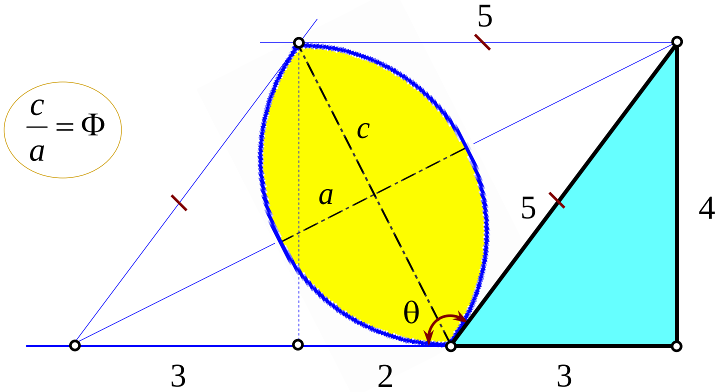


Рис. 6. Связь золотого двуугольника с египетским треугольником

Действительно, синусы углов золотого двуугольника и египетского треугольника равны между собой.

Следовательно, равны и сами углы, с поправкой-дополнением на взаимосвязь между острым и тупым углом $\sin\theta = \sin(\pi - \theta)$.

Проекция длины c золотого двуугольника на горизонталь равна целому числу

$$\frac{4}{\mathrm{tg}\,\theta/2} = \frac{4}{\mathrm{tg}\,(2\cdot \mathrm{arctg}\,\phi)} = 2,$$

что в сумме с малым катетом египетского треугольника дает длину гипотенузы 5.

Это приводит к тому, что большая диагональ образованного ромба совпадает с малой осью a двуугольника.

С учетом геометрической связи золотого двуугольника и египетских треугольников допускается возможность их сцепки и последующей фрагментации-размножения (рис. 7).

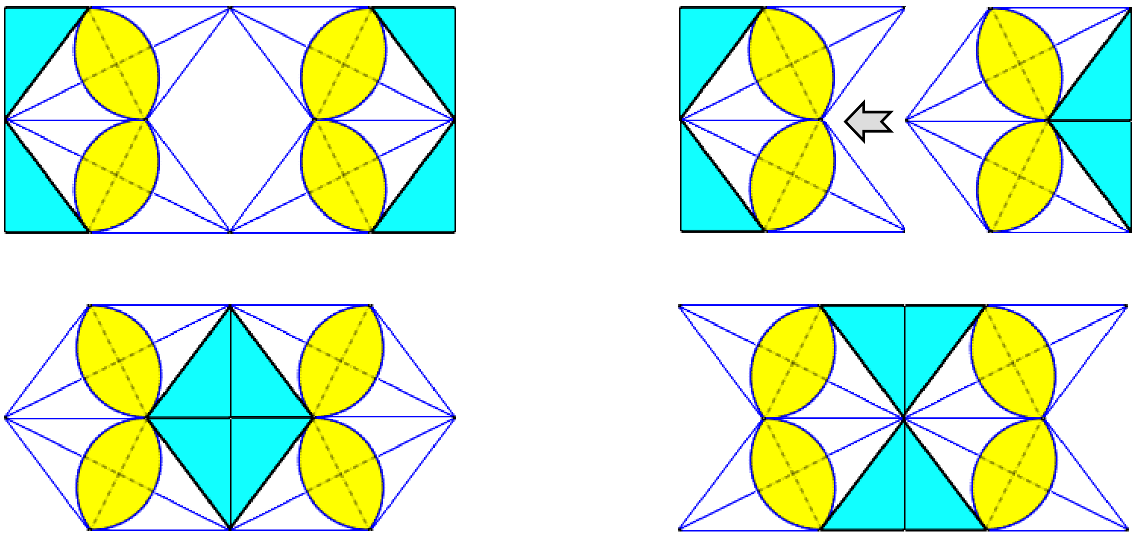


Рис. 7. Примеры фрагментации-размножения сцепок
из золотых двуугольников и египетских треугольников

Примечательно [8], что квадрат любого комплексного числа $(m+in)^2 = x+iy$ даёт примитивный кортеж – пифагорову тройку чисел $(x, y, z) = \left(m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2\right)$ для натуральных взаимно простых чисел $m > n$ разной четности.

Египетский прямоугольный треугольник образуется при раскрытии комплексного числа

$$(2+i)^2 = 3+4i,\ \ z = 2^2 + 1^2 = 5.$$

Кроме того, это самый простой частный случай более общей закономерности о *равных суммах квадратов последовательных чисел*.

