

Закономерности шести циклических рекурсивных кодов из чисел Фибоначчи, Люка и иных (по материалам статьи Дмитрия Быкова «Ряд Фибоначчи – матрица жизни»)

Содержание

1. О статье Дмитрия Быкова «Ряд Фибоначчи – матрица жизни» и рекурсии числовых рядов.....	2
2. Шесть полных циклических рекурсивных кодов при двух начальных цифрах	2
Код Люка	2
Иные коды	2
Об известности шести кодов	3
Две вариации циклических рекурсивных цепей (браслетов)	3
6 полных кодов в результате 100 комбинаций с двумя начальными цифрами с общей суммой цифр, равной 100.....	4
3. Уникально-простые закономерности: неизвестное в известном	4
Четный триплет Фибоначчи	4
Четный триплет Люка	4
Нулевой триплет	5
Получение кода Люка из триплета 2684.....	5
4. Коды в кодах: закономерности и особенности циклических кодов.....	5
Код Люка 134718976392 и код 550 в коде Фибоначчи	5
Четный длинный код 22460662808864044820 в коде Фибоначчи	5
Четный краткий код 2684 в коде Фибоначчи.....	7
Код 550 в коде Фибоначчи.....	7
Нулевой код в коде Фибоначчи.....	7
Четный краткий код в четном длинном коде	7
5. Иные особенности кодов	8
Особенности кода Фибоначчи.....	8
Числовые закономерности кода Люка	8
Графические закономерности кода Люка.....	9
Особенности четного кода 22460662808864044820	9
Фрактальность четного кода 22460662808864044820	10
Структура четного кода 22460662808864044820	10
Особенности четного кода 2684	10
Фрактальность четного кода 2684.....	11
6. Вывод.....	11
Приложение: перебор комбинаций, приводящий к шести кодам.....	11
Коды рядов, начинающихся с 1	11
Коды рядов, начинающихся с 2.....	12
Коды рядов, начинающихся с 3.....	12
Коды рядов, начинающихся с 4.....	12
Коды рядов, начинающихся с 5.....	12
Коды рядов, начинающихся с 6.....	13
Коды рядов, начинающихся с 7.....	13
Коды рядов, начинающихся с 8.....	13
Коды рядов, начинающихся с 9.....	13
Коды рядов, начинающихся с 0.....	13
Источники.....	14

1. О статье Дмитрия Быкова «Ряд Фибоначчи – матрица жизни» и рекурсии числовых рядов

На днях опубликована интересная статья Дмитрия Быкова «Ряд Фибоначчи – матрица жизни» [1]. Своеобразную презентацию познавательному результату дал Денис Клещёв в миниатюре «Числа Фибоначчи в числах Фибоначчи» [2].

Известны различные подходы к рекурсии числовых рекуррентных рядов, в частности, ряда Фибоначчи. Выделим некоторые из них.

1) *Операция нумерологического сокращения.* Под ней понимается метод последовательного сложения цифр изучаемого числа до того момента, пока в итоге не останется одна единственная цифра. Это наиболее типичная рекурсия. Применив ее к числам ряда Фибоначчи, А.А. Корнеев выявил 24-х разрядное число периода NUM-ряда Фибоначчи, приведя все числа ряда «к своим (нумерологическим!) прообразам» [3] 112358437189887641562819.

А.П. Стахов, проведя аналогичную операцию, получил нумерологический ряд Люка также с 24-значным периодом, который запишем без запятых 134729224617865279775382, и сформулировал обобщенную теорему для нумерологического ряда, образованного из соответствующей рекурсивной числовой последовательности. При этом длина «периода» равна 24, а нумерологическое значение суммы чисел рекурсивного ряда равно 9 [4].

2) *Учет десятков и сотен.* Учитывая лишь целые десятки и сотни в числах Фибоначчи и Люка, мне удалось найти в них *самосодержание* по типу «матрёшковой» структуры [5, 6, 7].

3) *Учет единиц.* Дмитрий Быков, учитывая лишь единицы в числах Люка, обнаружил их 60-ричную циклическую рекуррентную закономерность (фактически повторив ее открытие, которая, как выяснилось была известна, о чем и он сам сделал такое предположение), обладающую интересными закономерностями и особенностями [1]:

$$112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910. \quad (1)$$

2. Шесть полных циклических рекурсивных кодов при двух начальных цифрах

Код Люка

Дмитрий Быков рассмотрел ряд чисел Фибоначчи. Но не менее интересен в этом плане и ряд чисел Люка 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, ..., которые образуют следующую циклическую рекурсивную цепь:

$$213471897639(213471897639).$$

Его можно записать и в виде

$$134718976392(134718976392). \quad (2)$$

Код Люка 12-ричный. Сумма цифр-знаков равна 60-ти. Кстати, код Фибоначчи (1) 60-ричный. Для краткости назовем (2) кодом Люка.

