А.Н. Шелаев **сведения об авторе**

К РАСКРЫТИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ФИЗИЧЕСКИХ ТАЙН ВЕЛИКИХ ПИРАМИД И ИХ ВОЗМОЖНЫХ АНАЛОГОВ

Разгадке тайн Великих Пирамид Гизы, возраст которых оценивается от 4600 до 70000 (!!) лет, посвящено большое количество публикаций. Однако до сих пор нет ответа даже на общие вопросы: кто, как и зачем создал эти главные Чудеса света ? Выдвигаемые предположения носят, в основном, гипотетический характер и не подтверждаются обоснованными доказательствами и расчётами.

В настоящей статье, являющейся продолжением первых работ автора [1-3] по геометрии пирамид и конусов, фактически впервые проведены комплексные расчёты как геометрические, так и физические, естественно, начиная с расчёта потенциалов и напряжённостей гравитационных (а заодно и электростатических) полей вдоль оси пирамиды от её вершины к середине основания.

Исходным началом расчётов, проведённых на примере пирамиды Хеопса, было допущение того, что измеряемый в наше время угол наклона боковых граней этой пирамиды к ее основанию $\alpha_{exp} \approx 51{,}8^o$ должен <u>точно</u> равняться очень близкому по величине углу $\alpha_{th} = \arccos(\phi) = \mathrm{arctg}(\sqrt{\Phi}) \simeq 51{,}827\,292\,313^o$, где $\phi = (-1+\sqrt{5})/2 \simeq 0{,}618\,033\,989$, $\Phi = (1+\sqrt{5})/2 = \phi + 1 = 1/\phi \simeq 1{,}618\,033\,989$ - константы золотого сечения. Разработчики пирамид, очевидно, обладали уникальными знаниями, так как первое упоминания о золотом сечении (в началах Евклида) появилось минимум через 2000 лет после создания пирамид.

Другим фактическим подтверждением ключевой роли золотого сечения в геометрии пирамид является то, что отношение площади основания пирамиды к площади её боковой поверхности с высокой точностью равно отношению площади боковой поверхности к площади полной поверхности и равно ϕ!

Далее, уже из проведённых в данной статье расчётов следует, что полагая, что пирамида описана около шара, получаем, что высоты её боковых граней и, следовательно, образующая вписанного в пирамиду конуса, имеют минимальное значение, равное Φ, именно при угле $\alpha = arctg(\sqrt{\Phi})$!

Очень важным результатом является то, что в работе автора статьи [2] впервые показано, что пирамида Хеопса является идеальным геометрическим объектом, так как её вурф $W_{abc} = (a+b)(b+c)/b(a+b+c)$ по трём найденным характерным линейным размерам пирамиды a, b, c оказывается <u>точно</u> равным его идеальному значению $\Phi^2/2 = 1{,}309016996$, которое следует из свойств фундаментальной последовательности Фибоначчи !

В данной статье также получено много замечательных и нетривиальных соотношений точно выражающихся через константы золотого сечения ϕ, Φ Кроме того, рассмотрены и возможные аналоги Великих пирамид, геометрические параметры которых, могут определяться идеальным вурфом уже по угловым параметрам пирамид. Наконец, в статье в продолжение работ автора [4-7] по системной гармонии в различных полях впервые расчитаны потенциалы и напряжённости собственных гравитационных полей данной пирамиды. В итоге выявлены интересные и неожиданные экстремальные соотношения для параметров полей вдоль оси пирамиды, причём эти соотношения с высокой точностью выполняются опять же при $\alpha = arctg(\sqrt{\Phi})$.

Основанием пирамиды Хеопса (см. рис. 1) является квадрат со стороной $AB = a \simeq 230{,}3$м. Высота $SO = h \simeq 146{,}6$ м, рёбра $SA = SB = SC = SD \simeq 225$ м.

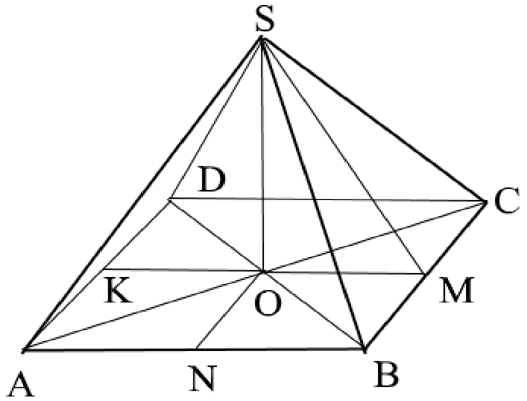

Рис. 1

Пусть $\angle SMO=\alpha=\mathrm{arctg}\sqrt{\Phi}\simeq 51{,}827\,292\,373^{o}$ и единицей дины является $\ell=115{,}15$м, тогда $AB=a=2$, $OM=ON=1$, $SO=h=\sqrt{\Phi}\simeq 1{,}272\,019\,649$, $SM=L=\sqrt{\Phi+1}=\Phi$, $SA=\sqrt{\Phi+2}$, $\angle OSM=\beta=\mathrm{arctg}\sqrt{\phi}\simeq 38{,}172\,707\,627^{o}$, $\angle SAO\simeq \mathrm{arctg}\sqrt{\Phi/2}\simeq 41{,}969\,915\,234^{o}$, $SA=\sqrt{\Phi+2}\simeq 1{,}902\,113\,033$. Отметим, что отношение периметра основания пирамиды к её высоте $4a/h\simeq 6{,}289\approx 2\pi$!