В левой части $n+1$, в правой части n слагаемых. Первое число равно $x = n\cdot(2n+1)$.

Например, $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$, $n = 2$.

В общем виде имеет место равенство сумм:

$$\sum_{k=0}^{n} (x+k)^2 = \sum_{k=n+1}^{2n} (x+k)^2 .$$

Египетский треугольник является простейшим и первым известным объектом из Героновых треугольников – с целочисленными сторонами и площадями [9]. Он был известен ещё эллинам в VII–V веках до н. э.

Наиболее вероятно, что именно попытка обобщения упомянутого отношения квадратов на любые прямоугольные треугольники привела позже Пифагора к доказательству его знаменитой теоремы.

Название "египетского" треугольника произошло, по всей вероятности, благодаря упоминанию о нем в сочинении Плутарха «Об Исиде и Осирисе» [10, с. 17]:

«И, видимо, египтяне сравнивают природу Всеобщности с красивейшим из треугольников, так что Платон в "Государстве" кажется, воспользовался им, сочиняя символическое обозначение брака. Этот треугольник имеет катет из трех частей, основание – из четырех и гипотенузу – из пяти, причем сила её равна силе двух других сторон. Таким образом, катет можно считать мужским началом, основание – женским, а гипотенузу – отпрыском обоих» [11].

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен единице – половине разности между суммой катетов и гипотенузой $(3+4-5)/2=1$.

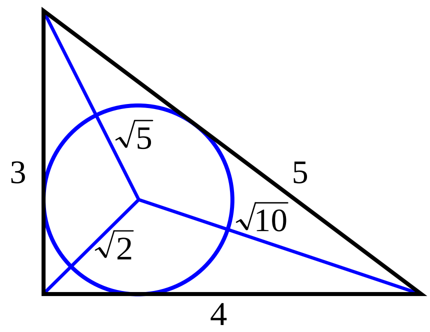
Здесь же мы находим приближенное значение ЗС через числа Фибоначчи $8/5=1{,}6$.

Заметим, что в самом египетском треугольнике также наблюдаются золотоносные свойства (рис. 8).

Рис. 8. Элементы золотого сечения в египетском треугольнике:

$$\sqrt{5}=\Phi+\phi;$$

$$\sqrt{10}=\sqrt{2}(\Phi+\phi).$$



Зная полупериметр треугольника $p=6$, расстояния от его вершин до центра вписанной окружности определяются по каждой из сторон $m=\{5,\ 4,\ 3\}$ согласно формуле:

$$\sqrt{(p-m)^2+r^2}=\sqrt{(6-m)^2+1^2}=\left\{\sqrt{2},\ \sqrt{5},\ \sqrt{10}\right\}.$$

Квадратные корни из пяти и десяти имеют отношение к константам золотого сечения, как непосредственный предвестник ЗС. Хотя это ещё далеко не пропорция

Иногда, под впечатлением золотоносного ажиотажа, используются формулировки типа «*египетского прямоугольника*» [12, с. 133] со сторонами 1 и $\sqrt{\Phi}$.

Но они надуманы. Ибо в науке давным-давно известен египетский треугольник – прямоугольный треугольник с соотношением сторон $(3:4:5)$ или то же самое, что «египетский прямоугольник» со сторонами 3 и 4 и диагональю 5.

Золотое сечение в египетском треугольнике. Любопытно построение золотого сечения (рис. 9) в самом египетском прямоугольном треугольнике ΔABC [13, с. 43–44, 14, 15], на его биссектрисе.

Проведем биссектрису угла B и окружность $C(O)$ – с центром в O радиусом OC.

Их точки пересечения дают золотое сечение $DE/EB=\Phi$.

Действительно, точка O делит катет $AC=4$ в пропорции:

$$\frac{AO}{OC}=\frac{AB}{CB}=\frac{5}{3} \quad \rightarrow \quad AO=\frac{5}{2}, \quad OC=r=\frac{3}{2}.$$

