О.А. Черепанов

СВОДНЫЕ КОРНИ СИСТЕМНЫХ УРАВНЕНИЙ

Золотая пропорция в секстетном исчислении.

Отношение корней уравнения $x^2 \pm px \pm q = 0$ *названо сводным решением и является элементом математической системы, учитывающей сигнатуру* $p = 1, 2, 3, \ldots$ *и* $q = 1$. *Секстетная арифметика – дисциплина, основанная на фактах алгебры, геометрии и тригонометрии, но свободная от их противоречий. Установлено, что куб числа Фидия* $1.618\ldots = (\tfrac{1}{2})^{+1} + [1 + (\tfrac{1}{2})^{+2}]^{\frac{1}{2}} = \varphi^{-1}$ *равен* $(\tfrac{1}{2})^{-1} + [1 + (\tfrac{1}{2})^{-2}]^{\frac{1}{2}} = \varphi^{-3} = (1.618\ldots)^3 = 2^2 + \varphi^{+3}$.

Принято думать, что «золотое» сечение и «золотая» пропорция – одно понятие. Но определение, появившееся первым хронологически, не обязано быть главным в логико-математической системе, в которой оно прописано. Поэтому еще раз внимательно присмотримся к геометрической интерпретации равенства *гео*) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{e}$, где $e = a + b$, не упуская из виду его алгебраическую модификацию *алг*) $a^2 + ab = b^2$.

Считая, что (*гео*) предполагает выбор точки отрезка, при котором его большая часть b в долях полной длины e равна меньшей части a в долях $b = e - a$, и зная, что выражение (*алг*) ничем не напоминает деление чего-либо «в крайнем и среднем отношении», заметим, что (*гео*) содержит два сравнения (a с b и b с e), результаты которых равны и равняются числу-отношению $c = \dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{e} < 1$.

Казалось бы, в тождестве (*алг*) под символами a и $b > a$ скрыты те же числа-отрезки, что в равенстве (*гео*). Однако a или b можно назначить единицей измерения длины наравне с e. И тогда остальные члены также будут длинами. Но если скаляры a и b отождествлять с длинами, то их квадраты из (*алг*) следует считать площадями. Так что лучше сразу отказаться от геометрических аллюзий и рассматривать a, b, c и e как числа вообще, то есть арифметически. Однако данный подход, как и геометрический, не обходится без единицы и требует ввести хотя бы одну операцию с внятным результатом, например – сложение. Тогда два единичных элемента в сумме дадут третий – двойку.

Но можно поступить наоборот и принять основным элементом арифметики число 2, получая единицы его дихотомией, то есть делением пополам. Эту дихотомию назовем юнитной (от англ. *unit* – единица) и дополним диарезисом – делением двойки на неравные части a и b, что увеличивает количество элементов $a = 1 - d$ и $b = 1 + d$ числового множества с назначенными действиями сложения (адиции) и вычитания (субстракции). А вообще речь идет о бинарном представлении двойки как заглавного элемента арифметики, альтернативной той, что базируется на натуральном счете как простейшем измерении.

Итак, дихотомию двойки продолжает диарезис: когда среднее арифметическое контрсимметричных (равноудаленных от единицы) слагаемых $a = 1 - d$ и $b = 1 + d$ также является единицей, порожденной дивизией как делением суммы $a + b$ на 2. И та же операция определяет число-отношение $\frac{a}{b} = c$ как шестой элемент набора 2, 1, a, b, c, d с логическим основанием в виде дихотомии и диарезиса числа 2.

Ясно, что дивизия определяет число-отклонение $\mp d = \frac{a-b}{2}$ скаляров a и b от 1, где $-d$ - дефект (недостаток) a и $+d$ - превышение b над 1. Отсюда $c = \frac{a}{b} = \frac{1-d}{1+d}$ и $2 = (1 + c^{-1})(1 - d) = a + b$ при том, что $2 = (1 + c)(1 + d) = b + a$. А это не только делает число 2 двойственным в смысле контркоммутативности слагаемых a и b, но вводит в арифметику действие умножения (мультипликации) и не только. Ведь возведение числа-отношения c в степень -1 можно считать пятым арифметическим действием, которое назовем обращением (инверсией).

Итак, числа 1, a, b, c, d и 2 структурно организованы, если a и b контрсимметричны ($a \leftarrow 1 \rightarrow b$), а $c = \frac{a}{b}$ и $d = \frac{b-a}{2}$ связаны конверсией ($c \leftrightarrow d$) - шестым арифметическим действием, таким, что $\frac{1-d}{1+d} = c \leftrightarrow d = \frac{1-c}{1+c}$. Структуру $\bullet\ 1 \setminus a \setminus b \setminus c \setminus d \setminus 2\ \bullet$ из шести чисел и шести операций назовем секстетом общего вида.