Важной особенностью правильной 4-х угольной пирамиды с углом наклона боковой грани к основанию $\alpha=\mathrm{arctg}\sqrt{\Phi}$ является то, что произвольная фигура, спроецированнная с любой боковой грани вначале на основание, а затем на соседнюю боковую грань в итоге даст фигуру, подобную исходной, причём, с коэффициентом подобия ϕ. Действительно, при проецировании с грани на основание размеры фигуры вдоль одной из осей уменьшатся с коэффициентом $k=\cos\alpha=\cos(\mathrm{arctg}\sqrt{\Phi})=\phi$. При проецировании же с основания на соседнюю боковую грань размеры фигуры уменьшатся в перпендикулярном направлении с тем же коэффициентом $k=\cos\alpha=\phi$. Чтобы убедиться в этом, плоскости боковых граней следует повернуть к плоскости основания относительно соседних сторон основания, напр., AB и BC. При этом апофемы SM и SN зададут ортогональные направления, вдоль которых происходит изменение размеров проектируемой фигуры.

В этой связи отметим также то, что двугранный угол δ между боковыми гранями правильной n-угольной пирамиды с углом наклона боковых граней к основанию α равен:

$$\cos(\delta/2)=\sin\alpha\cdot\sin(\pi/n) \qquad (1)$$

Для 4-х угольной пирамиды с $n=4$ и $\alpha=\mathrm{arctg}\sqrt{\Phi}$ получим: $\sin\alpha=\sqrt{\phi}$ и $\cos(\delta/2)=\sqrt{\phi/2}$, $\delta=2\arccos(\sqrt{\phi/2})\simeq 112{,}455\,515\,199^{o}$, $\cos(\delta)=-\phi^{2}$.

Перейдём теперь к рассмотрению такой характеристики пирамиды, как вурф. Для 3-х отрезков длиной a, b, c понятие вурф W_{abc}, введённое немецким математиком Карлом Штаудтом в 1856 г. при рассмотрении задач проективной геометрии, определяется выражениями [8]:

$$W_{abc} = (a+b)(b+c)/b(a+b+c) = 1 + ac/b(a+b+c) \qquad (2)$$

Однако, так как сам термин вурф (от нем. wurf – бросок) является слишком абстрактным, в задачах, связанных с золотым сечением, более логичным было бы использование термина <u>- отношение гармонических отношений</u> согласно следующей записи W_{abc} :

$$W_{abc} = (a+b)/b \;/\; (a+b+c)/(b+c) \qquad (3)$$

В общем случае 3 отрезка можно переставить 3! = 6 способами, и так как W_{abc} не изменяется при перестановке крайних величин ($W_{abc} = W_{cba}$), то при переменных $a \neq b \neq c$ будем иметь лишь 3 разных функции $W_{abc}, W_{cab}, W_{acb}$.

Согласно принятым эмпирическим канонам, напр., в архитектуре и даже в живой природе значение вурфа $W_{abc} = \Phi^2/2 = 1 + \phi/2 = 1{,}309\,016\,994$ считается идеальным [9].

Математическим обоснованием этого мнения могут служить расчёты определённого ниже предела функции $W_{n,n+1,n+2}$ из членов фундаментальной последовательности Фибоначчи F_n, открытой ещё в 12 веке при наблюдении за ростом популяции кроликов и характеризущейся соотношениями:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \quad \{F_n\} = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots \qquad (4),$$

$$\lim_{n\to\infty} F_n / F_{n+1} = \phi, \qquad \lim_{n\to\infty} F_{n+1} / F_n = \Phi \qquad (5)$$

Вычисляя заданный в (6) предел функции $W_{n,n+1,n+2}$, получим:

$$\lim_{n\to\infty} W_{n,n+1,n+2} = (F_n + F_{n+1}) \cdot (F_{n+1} + F_{n+2}) / F_{n+1}(F_n + F_{n+1} + F_{n+2}) = \qquad (6)$$

$$= \lim_{n\to\infty} F_{n+2} / F_{n+1} \cdot \lim_{n\to\infty} F_{n+3} / 2F_{n+2} = \Phi \cdot \Phi / 2 = \Phi^2 / 2 \simeq 1{,}309\,016\,994$$

В ходе детальных расчётов в [2] установлено, что полагая длину сторон основания пирамиды равной 1, характерными размерами, определяющими идеальный вурф пирамиды являются высота пирамиды h и радиусы различных вписанных и описанных сфер r, R.

Так, радиус сферы $r_S = QO = QG$ (s – sphere) , вписанной в пирамиду (см. рис.1, 2) с $SO = h$, $\angle SMO = \angle SKO = \alpha$ и $KO = OM = r$ (r- радиус основания конуса, вписанного в пирамиду, равный половине длины a основания пирамиды) определяется соотношением:

$$r_S = r \cdot tg(\alpha/2) = r \cdot [\sqrt{h^2 + r^2} - r]/h \qquad (7)$$

Зависимость же радиуса полусферы $r_{SS} = OF$ (ss - semisphere), вписанной в пирамиду (см. рис. 2) так, что плоскость, проходящая через центр полусферы совпадает с плоскостью, в которой лежит основание пирамиды, имеет вид:

$$r_{SS} = r \cdot \sin\alpha = r \cdot h/\sqrt{h^2 + r^2} \qquad (8)$$

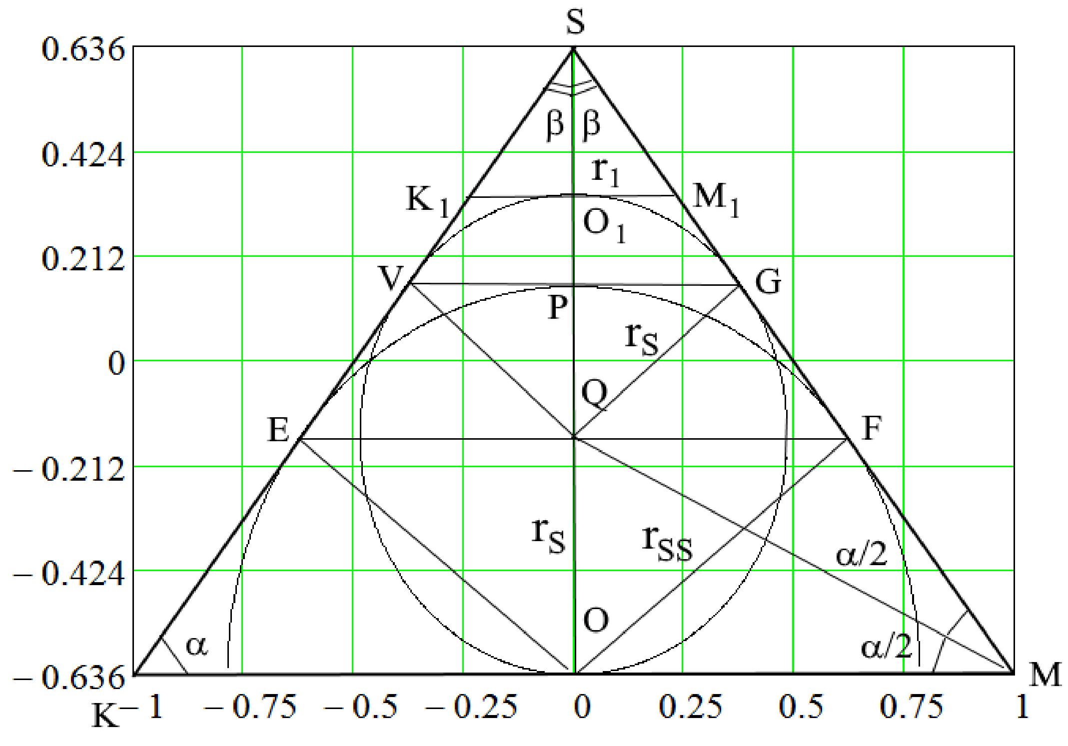

Рис. 2

При фиксированной длине основания пирамиды ($r = 1$) радиусы $r_S(h)$ и $r_{SS}(h)$ монотонно растут с ростом высоты пирамиды h, однако, трудно предсказуемым явилось, обнаружение, во-первых, того, что разность радиусов

$\Delta r(h) = r_{SS}(h) - r_S(h)$ (см. рис. 3, кривая 1) имеет экстремум – максимум и именно при $h = \sqrt{\Phi}$!!. Во-вторых, разность $\Sigma r(h) - h = r_S(h) + r_{SS}(h) - h$ (кривая 2 на рис. 3) оказалась равной нулю также при $h = \sqrt{\Phi}$.

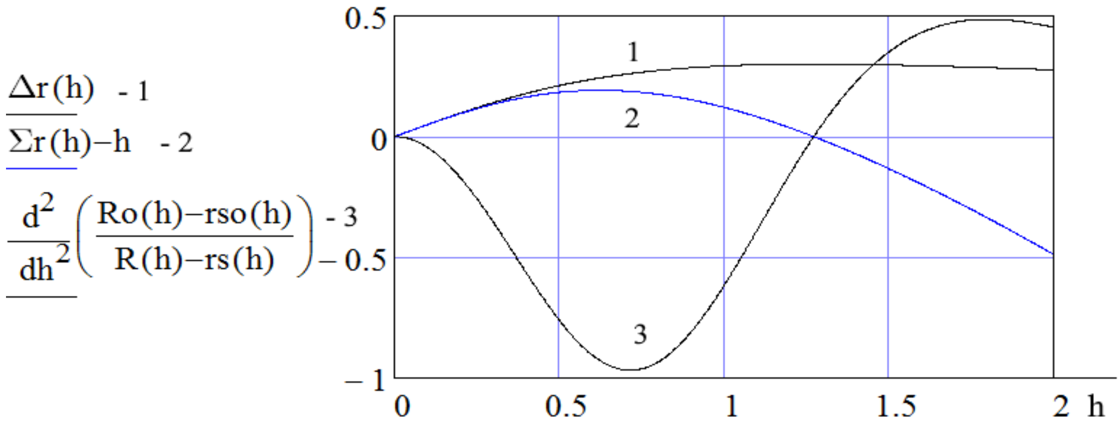

Рис. 3

В итоге были установлены следующие важные соотношения:

$$r_{SS}(\sqrt{\Phi}) = \phi^{1/2}, \quad r_S(\sqrt{\Phi}) = \phi^{3/2}, \quad r_{SS}(\sqrt{\Phi}) / r_S(\sqrt{\Phi}) = \Phi \qquad (9),$$

$$r_{SS}(\sqrt{\Phi}) + r_S(\sqrt{\Phi}) = \phi^{1/2} + \phi^{3/2} = \sqrt{\Phi} = h \qquad (10),$$

$$OQ = r_S = r_{SS}\cos\alpha, \quad OP = r_{SS} = r_S + r_S\cos\alpha, \quad \alpha = \mathrm{arctg}(\sqrt{\Phi}) \qquad (11)$$

Таким образом, получаем что отрезки длиной $r_{SS}(\sqrt{\Phi})$, $r_S(\sqrt{\Phi}$ делят высоту пирамиды $h = \sqrt{\Phi}$ в отношении золотого сечения ! Более того, полагая $a = h = \sqrt{\Phi}$, $b = r_{SS} = \phi^{1/2}$, $c = r_S = \phi^{3/2}$, получаем ещё один весьма важный результат - пирамида Хеопса имеет идеальные значения вурфов (!):

$$W_{abc} = \Phi^2 / 2, \qquad W_{acb} = \Phi^2 / 2 + 1/2, \qquad W_{cab} = \phi + 1/2 \qquad (12)$$

Полученные соотношения (12) позволяют назвать эту Великую пирамиду идеальным геометрическим объектом !!