Иные коды

Получив код Люка, я продолжил поиск аналогичных циклических цепей и нашел:

$$22460662808864044820(22460662808864044820) \quad (3)$$

$$2684(2684) \quad (4)$$

$$550(550) \quad (5)$$

$$0(0) \quad (6)$$

Об известности шести кодов

После чего решил проверить их известность, запросив в интернет-поисковике числовую комбинацию 213471897639. Все коды с (1) по (6) оказались известными. Интернет буквально «кишит» ими. Например, об 134718976392 наиболее раннее упоминание находим в книге «Zitationshilfe: Lambert, Johann Heinrich: Anlage zur Architectonic. Bd. 1. Riga, 1771. In: Deutsches Textarchiv. S. 321» [8, с. 321] за 1771 год. Ничего удивительного, ведь речь идет о несложных комбинациях с числами Фибоначчи и Люка, которые просто обязаны быть найденными давным-давно. Об известности (1) предположил и Дм. Быков, написав в [1]: «Возможность получения периодичности в 60 цифр, которая была мной обнаружена, наверняка была известна исследователям ряда Ф и раньше, ...» (прерываем цитату).

Заслугой Быкова (кроме открытия закономерности (1) для себя и переоткрытия его для нас, читателей Академии тринитаризма, в частности для меня) является то, что Дмитрий проанализировал код Фибоначчи (1), выявив множество его числовых и геометрических закономерностей и особенностей. Продолжу прерванную цитату «... но только никто не рассматривал её <периодичность в 60 цифр> нумерологических свойств и не увидел, таким образом, скрытых математических особенностей». Думаю, что Дмитрий еще не раз вернется к ним, тем более обладая познаниями в нумерологии, что несвойственно мне.

Итак, находка Дм. Быкова (нумерологический период чисел Фибоначчи) привела меня к находке иных периодов (циклов, цепей, кодов), как выяснилось, уже найденных ранее. Тем не менее свои рассуждения в их поиске приведу в приложении для доступности читателя при скрупулезном чтении. Дадим кодам (цепям, браслетам – название по зарубежному источнику) (3) – (6) следующие наименования: четный длинный (долгий) код, четный (короткий) краткий код или четный безнулевой код, код 550, нулевой код.

Две вариации циклических рекурсивных цепей (браслетов)

Известен полный набор (1) – (6) в двух вариациях, что, впрочем, одно и то же.

Вариация 1. Циклические рекурсивные коды чаще всего записывают в виде, исходя из порядка перебора вариантов согласно цифрового ряда 1, 2, 3, ..., 9, 0 [9]:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910
134718976392
22460662808864044820
2684
550
0

Вариация 2. Циклические рекурсивные коды записывают и в таком виде и порядке, взяв за основу цифровой ряд 0, 1, 2, ..., 9 [10]:

0 (7)
011235831459437077415617853819099875279651673033695493257291 (8)
02246066280886404482 (9)
055 (10)
134718976392 (11)
2684 (12)

О ряде (8) сказано в Wikipedia [11] и Wikiwand [12], о ряде (1), например, в [13].

Вариация 3 имеет, например, такие названия [14]:

Alpha 00
Beta 055
Gamma 2684

Delta 134718976392
 Epsilon 02246066280886404482
 Zeta
 011235831459437077415617853819099875279651673033695493257291

Будем в основном придерживаться первой вариации.

6 полных кодов в результате 100 комбинаций с двумя начальными цифрами с общей суммой цифр, равной 100

При двух заданных цифрах возможны 100 комбинаций. Они порождают 6 полных циклических цепей, общее количество цифр в которых есть точно 100 (табл.). Сумма всех 100 цифр дает 450.

Таблица

Циклические рекурсивные коды (цепи, браслеты)

Значение	Название	К-во цифр	Сумма цифр
112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910	код Фибоначчи	60	280
134718976392	код Люка	12	60
22460662808864044820	четный длинный (долгий) код	20	80
2684	четный короткий (краткий) код, четный безнулевой код	4	20
550	код 550	3	10
0	нулевой код	1	0
Всего		100	450

Четный короткий код не содержит ноля, являясь четным безнулевым кодом.