В мультипликативных формах $2 = (1 + c^{+1})(1 + d)$ и $2 = (1 + c^{-1})(1 - d)$ числа $2 = a + b$ со свойством контркоммутации ($a \rightarrow \leftarrow b$) и контрсимметрии ($a \leftarrow 1 \rightarrow b$) скаляры c^{+1} и c^{-1} связаны инверсией ($\uparrow c \downarrow$), а элементы d отличаются реверсом ($\leftarrow \uparrow d$) – сменой знака за единицей как действием, означающим замену сложения вычитанием или наоборот.

Свойства и действия, заложенные в скалярную структуру $\setminus \bullet \setminus$ из вещественных чисел от 0 до 2 распространим на числа иного рода, не образующие континуума, мать которого - аксиома непрерывности - легла в основание геометрии и родила понятия пространства, времени, числовой оси, системы отсчета и т.д., образующие физику. И ей в виде функциональных зависимостей подчиняются уравнения алгебры и законы механики.

Убедимся, что «золотое» сечение в форме пропорции *гео*) $\frac{a}{b} = \frac{b}{e}$, где $e = a + b$, и ее алгебраические следствия *алг*) $a^2 + ab = b^2$ и *алг**) $a^2 + e^2 = ae$ в известном смысле одинаковы. Но «деление отрезка в крайнем и среднем отношении» не обязательно является тем маяком, по которому должен ориентироваться любой исследователь свойств и приложений замечательного числа φ = 0.618…

Пусть в (*алг*) $b = 1$. Тогда из $a^2 + a \cdot 1 = 1^2$ будет $a_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. И такие же значения $b_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{5}}{2}$ при $a = 1$ обращают $1^2 = b^2 - 1 \cdot b$ в равенства $1^2 = \varphi^{-2} - \varphi^{-1}$ и $1^2 = \varphi^2 + \varphi^1$, где квадроединица 1^2 как масштаб необычна, но имеет какой-то смысл.

Математический объект: скалярный секстет • 1 \ a \ b \ c \ d \ 2 • как набор из шести чисел.
Элементы секстета 1, 2, $a \in [1,0)$, $b \in [1,2)$, $c \in [1,0)$ и $d \in [0,1)$ при условии порядка $0 < a \le b < 2$.
Требование контрсимметрии: $a = 1 - d$, $b = 1 + d$, где $d = (b - a)/2$ – число-отклонение.
Число-отношение и конверсия: $c = a/b = (1 - d)/(1 + d) \leftrightarrow (1 - c)/(1 + c) = d$.
Секстетные разложения двойки: $2 = 1 + 1 = a + b = (1 + c^{+1})(1 + d) = (1 + c^{-1})(1 - d)$.
Представления единицы: $1 = (a + b)/2$, $1 = 2/(1 + d) - c^{+1}$, $1 = 2/(1 - d) - c^{-1}$.
Определение инвертора: $c^{-1} = 1/c^{+1}$.

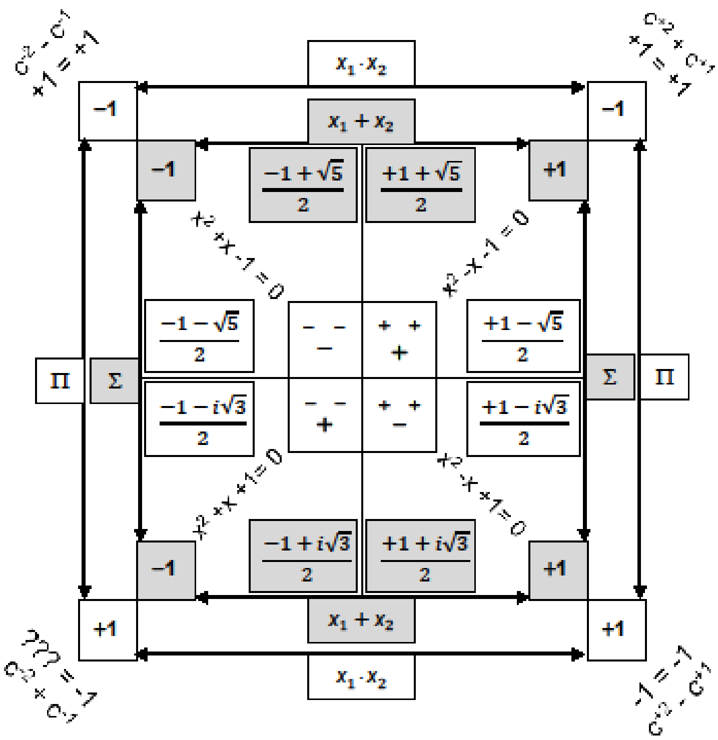
Таблица 1

Иероглифический символ	Отображаемое свойство или действие	Пояснение
$(\leftarrow\rightarrow)$	Контрсимметрия	Отклонение a и b от 1 на $-d$ и на $+d$ соответственно.
$(\leftrightarrow)$	Конверсия	Взаимная замена c и d в выражении $c = (1 - d)/(1 + d)$.
$(\rightarrow\leftarrow)$	Контркоммутация	Различие аддитивных представлений двойки: $2 = a + b$ и $2 = b + a$.
$(\uparrow\downarrow)$	Инверсия	Операция с 1, такая, что $1/c = c^{-1}$, где c^{-1} - инвертор.
$(\uparrow\uparrow)$	Бинверсия	Инверсия конвертируемой (*см.* конверсия) дроби.
$(\leftarrow\uparrow)$	Реверс	Смена знака у элемента с «+» на «–» или наоборот.