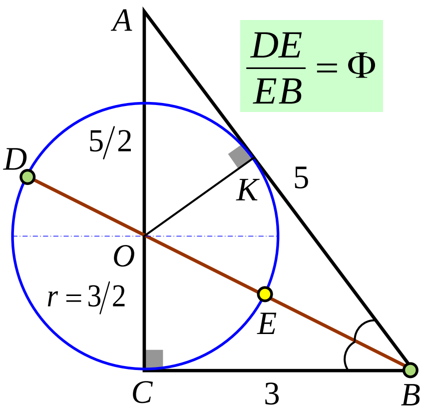


Рис. 9. Золотое сечение на биссектрисе египетского треугольника

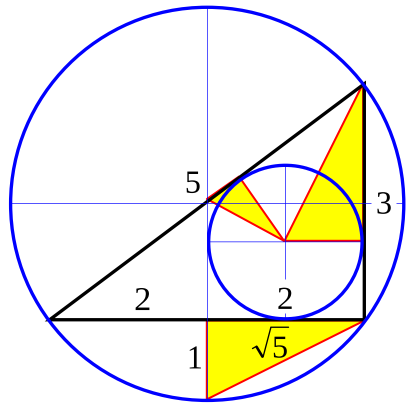


Рис. 10. Выделение в египетском треугольнике прямоугольных форм 1:2:$\sqrt{5}$

Согласно свойству степени точки B относительно окружности [16] выполняется равенство

$$BE\cdot BD=BC^2 \quad \text{или} \quad (BO-3/2)\cdot(BO+3/2)=9,$$

откуда $BO=3\sqrt{5}/2$.

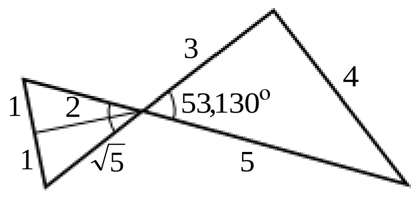
Окончательно получаем золотое сечение на биссектрисе угла B:

$$\frac{DE}{BE}=\frac{3}{3\left(\sqrt{5}-1\right)/2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}=\Phi.$$

Другой способ установления взаимосвязи египетского треугольника с золотым сечением вытекает [17] из вычерчивания вписанной и описанной окружности и последующего выделения прямоугольных треугольников с соотношением катетов $1:2$ (рис. 10).

Далее, как говорится, дело техники...

Крайне занимательно совместное рассмотрение равнобедренно треугольника с высотой равной основанию и египетского треугольника.



У первого из них боковая сторона равна корню из пяти – прямому прародителю золотого сечения.

Но наиболее примечательный момент состоит в абсолютной стыковке фигур через равенство острых углов:

$$2\cdot\text{arctg}\frac{1}{2}=\text{arcctg}\frac{4}{3}=0{,}9273\xrightarrow{180/\pi}53{,}130^{\text{o}}.$$

Египетскому треугольнику несколько тысяч лет. Но, несмотря на это он продолжает удивлять своими новыми замечательными свойствами.

Пусть G – центроид или точка пересечения медиан, L – центр вписанной окружности как точка пересечения биссектрис треугольника (рис. 11).

Виктор Дроздов недавно доказал [18], что отрезок GL параллелен одной стороне треугольника и перпендикулярен другой тогда и только тогда, когда фигура подобна египетскому треугольнику со сторонами $(a, b, c)=(3, 4, 5)$.

Одновременное выполнение условий параллельности и перпендикулярности приводит к двум равенствам:

$$\begin{cases} GL \parallel b \quad \Leftrightarrow \quad a + c = 2b\,, \\ GL \perp a \quad \Leftrightarrow \quad b + c = 3a\,, \end{cases}$$

откуда следует $b = 4a/3$, $c = 5a/3$ или $a : b : c = 3 : 4 : 5$.

Длина отрезка равна:

$$GL = \frac{b \cdot (b + c - 2a)}{3 \cdot (a + b + c)} = \frac{1}{3}.$$

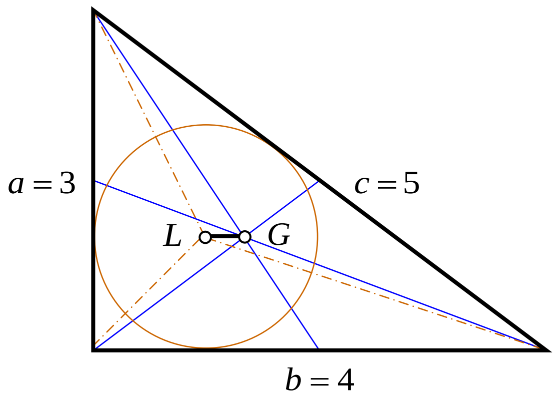


Рис. 11. Свойства отрезка между точками пересечения медиан G и биссектрис L в его параллельности и перпендикулярности

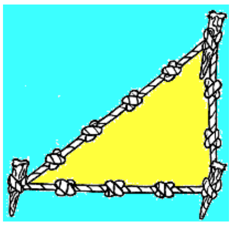
$GL \parallel b, \quad GL \perp a$

характерны только для треугольников, подобных египетскому

Пирамидальные версии. Удобная во многих отношениях прямоугольная геометрическая фигура активно применялась в античные времена (или могла использоваться) для построения прямых углов древними землемерами и архитекторами, например, при сооружении пирамид [19, с. 13].