3. Уникально-простые закономерности: неизвестное в известном

Внимание: все операции умножения и деления здесь и далее будут происходить не по правилам классической арифметики, а по правилам рекурсии с оставлением в результате лишь одни цифры, характеризующие единицы числа, не принимая во внимание десятки.

Четный триплет Фибоначчи

Удвоение кода Фибоначчи (1) приводит к коду 22460662808864044820, повторяющемуся трижды:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910
 x 2

 224606628088640448202246066280886404482022460662808864044820

Отсюда, четный длинный код 22460662808864044820 можно назвать *четным триплетом Фибоначчи*.

Четный триплет Люка

Удвоение кода Люка (2) приводит к коду 2684, повторенному трижды:

134718976392
 x 2

 268426842684

Четный короткий код 2684 можно именовать *четным триплетом Люка*.

Нулевой триплет

Удвоение кода 550 дает тройное подтверждение нулевого кода 0:

```

550
x 2
----
000

```

Получение кода Люка из триплета 2684

Справедливо и обратное: например, получение кода Люка из триплета четного краткого кода путем его деления на два.

При делении триплета 2684 на два желаем получить минимальные цифры, проверяя процесс рекурсией $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$. Например, $2684 : 2 = 1347$, но не $2684 : 2 = 1342$, т.к. $3 + 4 = 7$. Получим:

```

2684 2684 2684
: 2
-----
1347 1897 6392

```

Закономерности раздела 3 нелишне снабдить *знаком восклицания (!)*.

4. Коды в кодах: закономерности и особенности циклических кодов

Код Люка 134718976392 и код 550 в коде Фибоначчи

В коде Фибоначчи (1), разбитом на 12 строк по 5 цифр в каждой, столбцы дают код Люка **134718976392** и его сочетания 213471897639, 347189763921, 189763921347, а также код 550:

```

11235
83145
94370
77415
61785
38190
99875
27965
16730
33695
49325
72910

```

Четный длинный код 22460662808864044820 в коде Фибоначчи

В коде Фибоначчи (1), разделенном на 20 строк по 3 цифры в каждой, третий столбец выявляет четный долгий код **02246066280886404482** (читать снизу-вверх):

112
358
314
594
370
774
156
178
538
190
998
752
796
516
730
336
954
932
572
910

В коде Фибоначчи (7), разделенном на 20 строк по 3 цифры в каждой, первый столбец дает четный долгий код [22460662808864044820](#) (читать снизу-вверх):

011
235
831
459
437
077
415
617
853
819
099
875
279
651
673
033
695
493
257
291

В коде Фибоначчи (1), разбитом на 3 строки, сумма цифр по столбцам составляет:

11235831459437077415
+ 61785381909987527965
16730336954932572910

[88640448202246066280](#)

Ряд из сумм цифр по столбцам соответствует четному длинному коду 22460662808864044820. Неординарная закономерность.

Четный краткий код 2684 в коде Фибоначчи

В коде Фибоначчи (1), разбитом на 4 строки по 15 цифр в каждой, столбцы дают четный краткий код 2684 и его комбинации 6842, 4268 (читать снизу-вверх), а также нулевой код 0:

112358314594370
774156178538190
998752796516730
336954932572910

Код 550 в коде Фибоначчи

В коде Фибоначчи (1), разделенном на 3 строки по 20 цифр в каждой, два столбца дают код 550 и два – его сочетания 505 и 055:

11235831459437077415
61785381909987527965
16730336954932572910

В коде Фибоначчи (1), разбитом на 5 строк по 12 цифр в каждой, сумма цифр по столбцам составляет код 550:

112358314594
370774156178
+ 538190998752
796516730336
954932572910

550550550550

Нулевой код в коде Фибоначчи

В коде Фибоначчи (1), разбитом на 2 строки по 30 цифр в каждой, два столбца дают нулевой код 0:

112358314594370774156178538190
998752796516730336954932572910

Четный краткий код в четном длинном коде

В четном длинном коде (3), разбитом на 4 строки по 5 цифр в каждой, столбцы дают четный короткий код 2684 и его сочетания 4268, 6842, а также нулевой код 0:

22460
66280
88640
44820

Кстати, сумма каждого из столбцов дает 20, т.е. ноли.

Здесь:

1-й столбец – исходный код 2684;

2-й столбец – исходный код, умноженный на единицу 2684;

3-й столбец – удвоенный исходный код

```

2684
x 2
-----
4268
4-й столбец – утроенный исходный код
2684
x 3
-----
6842

```

«Коды в кодах...» раздела 4 также нелишне поощрить *знаком восклицания (!)*.