Заметим, что бинарные формы 1^2 из φ в степенях ±1, ±2 при $a_1 = -b_2 = \varphi^{-1}$ и $a_2 = -b_1 = \varphi^{+1}$ указывают на двусмысленность символов «+» и «–» по применению. Ведь в одной позиции они принадлежат показателям степени числа φ, а в другой их используют для обозначения арифметических действий сложения и вычитания. При этом смена знака показателя вызывает инверсию $(\uparrow\downarrow)$ основания φ относительно единицы, а перемена символа у радикала $\sqrt{5}$ выше названа реверсом и обозначена $(\leftarrow\uparrow)$. И видно, что переназначение единицы ($1 = a$ или $1 = b$) в *алг*) $a^2 + ab = b^2$, как математическое действие по преобразованию $a^2 + a = 1^2$ в $1^2 = b^2 - b$, не тождественно нормировке (*алг*) по b^2 и по a^2, поскольку дает $\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \frac{a}{b} = 1^2$ и $1^2 + \frac{b}{a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2$, где $\frac{a}{b} = c^+$ - число-отношение, а $\frac{b}{a} = c^{-}$ - обратное ему число-инвертор. И попутно в секстетную теорию чисел внедрено понятие квадроединицы 1^2 как инварианта четырех назначений: $a = 1$, $b = 1$ и $a^2 = 1^2$, $b^2 = 1^2$. При этом деление (*алг*) на $ab = 1^2$ как пятая нормировка не означает ни $a = b = 1$, ни $b = a^{-1}$, но приводит к $1^2 = \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = c^{-} - c^{+}$, чему в геометрии нет аналога.

Кроме того, *алг*) $a^2 + ab = b^2$ при $a = -1$ или $b = -1$ имеет вид <u>*алг*</u>) $a^2 - ab = b^2$. А отсюда *алг*) $\frac{a}{b} + 1^2 = \frac{b}{a}$ и одновременно <u>*алг*</u>) $\frac{a}{b} - 1^2 = \frac{b}{a}$, чего не может быть при действительных значениях c^{+} и c^{-}, так как исключено, чтобы разность $c^{+} - c^{-}$ равнялась и $+1^2$ и -1^2. Однако перенормировка (*алг*) и (<u>*алг*</u>) инвертором дает $c^{+2} + c^{+1} = 1$ и $c^{+2} - c^{+1} = 1$, чему отвечают два значения *c*, а именно φ^{+1} в сумме и φ^{-1} в разности. Напротив, деление (*алг*) и (<u>*алг*</u>) на c^{+} приводит к $c^{-2} - c^{-1} = 1$ и $c^{-2} + c^{-1} = 1$.

Известно, что числа $+\varphi^{+1}$ и $-\varphi^{-1}$ обращают квадратное уравнение *квур*) $x^2 + x - 1 = 0$ в тождества $\varphi^{+2} + \varphi^{+1} = 1$ и $\varphi^{-2} - \varphi^{-1} = 1$, сопряженные единицей и связанные инверсивно-реверсивным преобразованием. То есть, одно получается из другого сменой знаков показателей степени (то есть, инверсией (↑↓)) с попутным обращением символов «+» и «–», что выше определено как реверс (←↑).



В итоге корни $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ и $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ уравнения $x^2 + x - 1 = 0$ отличаются и по величине ($\varphi^{+1} < \varphi^{-1}$) и по знаку ($x_1 = +\varphi^{+1}$ и $x_2 = -\varphi^{-1}$) при том, что $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 = -1$. На рисунке эти сведения заключены в квадратное поле, где (*квур*) расположено по диагонали, а углы заняты прямоугольниками с корнями, обозначенными через x_1 и x_2. При этом в малые квадраты (чистый и затененный) с общей вершиной на диагонали занесены результаты сложения корней x_1 и x_2 и их перемножения, равные -1.

А в четвертой части центрального квадрата, попавшей в поле (*квур*), знак «минус» внизу обозначает бинарную операцию как арифметическую связь степеней основания c, знаки «+» или «–» которых в верхней строке соответствуют сигнатуре показателей 2 и 1 числа-отношения c^+ в рамках представления единицы. Так [–_–] символизирует $c^{-2} - c^{-1}$.