При фиксировании радиуса шара $r_S = \Phi^{3/2}$, вписанного в пирамиду, было найдено следующее экстремальное соотношение: длина образующей конуса, вписанного в пирамиду, $SM = L(\alpha)$ имеет наименьшее значение, причём равное Φ, также именно при $\alpha = \mathrm{arctg}(\sqrt{\Phi})$:

$$L(\alpha) = r_S / \mathrm{tg}(\alpha/2) + r_S / \mathrm{tg}(\pi/2 - \alpha), \qquad L_{min} = L(\mathrm{arctg}(\sqrt{\Phi})) = \Phi \qquad (13)$$

Следует указать и два важных инварианта, найденных для исследуемой пирамиды:

$$\angle KQK_1 = \angle MQM_1 = \pi/2, \qquad r_S = \sqrt{OM \cdot O_1M_1} = \sqrt{r \cdot r_1} \qquad (14)$$

Уникальность пирамиды Хеопса подтверждает, наконец, и найденное весьма нетривиальное соотношение - обращение в ноль при $h = \sqrt{\Phi}$ второй производной, определяющей точку перегиба в такой сложной функции как $f(h) = [R_o(h) - r_{so}(h)]/[R(h) - r_S(h)]$ (кривая 3 на рис. 3), где R, r_S - радиусы окружностей описанной около ΔSMK и вписанной в него, R_O, r_{SO} - радиусы окружностей описанной около ΔSAC и вписанной в него (см. рис. 1, 2).

Подчеркнём, что найденные соотношения характерны лишь для пирамиды Хеопса, а также для подобных ей пирамид. Так, уменьшив размеры пирамиды в Φ раз получим соотношения, аналогичные (9),(11):

$$r_{SS}(\sqrt{\phi}) = \phi^{3/2}, \quad r_S(\sqrt{\phi}) = \phi^{5/2}, \quad r_{SS}(\sqrt{\phi}) / r_S(\sqrt{\phi}) = \Phi \qquad (15),$$

$$r_{SS}(\sqrt{\phi}) + r_S(\sqrt{\phi}) = \phi^{3/2} + \phi^{5/2} = \sqrt{\phi} = h \qquad (16)$$

Линейные вурфы таких подобных пирамид также идеальны и равны $\Phi^2/2$.

Существенно, что в исходную пирамиду можно вписать и инвертированные (с вершиной вниз) повёрнутые пирамиды. Напр., если в полусферу радиуса r_{SS} вписать пирамиду так, что её вершина будет в точке О (см. рис. 2), а угловые точки основания будут совпадать с точками касания полусферы E, F и т. д. с боковыми гранями исходной пирамиды, то эта пирамида будет инвертирована и повёрнута относительно исходной пирамиды (по вертикальной оси) на угол $\pi/4$ Её высота h_i и сторона основания a_i определяются соотношениями:

$$h_i = a^2 h / 4(h^2 + a^2/4), \qquad a_i = ah^2/(h^2 + a^2/4) \tag{17}$$

При $a = 2$ и $h = \sqrt{\varphi}$ получим: $h_i = \phi^{3/2}$, $a_i = 2\phi$ Отсюда следует, что у новой пирамиды угол наклона боковой грани к плоскости основания α_i равен

$$\alpha_i = \operatorname{arctg}(2h_i / a_i) = \operatorname{arctg}(\sqrt{\phi}) = \pi/2 - \operatorname{arctg}(\sqrt{\Phi}) = \pi/2 - \alpha \tag{18}$$

Наряду с линейными вурфами введём и угловые вурфы. Так, расчёты, проведённые для углов α, β ($\alpha + \beta = \delta = \pi/2$) в ΔSMK и ΔSMO (см. рис. 1,2), показали, что идеальный вурф $W_{\alpha\beta\delta} = \Phi^2/2$ реализуется при $\alpha < \beta$ и

$$\alpha_1 = \pi/2(\Phi+1) \simeq 34{,}376\,941\,013^o, \quad \beta_1 = \pi\Phi/(\Phi+1) \simeq 55{,}623\,058\,987^o \tag{19}$$

В этом случае считая длину основания пирамиды равной 1, получим, что

$$SO = h_1 = 1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 = 0{,}684\,123\,313, \quad r_{S1} = 1 \cdot \sin(\operatorname{arctg}(h_1)/2) = 0{,}309\,331\,213 \quad (20),$$

$$r_{SS1} = 1 \cdot \sin(\operatorname{arctg}(h_1)) \simeq 0{,}564\,634\,886, \quad r_{S1} + r_{SS1} \simeq 0{,}837\,966\,099 \neq h_1 \tag{21}$$

В случае $\beta < \alpha$ идеальным вурфом является $W_{\beta\alpha\delta} = \Phi^2/2$ и

$$\alpha_2 = \pi\Phi/2(\Phi+1) \simeq 55{,}623\,058\,987^o, \quad \beta_2 = \pi/(\Phi+1) \simeq 34{,}376\,941\,013^o \quad (22),$$

$$SO = h_2 = 1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 = 1{,}461\,724\,780, \quad r_{S2} = 1 \cdot \sin(\operatorname{arctg}(h_2)/2) = 0{,}527\,497\,381 \quad (23),$$

$$r_{SS2} = 1 \cdot \sin(\operatorname{arctg}(h_2)) \simeq 0{,}825\,340\,805, \quad r_{S2} + r_{SS2} \simeq 1{,}352\,838\,187 \neq h_2 \tag{24}$$

Таким образом, для пирамид, идеальных по угловым вурфам, базовое соотношение (10) $r_S + r_{SS} = h$, верное при идеальных линейных вурфах, не выполняется, поэтому и свойства этих пирамид могут быть иными.