5. Иные особенности кодов

Кратко (поверхностно) проанализируем закономерности и особенности кодов по примеру Дм. Быкова, правда, без оттенков нумерологии.

Особенности кода Фибоначчи

В коде Фибоначчи (1), разбитом на 5 строк по 12 цифр в каждой, столбцы состоят из нечетных и четных чисел в порядке: два столбца с нечетными числами и один – с четными:

```

112358314594
370774156178
+ 538190998752
796516730336
954932572910
-----
550550550550

```

Сумма цифр по столбцам дает код 550, повторенный четырежды.

Числовые закономерности кода Люка

Выделим некоторые особенности кода Люка 213471897639:

- код характеризуется 12-тью знаками;
- сумма всех чисел-цифр кода равна 60

$$2 + 1 + 3 + 4 + 7 + 1 + 8 + 9 + 7 + 6 + 3 + 9 = 60;$$
- средняя величина знака в коде $60 : 12 = 5$;
- код свободен от чисел 5 и 0;
- код содержит по одному четному числу 2, 4, 6, 8 и по два нечетных числа 1, 3, 7, 9;
- разбиение кода на две части и сложение вертикальных столбцов дает 10, т.е. нули:

```

213471
+ 897639
-----
000000

```

Кстати, разложение кода Фибоначчи (1) на 2 равные доли и сложение чисел по столбцам также дает нули, что свойственно и остальным кодам:

```

112358314594370774156178538190
+ 998752796516730336954932572910
-----
000000000000000000000000000000

```


Графические закономерности кода Люка

Отметим особенности кода Люка, размещенного в цифровом циферблате, опять же по примеру Дмитрия Быкова.

Разместим цифры ряда Люка не на прямой, а на окружности. Соединив попарно одинаковые нечетные цифры 1, 3, 7, 9 и обойдя оставшиеся нечетные одиночные цифры 2, 6, 8, 4, получим строгий графический рисунок 1.

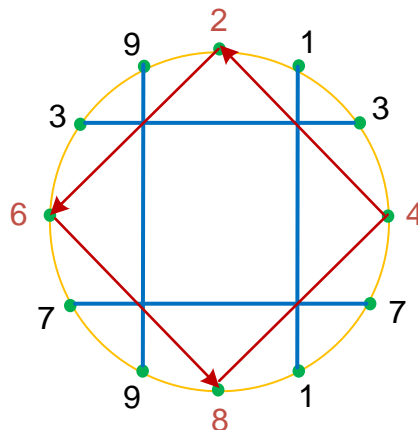


Рис. 1. Графические закономерности кода Люка

Для следующей иллюстрации используем окружность-циферблат с десятью цифрами. Соединим цифры 2, 6, 8, 4 (рис. 2). Наблюдаем характерный рисунок в виде бабочки (а). В нем можно узреть и знак бесконечности (б).

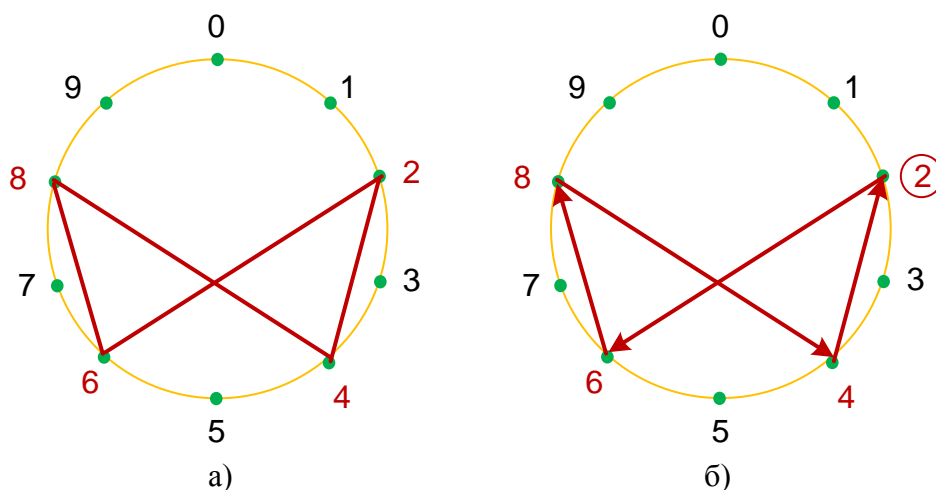


Рис. 2. Графическое изображение кода 2684 в виде: а) бабочки, б) знака бесконечности