Дополняя и обобщая представление расчетных данных в квадратных полях, отметим, что остальные три квадрата заполнены аналогично:

- ✓ по диагоналям записаны системные уравнения I) $x^2 + x + 1 = 0$, II) $x^2 - x + 1 = 0$, III) $x^2 - x - 1 = 0$ и IV) $x^2 + x - 1 = 0$;
- ✓ в прямоугольниках даны их первые корни x_1, а вторые x_2 находятся в углу напротив;
- ✓ углы контуров из стрелок-указателей заняты значениями Σ) $x_1 + x_2$ и П) $x_1 \cdot x_2$;
- ✓ в углах П-контура размещены бинарные сочетания I) $c^{-2} - c^{-1}$, II) $c^{+2} + c^{+1}$, III) $c^{+2} - c^{+1}$ и IV) $c^{-2} + c^{-1}$ степеней ±1 и ±2 при значениях числа-отношения c, совпадающих с корнями системных уравнений I - IV.

Ясно, что подстановки x_1 или x_2 в три первых сочетания дают схожие результаты (соответственно +1 = +1, +1 = +1, –1 = –1), а случай $c^{-2} + c^{-1}$ при $c_1 = \dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ равен –1. Но при $c_2 = -\dfrac{+1 + i\sqrt{3}}{2}$ будет $\left(-\dfrac{+1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} + \left(-\dfrac{+1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^{-1} = \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}}$. То есть, значения $c^{-2} + c^{-1}$ при $c = x_1$ и $c = x_2$ не одинаковы, что отмечено как ??? = –1.

Недоумение в виде трех знаков вопроса снимает свойство числа $\sqrt{3} = 1.732508...$ сочетаться с 1 и 2. В самом деле, при $\sqrt{3} + 1 = 2.732508...$ и $\sqrt{3} - 1 = 0.732508...$ из $\dfrac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$ будет $\sqrt{3} + 2 = 3.732508...$, тогда как $\left(\dfrac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}\right)^{-1} = \sqrt{3} - 2 = -0.267949...$ и, значит, $\dfrac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \left(\dfrac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}\right)^2 = 13.92820...$ При этом удвоение единиц в числителе и знаменателе дроби в скобках и ее возведение в степень 2 эквивалентны.

Учитывая, что общий вид $x^2 \pm px \pm q = 0$ системных уравнений допускает четыре независимых сочетания реверсивных знаков «+» и «–» перед p и q, рассчитаем и сопоставим корни данных уравнений для $p = 1 \div 7$ при $q = 1$, зная, что взаимно обратные решения квадратичной формы $x^2 - px = 1$ образуют ряды «металлических» пропорций [1].

Системное уравнение	Сигнатура $p = 1$ и $q = 1$	Парные корни	Сводные решения	Значение	Сумма	
$x^2 + x + 1 = 0$	$+ \quad +$	$0.5[-1 \pm (-3)^{0.5}]$	$\dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{-1 - i\sqrt{3}} = ???$	???	-2	
$x^2 - x + 1 = 0$	$- \quad +$	$0.5[+1 \pm (3)^{0.5}]$	$\dfrac{+1 + i\sqrt{3}}{+1 - i\sqrt{3}} = ???$	???	$+2$	
$x^2 - x - 1 = 0$	$- \quad -$	$0.5(+1 \pm 5^{0.5})$	$\dfrac{+1 + \sqrt{5}}{+1 - \sqrt{5}} = \dfrac{+3.236...}{-1.236...}$	$-2.618...$ $-\varphi^{-2}$	$+2$	-3
$x^2 + x - 1 = 0$	$+ \quad -$	$0.5(-1 \pm 5^{0.5})$	$\dfrac{-1 + \sqrt{5}}{-1 - \sqrt{5}} = \dfrac{+1.236...}{-3.236...}$	$-0.382...$ $-\varphi^{+2}$	-2	
	$p = 2$ и $q = 1$					
$x^2 + 2x + 1 = 0$	$+ \quad +$	$0.5(-1 \pm 0^{0.5})$	$\dfrac{-1 + \sqrt{0}}{-1 - \sqrt{0}} = \dfrac{-1}{-1}$	$+1$	-2	$+2$
$x^2 - 2x + 1 = 0$	$- \quad +$	$0.5(+1 \pm 0^{0.5})$	$\dfrac{+1 + \sqrt{0}}{+1 - \sqrt{0}} = \dfrac{+1}{+1}$	$+1$	$+2$	
$x^2 - 2x - 1 = 0$	$- \quad -$	$0.5(+1 \pm 2^{0.5})$	$\dfrac{+1 + \sqrt{2}}{+1 - \sqrt{2}} = \dfrac{+2.414...}{-0.414...}$	$-5.828...$	$+2$	-6
$x^2 + 2x - 1 = 0$	$+ \quad -$	$0.5(-1 \pm 2^{0.5})$	$\dfrac{-1 + \sqrt{2}}{-1 - \sqrt{2}} = \dfrac{+0.414...}{-2.414...}$	$-0.171...$	-2	
	$p = 3$ и $q = 1$					
$x^2 + 3x + 1 = 0$	$+ \quad +$	$0.5(-3 \pm 5^{0.5})$	$\dfrac{-3 + \sqrt{5}}{-3 - \sqrt{5}} = \dfrac{-0.764...}{-5.236...}$	$-0.145...$	-6	-7
$x^2 - 3x + 1 = 0$	$- \quad +$	$0.5(+3 \pm 5^{0.5})$	$\dfrac{+3 + \sqrt{5}}{+3 - \sqrt{5}} = \dfrac{+5.236...}{-0.764...}$	$-6.854...$	$+6$	
$x^2 - 3x - 1 = 0$	$- \quad -$	$0.5(+3 \pm 13^{0.5})$	$\dfrac{+3 + \sqrt{13}}{+3 - \sqrt{13}} = \dfrac{+6.605...}{-0.605...}$	$-10.908...$	$+6$	-11
$x^2 + 3x - 1 = 0$	$+ \quad -$	$0.5(-3 \pm 13^{0.5})$	$\dfrac{-3 + \sqrt{13}}{-3 - \sqrt{13}} = \dfrac{+0.605...}{-6.605...}$	$-0.091...$	-6	
	$p = 4$ и $q = 1$					
$x^2 + 4x + 1 = 0$	$+ \quad +$	$-2 \pm 3^{0.5}$	$\dfrac{-2 + \sqrt{3}}{-2 - \sqrt{3}} = \dfrac{-0.268...}{-3.732...}$	$+0.071...$	-4	$+14$
$x^2 - 4x + 1 = 0$	$- \quad +$	$+2 \pm 3^{0.5}$	$\dfrac{+2 + \sqrt{3}}{+2 - \sqrt{3}} = \dfrac{+3.732...}{+0.268...}$	$+13.925...$	$+4$	
$x^2 - 4x - 1 = 0$	$- \quad -$	$+2 \pm 5^{0.5}$	$\dfrac{+2 + \sqrt{5}}{+2 - \sqrt{5}} = \dfrac{+4.236...}{-0.236...}$	$-17.944...$ $-\varphi^{-6}$	$+4$	-18
$x^2 + 4x - 1 = 0$	$+ \quad -$	$-2 \pm 5^{0.5}$	$\dfrac{-2 + \sqrt{5}}{-2 - \sqrt{5}} = \dfrac{+0.236...}{-4.236...}$	$-0.055...$ $-\varphi^{+6}$	--4	