Перейдём теперь к расчётам потенциалов и напряжённостей собственных гравитационных полей пирамиды вдоль её оси SO (см. рис. 1,2). Аналитические формулы удалось получить лишь для вписанного в пирамиду конуса, который получается при вращении вокруг оси пирамиды SO треугольника SMK. Но поскольку пирамида и конус в целом подобны (их объёмы описываются одинаковыми формулами $V=S\cdot h/3$ и их центры тяжести находятся на одинаковом расстоянии $3h/4$ от вершины пирамиды и конуса), то распределения гравитационных полей вдоль их осей должны быть близки.

Для вычисления потенциалов $U(x,y,z)$ и напряженностей (F_x, F_y, F_z) гравитационных полей (сил притяжения точечных масс m) телом с объёмом V и плотностью $\rho(\xi,\eta,\varsigma)$ использовались следующие классические выражения:

$$U(x,y,z)=\iiint\limits_V \rho(\xi,\eta,\xi)\,d\varsigma d\eta d\varsigma/r\,,\qquad r=\sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(z-\xi)^2}\qquad(25),$$

$$F_x=Gm\partial U/\partial x=Gm\iiint\limits_V \rho(\xi-x)\,d\varsigma d\eta d\xi/r^3\qquad(26),$$

$$F_y=Gm\partial U/\partial н=Gm\iiint\limits_V \rho(\eta-y)\,d\varsigma d\eta d\xi/r^3\qquad(27),$$

$$F_z=Gm\partial U/\partial z=Gm\iiint\limits_V \rho(\varsigma-z)\,d\varsigma d\eta d\xi/r^3\qquad(28)$$

Подчеркнём, что для потенциалов и напряжённостей электростатических полей используются те же выражения (25)-(28), в которых, однако, вместо гравитационной постоянной G используется коэффициент пропорциональности $1/4\pi\varepsilon\varepsilon_o$, а вместо массы m заряд q.

Затем были использованы последние достижения для нахождения потенциалов тел сложной формы, изложенные в [10]. В итоге было найдено следующие аналитическое выражение для распределения потенциала собственного гравитационного поля вдоль оси конуса z.

$$U(z)=\pi G\rho\{(h-zh^2/L^2)\cdot\sqrt{L^2-2zh+z^2}+z^2h^2/L^2-2z^2-h(h-2z)+$$

$$+[z^2r^2h\cdot\ln\left|(\sqrt{L^2-2zh+z^2}+L-zh/L)/z(1-h/L)\right|]/L^3\},\quad L=\sqrt{h^2+r^2}\qquad(29)$$

На рис. 4 показаны графики функций $u(z)=U(z)/\pi G\rho$ (кривая 1) и $F_z=\partial u(z)/\partial z$ (кривая 2) при $h=\sqrt{\Phi}$. $r=1$. Координата z изменяется от вершины конуса ($z=0$) до середины его основания $(z=\sqrt{\Phi})$.

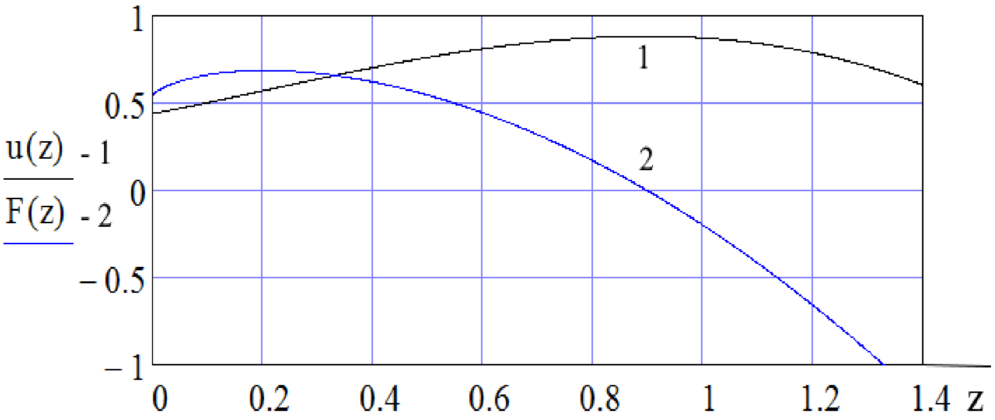

Рис. 4

Из (29) следует, что $u(z)\ =u(z)_{max}$ при $z\simeq0{,}898301\simeq\sqrt{\Phi/2}\simeq0{,}899453$. При этом значении z напряжённость поля меняет знак и обращается в ноль, т. е. силы притяжения точечной массы в положительном и отрицательном направлеиях уравновешиваются.

В точке центра масс, отстоящей от центра основания на расстоянии $h/4=\sqrt{\Phi}/4\simeq0{,}318005\simeq1/\pi\simeq0{,}318309$ сила притяжения направлена к основанию конуса и равна $F_z(3\sqrt{\Phi}/4)\simeq0{,}106150\simeq(\phi+\Phi)/21\simeq0{,}106479$.

$F(z)=F_{max}\simeq2(\Phi-\sqrt{\Phi})$ при $z\simeq0{,}203738\simeq(\phi+\Phi)/11\simeq0{,}203278$.

Разность модулей сил притяжения между серединой основания и вершиной

$$\Delta F=\left|F(\sqrt{\Phi})\right|-|F(0)|\simeq0{,}845642-0{,}544047=0{,}301595\simeq\phi^{5/2}\simeq0{,}300283.$$

Аналитические выражения, полученные для потенциалов в вершине конуса $u_V(h)$ и в центре основания, имют вид:

$$u_V(h)=h\cdot[L(h)-h],\qquad L(h)=\sqrt{h^2+r^2} \tag{30),}$$

$$u_o(h)=r^2h(r-h)/L^2(h)+\{r^2h^3\cdot\ln|r(L(h)+r)/h(L(h)-h)|\}/L^3(h) \qquad (31)$$

Если считать, что в (30),(31) при изменении высоты конуса h его исходные объём $V=\pi 1^2\sqrt{\Phi}/3=\pi r^2 h/3$ (и масса) сохраняются, то тогда должен меняться и радиус основания конуса: $r=\sqrt{\sqrt{\Phi}/h}$.