Особенности четного кода 22460662808864044820

Выделим особенности кода (3) 22460662808864044820:

- код 20-значный;
- сумма всех чисел-цифр кода равна 80;
- средняя величина знака в коде есть $80 : 20 = 4$;
- разбиение кода на две части и сложение вертикальных столбцов дает нули:

```

2246066280
+ 8864044820
-----
0000000000

```

Фрактальность четного кода 22460662808864044820

Четырежды удвоим код 22460662808864044820:

```

22460 66280 88640 44820
x 2
-----
44820 22460 66280 88640
x 2
-----
88640 44820 22460 66280
x 2
-----
66280 88640 44820 22460
x 2
-----
22460 66280 88640 44820

```

Результат означает, что код 22460662808864044820 – это повторяющийся (фрактальный) код, самовосстанавливающийся после четырехкратного удвоения.

Структура четного кода 22460662808864044820

Рассмотрим структуру кода 22460 66280 88640 44820:

1-я пятерка цифр – исходный код 22460;

2-я пятерка цифр – утроение исходного кода

```

22460
x 3
-----

```

66280

3-я пятерка цифр – учетверение исходного кода

```

22460
x 4
-----

```

88640

4-я пятерка цифр – удвоение исходного кода

```

22460
x 2
-----

```

44820

Особенности четного кода 2684

Выделим особенности *чётного* кода (4):

– код четырехзначный;

– сумма всех чисел-цифр кода равна 20. Кстати, четный длинный код (3) содержит 20 знаков;

– средняя величина знака в коде есть $20 : 4 = 5$;

– разбиение кода на две части и сложение вертикальных столбцов дает нули:

```

26
+ 84
---
00

```

Разделим числа-цифры кода (4) на два:

– вариация 1 $2684 : 2 = 1342$;

– вариация 2 $2684 : 2 = 1347$, поскольку 4 представляет собой 14.

Результат 1342 и 1347 указывает на взаимозаменяемость чисел 2 и 7, как трактуют нумерологи и маги.

Фрактальность четного кода 2684

Четырежды удвоим код 2684:

```

2684
x 2
-----
4268
x 2
-----
8426
x 2
-----
6842
x 2
-----
2684

```

Код 2684 является фрактальным кодом, самовосстанавливающимся после четырехкратного удвоения.

Полагаю, что иные особенности и закономерности шести кодов подметит Дм. Быков, применив нумерологию и иные знания.

6. Вывод

Коды при их разбиении на строки и чтения по образующимся столбцам многообразно взаимосвязаны. Математические (числовые) закономерности, особенности и проявления шести кодов четки и строги. Гармония проявляется в сочетании с другой гармонией. Это, вероятно, означает, что гармония вне иной гармонии невозможна. Код Фибоначчи наиболее богат сочетаниями с другими кодами, что свидетельствует о правильности выбора названия своей статьи Дмитрием Быковым – «Ряд Фибоначчи – матрица жизни».

Приложение: перебор комбинаций, приводящий к шести кодам

Коды рядов, начинающихся с 1

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 11, 12, 14, 15, 16, 17, 19 и 10 (выделено красным цветом):

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910 (1)

В нем нет сочетаний 13 и 18. Рассмотрим их.

Сочетание 1, 3 задает ряд Люка без первого числа 2, т.е. 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29,

Его кодом будет 12-значный код 134718976392(134718976392).

134718976392

(2)

Код (2) включает в себя и комбинацию 18.

Коды рядов, начинающихся с 2

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 23, 25 и 27 (выделено цветом):

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Код Люка (2) содержит сочетание 21:

134718976392.

В них нет сочетаний с четными числами 22, 24, 26, 28 и 20.

Рассмотрим ряд, начинающийся на 2, 2. Получаем 20-значный повторяющийся код

22460662808864044820

(3)

Он включает в себя и комбинации 24, 28, 20 (22460662808864044820), поэтому нет необходимости рассматривать их.

Остался нерассмотренным ряд, начинающийся на 2, 6. Его четырехзначным кодом будет

2684

(4)

Коды рядов, начинающихся с 3

Код Фибоначчи (1) содержит следующие сочетания с 3 (выделено цветом):

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910,

т.е. 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38 и 30.

Код Люка (2) содержит сочетания 34 и 39 (выделено цветом):

213471897639.