$p = 5$ и $q = 1$

<table>
<tr><td>$x^2 + 5x + 1 = 0$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$0.5(-5 \pm 21^{0.5})$</td><td>$\dfrac{-5+\sqrt{21}}{-5-\sqrt{21}} = \dfrac{-0.417\ldots}{-9.582\ldots}$</td><td>$-0.043..$</td><td rowspan="2">$-10$
-23
$+10$</td></tr>
<tr><td>$x^2 - 5x + 1 = 0$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$0.5(+5 \pm 21^{0.5})$</td><td>$\dfrac{+5+\sqrt{21}}{+5-\sqrt{21}} = \dfrac{+9.582\ldots}{-0.417\ldots}$</td><td>$-22.956\ldots$</td></tr>
<tr><td>$x^2 - 5x - 1 = 0$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$0.5(+5 \pm 29^{0.5})$</td><td>$\dfrac{+5+\sqrt{29}}{+5-\sqrt{29}} = \dfrac{+10.385\ldots}{-0.385\ldots}$</td><td>$-26.962\ldots$</td><td rowspan="2">$+10$
-27
-10</td></tr>
<tr><td>$x^2 +$ $5x$ □ $1 = 0$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$0.5(-5 \pm 29^{0.5})$</td><td>$\dfrac{-5+\sqrt{29}}{-5-\sqrt{29}} = \dfrac{+0.385\ldots}{-10.385\ldots}$</td><td>$-0.037\ldots$</td></tr>
</table>

$p = 6$ и $q = 1$

<table>
<tr><td>$x^2 + 6x + 1 = 0$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$0.5(-6 \pm 32^{0.5})$</td><td>$\dfrac{-3+2\sqrt{2}}{-3-2\sqrt{2}} = \dfrac{-0.171\ldots}{-5.828\ldots}$</td><td>$-0.029\ldots$</td><td rowspan="2">$-6$
-34
$+6$</td></tr>
<tr><td>$x^2 - 6x + 1 = 0$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$0.5(+6 \pm 32^{0.5})$</td><td>$\dfrac{+3+2\sqrt{2}}{+3-2\sqrt{2}} = \dfrac{-5.828\ldots}{+0.171\ldots}$</td><td>$-33.970\ldots$</td></tr>
<tr><td>$x^2 - 6x - 1 = 0$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$0.5(+6 \pm 40^{0.5})$</td><td>$\dfrac{+3+\sqrt{10}}{+3-\sqrt{10}} = \dfrac{+6.162\ldots}{-0.162\ldots}$</td><td>$-37.973\ldots$</td><td rowspan="2">$+6$
-38
-6</td></tr>
<tr><td>$x^2 + 6x - 1 = 0$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$0.5(-6 \pm 40^{0.5})$</td><td>$\dfrac{-3+\sqrt{10}}{-3-\sqrt{10}} = \dfrac{+0.162\ldots}{-6.162\ldots}$</td><td>$-0.026\ldots$</td></tr>
</table>