Графики функций (30), (31) показаны на рис. 5 ($u_o(h)$-кривая 1, $u_v(h)$-кривая 2). Существенно, что данные потенциалы имеют экстремумы: потенциал в середине основания $u_o=u_{omax}\simeq 0,734$ при высоте конуса $h\simeq 1,257\simeq\sqrt{\Phi}\simeq 1,272$, потенциал в вершине конуса $u_v=u_{vmax}\simeq 0,587$ при $h\simeq 0,541\approx\Phi/3\simeq 0,539$. Помимо функции $u_o(h)$ удалось найти и иные функции, имеюшие экстремумы (минимумы) при $h\simeq\sqrt{\Phi}$! И этими функциями оказались 1-е производные от среднего арифметического потенциалов $u_o(h)$ и $u_v(h)$ (кривая 3) и от их среднего геометрического (кривая 4).

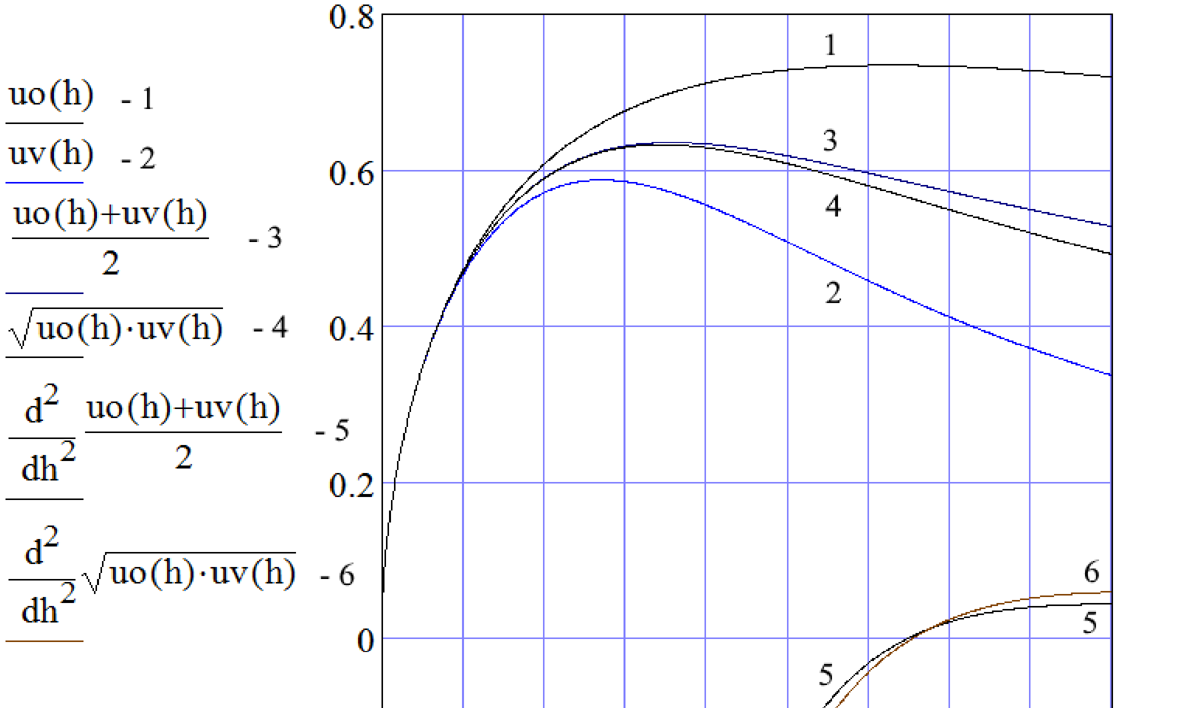

Рис. 5

Наличие экстремума в 1-х производных от указанных функций средних значений отражает прохождение через ноль 2-х производных от этих функций : $(u_o(h)+u_v(h))/2$ при $h \simeq 1{,}300525$ и $\sqrt{u_o(h)\cdot u_v(h)}$ при $h \simeq 1{,}311223$ (см. рис. 5, кривые 5, 6). Значение h для средней арифметической функции ближе к исходной высоте конуса $h=\sqrt{\Phi}$.

Эти нетривиальные результаты говорят о том, что пирамида Хеопса может быть особым детектором, настроенным на точку перегиба функций средних значений потециалов $u_o(h)$ и $u_v(h)$, в которой 2-е производные обращаются в ноль. Напомним, что ранее мы уже получили подобный результат (см. рис. 3 кривая 3) – обращение в ноль 2-й производной от относительной функции $f(h)=[R_o(h)-r_{so}(h)]/[R(h)-r_s(h)]$ при $h \simeq \sqrt{\Phi}$.

Укажем также, что 1-е производные от функций средних значений потенциалов обращаются в ноль при $h \simeq 0{,}689$ для $\sqrt{u_o(h)\cdot u_v(h)}$ и $h \simeq 0{,}722$ для $u_o(h)+u_v(h)$. Значение $h \simeq 0{,}689$ ближе к высоте пирамиды $h_1 \simeq 0{,}684$, имеющей идеальный вурф по угловым размерам (см. соотношения (19)-(21)).

Аналитические выражения, полученные для сил притяжения точечных единичных масс вдоль оси конуса к его центру $F_o(h)$ и к его вершине $F_v(h)$, имеют вид:

$$F_v(h)=2h(L(h)-h)/L(h) \qquad (32),$$

$$F_o(h)=2h+2h^2(r(h)-h)/L^2(h)- \qquad (33)$$

$$-\{2h^2 r(h)^2 \cdot \ln|r(h)(L(h)+r(h))/h(L(h)-h)|\}/L^3(h)$$

Графики функций (32), (33) показаны на рис. 5 ($F_o(h)$ - кривая 1, $F_v(h)$ - кривая 2).