Согласно одной из версий, с этой целью якобы использовался шнур, разделенный отметками-узлами на $12 = 3 + 4 + 5$ равных частей.

Треугольник, образованный натяжением такого шнура, с высокой точностью являлся прямоугольным, а катеты служили направляющими линиями для кладки прямого угла сооружения [9].



По мнению историков математики [10, с. 17], эта "веревочная" легенда без какого-либо основания появилась в конце 19 века, возможно, со слов Кантора.

Многие исследователи долго и практически тщетно искали золотые пропорции в египетских пирамидах в самых разных вариантах. Но всё сводилось в основном к квазизолотым образованиям, с натяжкой.

Оказывается, золотое сечение, что называется, прямо под ногами. На плоскости. Незримо присутствует в каждой пирамиде! В каждом прямом угле, в частности, квадратного основания или слагающих блоков. – Через углы золотого двуугольника и египетского треугольника!

Конформные преобразования двуугольника. Можно выполнять конформные отображения [20, с. 147] – взаимнооднозначные преобразования, которое сохраняет форму бесконечно малых фигур и углы между кривыми в точках их пересечения.

Пусть ψ – угол двуугольника и a_1, a_2 – координаты его вершин (комплексные числа).

Дробно-линейное преобразование $w_1 = \dfrac{z - a_1}{z - a_2}$ переводит вершины в $w_1 = 0,\ w_2 = \infty$. Дуги двуугольника переходят в полупрямые, а сам двуугольник становится углом величиной ψ с вершиной в начале координат.

Если затем выполнить преобразование $w_2 = w_1^{\pi/\psi}$, то угол развернется и станет равным π, превратившись в полуплоскость.

Умножая далее на множитель вида $e^{i\varphi}$, где i – мнимая единица, можно достигнуть того, что полуплоскость станет верхней полуплоскостью, ограниченной вещественной осью.

Собирая вместе проделанные преобразования, получаем формулу преобразования исходного двуугольника в верхнюю полуплоскость:

$$w = e^{i\varphi}\left(\frac{z - a_1}{z - a_2}\right)^{\pi/\psi}.$$

Часть плоскости вне замкнутого двуугольника также является двуугольником, ограниченным дугами окружностей, только с углом $2\pi - \psi$.

Двуугольник как альтернативная модель тринитарной структуре. – Два или три?

В работе [8] исследованы формальные неединичные конструкции троичной структуризации.

В частности, отмечено, что запись общего плана $X \oplus Y \oplus Z \Leftrightarrow W$ – не есть модель Троицы в чистом виде.

Ибо помимо трёх объединяющихся субстанций (X, Y, Z) присутствует и некоторая четвёртая W – формальная сумма-объединение, в определённой мере отдельная "ипостась". Или личность, сущность, индивидуум, единица, бог [21].

Как говорил Алексей Лосев: «Если строго придерживаться конструкции триады у Прокла, то всякая триада должна будет иметь у нас еще и такой момент, который выше самой триады и является ее подлинным, уже сверхтриадным единством» [22, ч. 4, II, § 6].

Другими словами, в рамках целочисленных структур не удаётся в полной мере абсолютизировать троичный образ.

Три на входе и один на выходе, как ни крути, но всё-таки немного больше трёх. Хотя бы за счёт структурирования. Даже если составляющие элементы-сущности присутствуют разномоментно.

Все они выходят за рамки обычных n составляющих, добавляя сумму – конечную итоговую структуру по принципу $n + 1$ [23].

На формальном уровне Троица де факто склоняется к кварте.

Так что минимальное число взаимодействующих объектов для возникновения троичности – два:

$$X \oplus Y \Leftrightarrow W.$$

В таком контексте арифметическое произведение $1 \times 1 = 1$ или векторную сумму $\overline{1} + \overline{1} = \overline{1}$ с таким же успехом можно считать минимальными структурами троичности.