$p = 7$ и $q = 1$

<table>
<tr><td>$x^2 + 7x + 1 = 0$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$0.5(-7 \pm 45^{0.5})$</td><td>$\dfrac{-7+\sqrt{45}}{-7-\sqrt{45}} = \dfrac{-0.291\ldots}{-13.708\ldots}$</td><td>$+0.021\ldots$</td><td rowspan="2">$-14$
$+47$
$+14$</td></tr>
<tr><td>$x^2 - 7x + 1 = 0$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$0.5(+7 \pm 45^{0.5})$</td><td>$\dfrac{+7+\sqrt{45}}{+7-\sqrt{45}} = \dfrac{+13.708\ldots}{-0.291\ldots}$</td><td>$+46.978\ldots$</td></tr>
<tr><td>$x^2 - 7x - 1 = 0$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$0.5(+7 \pm 53^{0.5})$</td><td>$\dfrac{+7+\sqrt{53}}{+7-\sqrt{53}} = \dfrac{+14.280\ldots}{-0.280\ldots}$</td><td>$-50.980\ldots$</td><td rowspan="2">$+14$
-51
-14</td></tr>
<tr><td>$x^2 + 7x - 1 = 0$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$0.5(-7 \pm 53^{0.5})$</td><td>$\dfrac{-7+\sqrt{53}}{-7-\sqrt{53}} = \dfrac{+0.280\ldots}{-14.280\ldots}$</td><td>$-0.019\ldots$</td></tr>
</table>

Видно, что расклад знаков сказывается на значениях корней x_1 и x_2 так, что в отношении они дают дробные числа, взаимно обратные при том, что их сумма является числом целым. Причем отношения корней третьего и четвертого уравнений выражено числом Фидия $\varphi = 0.618\ldots$ в степенях -2 и $+2$, а сумма отношений равна -3. При этом сумма сводных корней первого и второго уравнений не определена из-за их комплексного характера, а аналогичные суммы для шести других значений p растут, образуя знакопеременный ряд -4, -3, +2, -6, -7, -11, +14, -18, -23, -27, -34, -38, +47, -51 и т.д.

Заметим, что при $p = 4$ и $q = 1$ корни системных уравнений (третьего и четвертого) в отношении дают дробные числа φ^{-6} и φ^{+6}, сумма которых равна 18. И это число является рядовым в последовательности аналогичных скаляров, выражающих суммы сводных решений системных уравнений с коэффициентом p, возрастающим по закону образования натуральных чисел, ряд которых начинается с единицы.

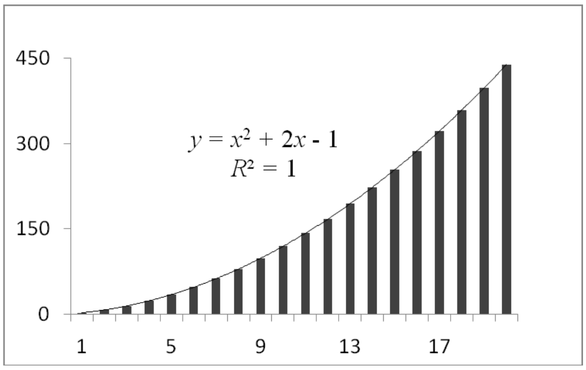
Покажем, что множество сводных отношений x_1/x_2, зависящих от знака и значения натурального коэффициента $p = 1, 2, 3, \ldots$, а также от сигнатуры свободного члена $q = 1$ системных уравнений $x^2 \pm px^1 \pm q = 0$, имеет ряд неизвестных свойств и свои особенности.

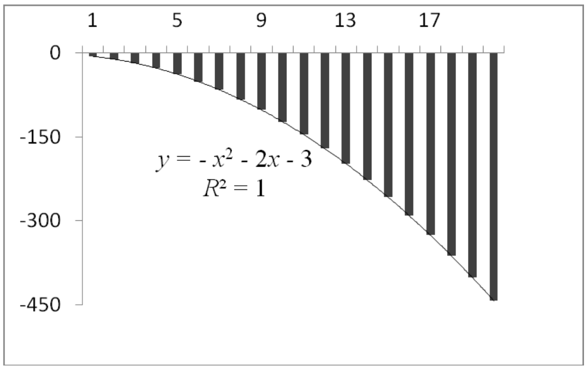
<table>
<tr><td colspan="5">Общая форма сигнатурных (системных) уравнений: $x^2 \pm px^1 \pm q = 0$.
Общие условия: $p = 1 \div$ №, $q = 1$. Общий вид парных корней: $x_{1,2} = 0.5[\pm p \pm (p^2 \pm 2^2)^{0.5}]$</td></tr>
<tr><td>Системные уравнения</td><td>$x^2 + px + q = 0$</td><td>$x^2 - px + q = 0$</td><td>$x^2 - px - q = 0$</td><td>$x^2 + px - q = 0$</td></tr>
<tr><td>Расклад сигнатуры</td><td>+ +</td><td>– +</td><td>– –</td><td>+ –</td></tr>
<tr><td>Сводные корни</td><td>$\dfrac{-p + (p^2 - 2^2)^{0.5}}{-p - (p^2 - 2^2)^{0.5}}$
A^{+1}</td><td>$\dfrac{+p + (p^2 - 2^2)^{0.5}}{+p - (p^2 - 2^2)^{0.5}}$
A^{-1}</td><td>$\dfrac{+p + (p^2 + 2^2)^{0.5}}{+p - (p^2 + 2^2)^{0.5}}$
B^{+1}</td><td>$\dfrac{-p + (p^2 + 2^2)^{0.5}}{-p - (p^2 + 2^2)^{0.5}}$
B^{-1}</td></tr>
<tr><td>Системные числа</td><td colspan="2">$S^{+}(p) = A^{+1} + A^{-1}$</td><td colspan="2">$S^{-}(p) = B^{+1} + B^{-1}$</td></tr>
</table>