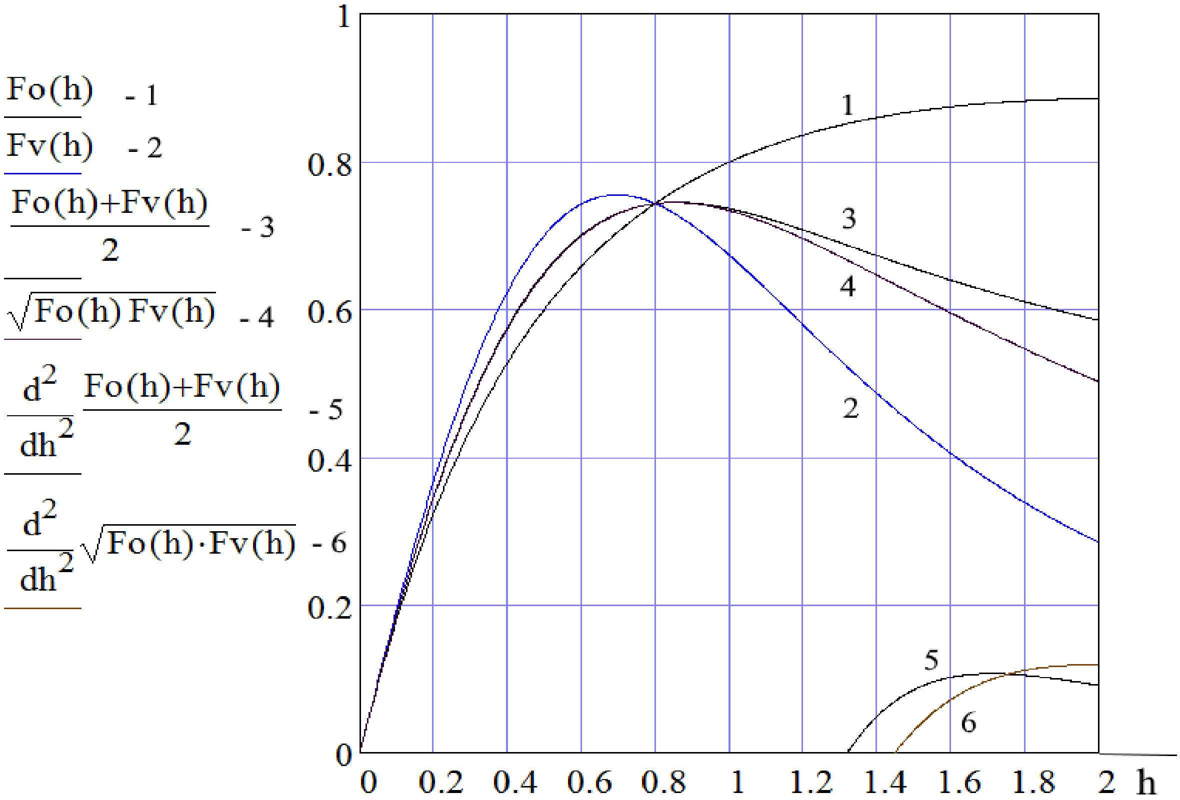

Рис. 6

Функция $F_V(h)$ имеет максимум при $h \simeq 0{,}695\,607 \simeq \sqrt{\sqrt{\Phi}-\sqrt{\phi}} \simeq 0{,}697\,042$, и это значение h также близко к высоте пирамиды $h_1 \simeq 0{,}684$ с идеальным вурфом по угловым размерам (см. (19)-(21)).

Сила же притяжения $F_O(h)$ монотонно растёт с ростом высоты конуса h. Однако среднее арифметическое и среднее геометрическое функций $F_O(h)$ и $F_V(h)$ имеют максимумы (см. кривые 3, 4 на рис. 6): $F_O(h)+F_V(h)$ максимально при $h \simeq 0{,}855\,799$, $\sqrt{F_O(h)\cdot F_V(h)}$ максимально при $h \simeq 0{,}849\,873$. Эти значения h близки к $\sqrt{\Phi}/\sqrt{\Phi+\phi} \simeq 0{,}850\,651$.

Все силы становятся равными при $h \simeq 0{,}7989 \simeq \sqrt{\Phi}\cdot\pi/5 \simeq 0{,}7992$

Кроме того, было установлено, что 2-е производные от функций средних значений сил $F_O(h)$ и $F_V(h)$, также как и 2-е производные функций средних значений потенциалов $u_O(h$ и $u_V(h)$, обращаются в ноль при характерных размерах высоты конуса (см. рис. 6, кривые 5, 6). $d^2(F_O(h)+F_V(h))/dh^2 = 0$ при

$h \simeq 1{,}320\,088 \simeq \sqrt{\Phi}$, $d^2\sqrt{F_0(h)\cdot F_V(h)}\,/\,dh^2 = 0$ при $h \simeq 1{,}448\,548$. Последнее значение h близко к высоте второй пирамиды $h_2 = 1/h_1 \simeq 1{,}461$ с идеальным вурфом по угловым размерам (см. (22)-(24)).

Подчеркнём, что обнаружение экстремумов в 1-х производных различных функций средних значений не случайно, так как ранее в работах автора статьи [6,11] была установлена связь функций средних значений как с обобщёнными геометрическими, так и с электростатическими (гравитационными) моделями золотых сечений.

Таким образом, аналитические расчёты потенциалов и напряжённостей гравитационных полей, проведённые для конуса, вписанного в пирамиду Хеопса, выявили целый ряд весьма интересных и нетривиальных экстремальных закономерностей, с хорошей точностью реализующихся именно при характерных геометрических параметрах данной пирамиды.