В конечном счёте, это дело вкуса и предпочтений.

Как говорится, «если бы треугольники создали себе бога, он был бы с тремя сторонами» (Шарль Монтескье). Нечто похожее в математике отражает пифагорова тройка – кортеж из трёх целых чисел (a, b, c), удовлетворяющих соотношению $a^2 + b^2 = c^2$.

Так и для двуугольников богом становится золотой двуугольник – правильная фигура с двумя сторонами-дугами, длины которых соотносятся с шириной золотой константой.

Двуугольник как предтеча всевидящего ока. Феномен всевидящего ока широко известен в художественной и научно-популярной литературе. Обычно представляется-воплощается как человеческий глаз, вписанный в треугольник.

Изображение всевидящего ока можно встретить на древнеегипетском папирусе, православных иконах, американских долларах.

Десять лет назад этот знак появился на украинской банкноте номиналом 500 грн.

Символ использовался в религиозном смысле и в зашифрованных знаках тайных организаций. У египтян он изображалось просто как стилизованный глаз. В христианстве и геральдике его рисовали более реалистично, вписывая в равносторонний треугольник.

Размеры глаза чаще всего составляют отношение $1:2$ – первое грубое приближение золотого сечения через числа Фибоначчи (рис. 12-а).

Рис. 12. Стилизация всевидящего ока в разных состояниях:
а) наблюдение; б) прозрение (золотой двуугольник)

Глаз такой формы-пропорции выглядит довольно буднично.

Половина угла золотого двуугольника $\beta = \theta/2 \approx 63{,}5^{o}$ не вписывается в равносторонний треугольник с углом в 60 градусов. Поэтому вершины двуугольника в точности не могут соприкасаться со сторонами треугольника (рис. 12-б).

Золотой глаз-двуугольник $1:\Phi$ выглядит широко, с открытым пронизывающим взором, как бы заглядывая в душу.

Он символизирует одновременное удивление-изумление и/или прозрение.

Можно сказать, что ассоциативное качество удивления соотносится с внешним наблюдателем за земными делами.

Прозрение больше характерно для человека, приблизившегося к разгадке истине.

Идеальное вписывание глаза происходит, если угол в основании треугольника равен половине угла двуугольника $\beta = \theta/2 = 2 \cdot \mathrm{arctg}\, \phi$. Тангенс этого угла равен 2, поэтому высота треугольника в точности равна половине основания $h = a/2$.

С учетом равенства углов $\alpha = \pi - 2\beta$ к этому треугольнику идеально пристраивается египетский треугольник (рис. 13).

При этом, скользя вниз правым концом по большому катету, гипотенуза египетского треугольника в горизонтальном положении своим левым концом достигает середины основания равнобедренного треугольника.

Полное совершенство в данной форме-конфигурации достигается за счет расположения центра глаза-двуугольника в точке золотого сечения высоты треугольника.

Положение данной точки определяется в прямоугольном треугольнике с соотношением катетов 1:2 классическим способом двумя поворотами циркуля.

Символ всевидящего ока иногда ассоциируют с тайной организацией масонов, которая якобы управляет политической и экономической ситуацией на планете, играя роль серых кардиналов. При этом око символизирует Великого архитектора вселенной, наблюдающего за трудами вольных каменщиков.

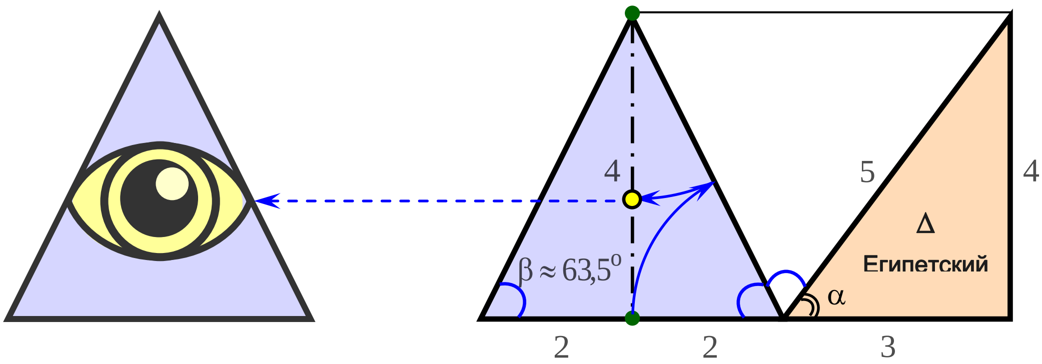


Рис. 13. Совершенное расположение золотого глаза-двуугольника 1:Ф
в равнобедренном треугольнике, высота которого равна основанию

Имеет смысл-значение в христианстве. Трактовка всевидящего ока в православии использует фигуру треугольника – прообраз троицы или трех божьих ипостасей

Божье око обозначает подвластность Всевышнему всех наших мыслей и действий. Образно говоря, «за проделками порока бдит всевидящее око».