Так сводные корни уравнения с сигнатурным раскладом «–_+» дает число A^{-1}, обратное числу-отношению A^{+1} корней сопряженного (по номеру № = p) уравнения с сигнатурой «+_+». Аналогично, число-отношение B^{+1} действительных решений уравнения с сигнатурой «–_–» обратно числу B^{-1}, поскольку выражение B^{+1} получается из формулы B^{-1} реверсом всех знаков вне круглых скобок. При этом преобразование A^{+1} в B^{-1} обходится сменой (реверсом) знака между «квадратными» числами p^2 и 2^2 в скобках. То есть, реверс наружных знаков эквивалентен инверсии сводных корней и преобразование A^{+1} в A^{-1} и B^{+1} в B^{-1} можно назвать инверсивно-реверсивным. Причем число B^{+1} связано с A^{-1} реверсом знака в подкоренном выражении.

Как видно, знак в скобках не только влияет на значение $(p^2 \pm 2^2)$, но также обеспечивает селекцию сводных корней по буквам-обозначениям А и В. И действительно, целые числа $S^{+}(p)$ и $S^{-}(p)$ как суммы взаимно обратных дробей образуют ряды, требующие формального обобщения. Поэтому ниже для 26 значений переменного p найдены суммы $A^{+1} + A^{-1}$ и $B^{+1} + B^{-1}$, после чего в таблице выделяются содержательно одинаковые столбцы системных чисел, которые служат данными для построения гистограмм, показывающих зависимость этих чисел от натурального параметра p.

Нетрудно заметить, что системные целые $S^{+}(p) = A^{+1} + A^{-1}$ и $S^{-}(p) = B^{+1} + B^{-1}$ структурно организованы так, что плюс-ряд 2, 7, 14, … на гистограмме апроксимирует линия тренда с уравнением $y = x^2 + 2x - 1$, а минус-ряд -6, -11, -18, … объединяет огибающая с уравнением $y = -(x^2 + 2x + 3)$, где переменное $x = p$, начиная с $p = 2$.





Таким образом, целочисленные последовательности $\{S^+(p)\}$ и $\{S^-(p)\}$ отображают ряд $p = 2, 3, 4, \ldots$ Ведь их элементы можно вычислить по формулам A) $S^+(p) = p^2 + 2p - 1$ и B) $S^-(p) = -(p^2 + 2p + 3)$. Но тогда каждому значению p соответствуют два целых числа, разных по знаку и как бы сдвинутых на $-4 = S^+(p) + S^-(p)$. Причем случай $p = 1$ не является исключением, хотя $S^+(1) = -1$ не отвечает общей сигнатуре ряда $\{S^+(p)\}$.