Это обусловлено тем, что что распределения полей вдоль оси конуса и пирамиды не могут сильно отличаться, так как конус и пирамида имеют одинаковую высоту, одинаковое расположение центра тяжести и подобные формулы для расчёта объёма. При этом отношение объёмов (и масс) пирамиды и вписанного в неё конуса равно $4/\pi \simeq 1{,}273$, причём, это отношение близко к «магическому» числу для пирамиды Хеопса $\sqrt{\Phi} \simeq 1{,}272$, что, возможно, не является случайным совпадением.

В этой связи, отметим, что отношения, выражающиеся через константы золотого сечения, были найдены автором статьи не только для пирамиды в целом, но и, напр., для такого сооружения внутри пирамиды как «Царская» комната, находящейся на высоте $\simeq 42{,}3$ м от основания пирамиды в области экстремума гравитационного потенциала и смены знака напряжённости поля (см. рис. 4, кривые 1,2).

Эта комната, имеющая форму параллепипеда, имеет следующие размеры:

ширина $W \simeq 5{,}23$м, длина $L \simeq 10{,}46$м, высота $H \simeq 5{,}84$м. Отсюда получаем весьма интересные соотношения между величинами W, L, H, меньшей d и большей D диагоналями параллелепипеда:

$$d = \sqrt{W^2 + L^2} \simeq 11{,}694. \qquad D = \sqrt{W^2 + L^2 + H^2} \simeq 13{,}074,$$

$$d/W \simeq 2{,}236 \simeq \phi + \Phi = 2{,}236068, \qquad D/d - W/L \simeq 0{,}6179 \simeq \phi,$$

$$D/d + W/L \simeq 1{,}6179 \simeq \Phi, \quad W \cdot D/H \cdot d \simeq 1{,}000. \quad L \cdot H/W \cdot d \simeq 0{,}999$$

В заключение отметим, что характерные параметры двух других Великих пирамид – Хефрена-Хафра (вначале стоят имена фараонов на греческом языке) и Микерина-Менкаура наряду с пирамидой Хеопса-Хуфу, также выражаются через константы золотого сечения ϕ, Φ.

Для пирамиды Хефрена высота $h \simeq 143{,}9$м, длина стороны основания $a \simeq 215{,}3$м. Угол наклона боковых граней к основанию $\alpha \simeq 53{,}2^o$ можно аппроксимировать либо углом $\alpha = \mathrm{arctg}(4/3) = 53{,}130102^0$ «египетского» треугольника, либо углом $\alpha = 2 \cdot \mathrm{arctg}(1/2) = 2 \cdot (\mathrm{arctg}\Phi - \mathrm{arctg}\phi) \simeq 53{,}126102^o$, при этом $3 = (\phi + \Phi)^2$, $4 = \Phi^3 - \phi^3$.

Для пирамиды Микерина $h \simeq 65{,}55$м, $a \simeq 102{,}2 - 104{,}6$ м. Углы наклона боковых граней к основанию $\alpha \simeq 51{,}4^o - 52{,}1^o$ можно аппроксимировать также как и для пирамиды Хеопса углом $\alpha = \arccos(\phi) = \mathrm{arctg}(\sqrt{\Phi}) \simeq 51{,}827292^o$,

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.Н.Шелаев*. К раскрытию геометрических тайн великих пирамид. Академия тринитаризма, www.trinitas.ru, М., Эл. № 77-6567, публ, 17965, 31.03. 2013. - 8 С.

2. *А.Н.Шелаев*. Кинематическая модель внутренних и внешних золотых сечений и соответствующих им вурфов – отношений гармонических отношений. Академия тринитаризма, www.trinitas.ru, М. Эл. № 77-6567, публ. 21326, 21.10.2015.- 12 С.

3. *А.Н.Шелаев*. Инварианты, золотые сечения и минимумы длин, площадей и объёмов для отдельных конусов, описанных около шара, и для их бесконечных множеств.Актуальные проблемы современной науки, № 2, 2010, - С. 60-63.

4. *А.Н.Шелаев.* Соотношения гармонии для внутренних и внешних гравитационных полей однородных тел и экстремумы функций средних значений для потенциалов и ускорений. Актуальные проблемы современной науки, 2011, № 2, С.115-118.

5. *А.Н. Шелаев*. Электростатическая модель золотых сечений и функций средних значений. Академия тринитаризма, www.trinitas.ru, М. Эл. № 77-6567, публ. 17511, 08.06.2012. – 9 С.

6. *А.Н.Шелаев.* Электростатические и гравитационные модели инвариантных произведений. Академия тринитаризма, www.trinitas.ru, М. Эл. № 77-6567, публ. 17609, 06. 06.08.2012. - 12 С.

7. *А.Н.Шелаев.* Электростатические модели инвариантных сумм и разностей – софокусные эллипсы и гиперболы как эквипотенциальные линии тонких равномерно-заряженных стержней. Академия тринитаризма, www.trinitas.ru, М., Эл,, № 77-6567, публ, 18066, 13.06.2013. - 7 С.

8. *М. Комацу.* Многообразие геометрии. Пер с японс.М., Мир,1981. - 208 С.

9. *С.В.Петухов.* Матричная генетика, алгоритмы генетического кода, помехоустойчивость. М.- Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 2008. - 316 С.

10. *Б.П.Кондратьев*.Теория потенциала. Новые методы и решения. М., Мир. 2007. – 512 С.

11. *А.Н.Шелаев*. Обобщённая геометрическая модель золотых сечений и функций средних значений. Академия тринитаризма, www.trinitas.ru, М. Эл. № 77-6567, публ. 17485, 28, 05.2012. -12 С.

12. Dimentions of Pyramid of Khufu (Cheops). www.Khufu.dk