Глаз изображается лишь один, тем самым, символизируя единое и правильное виденье.

Двойственность только мешает, порождая сомнения и неопределенность – главные сатанинские качества, которые уводят человека от цели и мешают адекватно воспринимать-идентифицировать происходящее.

Всевидящее око также визуализирует прозрение, обретение духовной мудрости и раскрытие абсолютного интеллекта. В некоторых православных текстах этот символ именуют Лучезарной Дельтой.

Кроме прочего, всевидящее око означает огромную силу знания.

Способность познавать то, что скрыто за пеленой повседневной жизни...

Возвышаться над будничным течением и обретать душевное равновесие с самим собой, с пространством-временем и всем живущим...

Устанавливать истину и разгадывать непростые "кроссворды-ребусы" окружающего нас мироздания...

Литература:

1. Василенко С.Л. О перспективах синтеза "порождающей модели гармонии всего" // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 06.08.2011. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=34&sm=2.
2. Двуугольник. – URL: ru.wikipedia.org/wiki/Двуугольник.
3. Математическая энциклопедия: В 5 т. / Гл. ред. И.М. Виноградов. – М.: Сов. энцикл. – Т. 2. – 1979. – 1103 с.
4. Livio M. The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number. – New York: Broadway Books, 2002.
5. Гиппократовы луночки. – URL: ru.wikipedia.org/wiki/Гиппократовы_луночки.
6. Квадратура. – URL: ru.wikipedia.org/wiki/Квадратура_(математика).
7. Тригонометрические тождества. – URL: ru.wikipedia.org/?oldid=75552228.

8. Василенко С.Л. Формальные неединичные конструкции троичной структуризации // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17606, 04.08.2012. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261113.htm.
9. Египетский треугольник. – URL: ru.wikipedia.org/?oldid=71864170.
10. Прасолов В.В. История математики. Часть 1 (математика до конца 17 века). – М., 2015. – 364 с.
11. Трактат Плутарха «Об Исиде и Осирисе». – URL: egyptology.ru/antiq/DeIside.pdf
12. Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов: Пер. с англ. – М.: Ин-т компьютер. исслед., 2002. – 272 с. / Gazale Midhat J. Gnomon. From Pharaohs to Fractals. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999 /.
13. Huntley H.E. The Divine Proportion: A Study in Mathematical Beauty. – N.Y., London: Dover, 1970. – 186 p. – URL: cut-the-knot.org/do_you_know/GoldenRatio345.shtml.
14. Василенко С.Л. Современная геометрия золотой пропорции // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 07.02.2013. – URL: artmatlab.ru/articles.php?id=97&sm=2.
15. Василенко С.Л. Геометрия золотого сечения // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16409, 05.03.2011. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161806.htm.
16. Power of a point. (2016, January 16). In Wikipedia, the Free Encyclopedia. – URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Power_of_a_point&oldid=700172869.
17. Bogomolny A. Golden Ratio in Geometry. – cut-the-knot.org/do_you_know/GoldenRatio.shtml.
18. Дроздов В.Б. Семь геометрических задач // Математическое образование. – 2009. – № 4(52). – С. 2-10. – URL: matob.ru/files/nomer52.pdf.
19. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. М.: Физматлит, 1959.
20. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. III. Часть 2.: 9-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1974. – 672 с. – URL: vixri.ru/?p=4509.
21. Бернар Д.К. Единство и триединство. Учение о Боге в древних христианских писаниях 100–300 гг. от Р.Х. – URL: trinitas.ru/rus/doc/0205/002a/02050018.htm.
22. Лосев А.Ф. История античной эстетики. Том VII. – М.: Искусство, 1988.
23. Василенко С.Л. Математическая структура ⟨N & 1⟩ для описания социо-энергетических процессов // Социоэнергетика: Научн. сб. – Харьков: Экограф, 2001. – Вып. 2. – С.61-64.

Харьков, Украина

Авторские страницы:

http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3
http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm
http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html