То есть эти коды отражают все сочетания 3.

Коды рядов, начинающихся с 4

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 41, 43, 45 и 49:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Код Люка (2) содержит сочетание 47:

213471897639.

Четный код (3) включает в себя сочетания 44, 46, 48 и 40:

22460662808864044820.

То есть эти коды не содержат лишь сочетания 42, которое порождает следующий код:

4268(4268).

По сути, он эквивалентен коду (4) 2684 и не представляет в искомом случае отдельного интереса.

Коды рядов, начинающихся с 5

Из рассмотренных кодов лишь код Фибоначчи (1) содержит комбинации с пятеркой, причем он богат на них, не содержа лишь сочетания 55 и 50:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910,

Рассмотрим ряд, начинающийся на 5, 5. Получаем трехзначный код

550

(5)

Он включает и сочетание 50.

Коды рядов, начинающихся с 6

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 61, 65, 67 и 69:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Код Люка (2) содержит сочетание 63:

213471897639.

Четный код (3) включает в себя сочетания 62, 64, 66 и 60:

22460662808864044820.

Эти коды не содержат лишь сочетание 68, которое порождает следующий код:
6842.

По сути, он эквивалентен коду (4) 2684 и не представляет здесь интереса.

Коды рядов, начинающихся с 7

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 72, 73, 74, 75, 77, 78, 79 и 70:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Код Люка (2) содержит сочетания 71 и 76:

213471897639.

Эти коды содержат все комбинации.

Коды рядов, начинающихся с 8

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 81, 83, 85 и 87:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Код Люка (2) содержит сочетание 89:

213471897639.

Четный код (3) включает в себя сочетания 82, 86, 88 и 80:

22460662808864044820.

Эти коды не содержат лишь комбинации 84, которая приводит к коду 8426.

По сути, он эквивалентен коду (4) 2684 и не представляет отдельного интереса.

Коды рядов, начинающихся с 9

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 91, 93, 94, 95, 96, 98, 99 и 90:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Код Люка (2) содержит сочетание 92 и 97:

213471897639.

Эти коды содержат все комбинации.

Коды рядов, начинающихся с 0

Код Фибоначчи (1) содержит сочетания 01, 03, 07 и 09:

112358314594370774156178538190998752796516730336954932572910.

Четный код (3) включает в себя сочетания 02, 04, 06 и 08:

22460662808864044820.

Эти коды не содержат лишь комбинаций 05 и 00. Сочетание 05 порождает код 055, эквивалентный коду (5) 550, и не представляет интереса. Сочетание 00 порождает однозначный код 0(0):

0

(6)

Источники

1. *Дмитрий Быков*. Ряд Фибоначчи – матрица жизни // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 21247, 05.10.2015. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321302.htm>.
2. *Денис Клеуцев*. Числа Фибоначчи в числах Фибоначчи (миниатюра) // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 20973, 07.08.2015. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162518.htm>.
3. *Алексей А. Корнеев*. Структурные тайны золотого ряда // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 14359, 21.04.2007. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321047.htm>.
4. *Стахов А.П.* Удивительное математическое свойство рядов Фибоначчи (комментарий к статье Алексея Корнеева «Структурные тайны золотого ряда») // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 14385, 06.05.2007. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321050.htm>.
5. *Шенягин В.П.* Числа Фибоначчи в числах Фибоначчи // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 20984, 10.08.2015. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162521.htm>.
6. *Шенягин В.П.* Числа Люка в числах Люка // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 20996, 12.08.2015. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162524.htm>.
7. *Шенягин В.П.* Матрёшки Фибоначчи и Люка // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 21021, 20.08.2015. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162526.htm>.
8. Zitationshilfe: Lambert, Johann Heinrich: Anlage zur Architectonic. Bd. 1. Riga, 1771. In: Deutsches Textarchiv. S. 321. http://www.deutschestextarchiv.de/lambert_architectonic01_1771/357
9. http://www.learner.org/courses/learningmath/number/session9/solutions_homework.html – Problem H4.
10. A Cleverly-Titled Logic Puzzle Blog. – https://www.facebook.com/permalink.php?id=253849334741999&story_fbid=687785651348363
11. https://en.wikipedia.org/wiki/Pisano_period
12. Pisano period – Wikiwand. www.wikiwand.com/en/Pisano_period
13. Cyclic and Reverse Divisibility. – <http://www.mathpages.com/home/kmath081/kmath081.htm>
14. <https://boardgamegeek.com/thread/1180080/potential-number-sets-and-pairs>