Сводные корни →	$\dfrac{-p+(p^2-2^2)^{0.5}}{-p-(p^2-2^2)^{0.5}}$		$\dfrac{+p+(p^2-2^2)^{0.5}}{+p-(p^2-2^2)^{0.5}}$		$\dfrac{+p+(p^2+2^2)^{0.5}}{+p-(p^2+2^2)^{0.5}}$		$\dfrac{-p+(p^2+2^2)^{0.5}}{-p-(p^2+2^2)^{0.5}}$	
p	A^{+1}	$A^{+1}+A^{-1}$	A^{-1}	$A^{-1}+A^{+1}$	B^{+1}	$B^{+1}+B^{-1}$	B^{-1}	$B^{-1}+B^{+1}$
1	комплекс	-1	комплекс	-1	-2,618	-3	-0,382	-3
2	1,000	2	1,000	2	-5,828	-6	-0,172	-6
3	0,146	7	6,854	7	-10,908	-11	-0,092	-11
4	0,072	14	13,928	14	-17,944	-18	-0,056	-18
5	0,044	23	22,956	23	-26,963	-27	-0,037	-27
6	0,029	34	33,971	34	-37,974	-38	-0,026	-38
7	0,021	47	46,979	47	-50,980	-51	-0,020	-51
8	0,016	62	61,984	62	-65,985	-66	-0,015	-66
9	0,013	79	78,987	79	-82,988	-83	-0,012	-83
10	0,010	98	97,990	98	-101,990	-102	-0,010	-102
11	0,008	119	118,992	119	-122,992	-123	-0,008	-123
12	0,007	142	141,993	142	-145,993	-146	-0,007	-146
13	0,006	167	166,994	167	-170,994	-171	-0,006	-171
14	0,005	194	193,995	194	-197,995	-198	-0,005	-198
15	0,004	223	222,996	223	-226,996	-227	-0,004	-227
16	0,004	254	253,996	254	-257,996	-258	-0,004	-258
17	0,003	287	286,997	287	-290,997	-291	-0,003	-291
18	0,003	322	321,997	322	-325,997	-326	-0,003	-326
19	0,003	359	358,997	359	-362,997	-363	-0,003	-363
20	0,003	398	397,998	398	-401,998	-402	-0,002	-402
21	0,002	439	438,998	439	-442,998	-443	-0,002	-443
22	0,002	482	481,998	482	-485,998	-486	-0,002	-486
23	0,002	527	526,998	527	-530,998	-531	-0,002	-531

Итак, выражения (A) и (B) служат правилами построения последовательностей, вложенных в функции $y = x^2 + 2x - 1$ и $y = -(x^2 + 2x + 3)$ от непрерывного аргумента x, принимающего целочисленные значения $x = p = 1, 2, 3, ...$ И при $y = 0$ эти функции становятся уравнениями с парными корнями $-1 \pm \sqrt{2}$ и $-1 \pm i\sqrt{2}$. При этом сводные корни $\dfrac{-1+\sqrt{2}}{-1-\sqrt{2}} = \mathrm{C}$ и $\dfrac{-1+i\sqrt{2}}{-1-i\sqrt{2}} = \mathrm{D}$ уравнений $x^2 + 2x - 1 = 0$ и $-(x^2 + 2x + 3) = 0$ в сумме с инверторами C^{-1} и D^{-1} дают два числа: 6 = 2·3 и –(2/3) = 0.666… = 0.(6) соответственно.

Отношение однострочных (p = 1, 2, …) чисел $\mathrm{S}^{+}(p)$ и $\mathrm{S}^{-}(p)$ возведем в квадрат и каждый результат, обозначенный как $(\mathrm{AA{:}BB})^2$ или $(:)^2$ сначала вычтем из единицы, а затем сложим с ней, после чего найдем прямое (1–/1+) и обратное (1+/1–) отношения между суммой $1 + (:)^2$ и разностью $1 - (:)^2$.

A+A^{-1}	B+B^{-1}	(AA:BB)^2	1- (:)^2	1+ (:)^2	1- / 1+	1+ / 1-	p^2	???	p = №
-1	-3	0,111	0,889	1,111	0,80	1,25	→	1	1
2	-6	0,111	0,889	1,111	0,80	1,25	1		2
7	-11	0,405	0,595	1,405	0,42	2,36	→	2	3
14	-18	0,605	0,395	1,605	0,25	4,06	4		4
23	-27	0,726	0,274	1,726	0,16	6,29	→	6	5
34	-38	0,801	0,199	1,801	0,11	9,03	9		6
47	-51	0,849	0,151	1,849	0,08	12,27	→	12	7
62	-66	0,883	0,118	1,883	0,06	16,02	16		8
79	-83	0,906	0,094	1,906	0,05	20,26	→	20	9
98	-102	0,923	0,077	1,923	0,04	25,01	25		10
119	-123	0,936	0,064	1,936	0,03	30,26	→	30	11
142	-146	0,946	0,054	1,946	0,03	36,01	36		12
167	-171	0,954	0,046	1,954	0,02	42,26	→	42	13
194	-198	0,960	0,040	1,960	0,02	49,01	49		14
223	-227	0,965	0,035	1,965	0,02	56,25	→	56	15
254	-258	0,969	0,031	1,969	0,02	64,00	64		16
287	-291	0,973	0,027	1,973	0,01	72,25	→	72	17
322	-326	0,976	0,024	1,976	0,01	81,00	81		18
359	-363	0,978	0,022	1,978	0,01	90,25	→	90	19
398	-402	0,980	0,020	1,980	0,01	100,00	100		20

Видно, что числа $(:)^2$ и (1–/1+) с конверсией $\dfrac{1-(:)^2}{1+(:)^2} = (1-/1+) \leftrightarrow (:)^2 = \dfrac{1-(1-/1+)}{1+(1-/1+)}$

после инверсии или реверса (смены знаков в числителе и в знаменателе) приобретают целые части, объединяемые прогрессиями: квадратичной p^2 для чисел с четными номерами № = $2p$ и нарастающей, члены 1, 2, 6, 12, 20, 30, … которой имеют нечетные номера и значения, равные $p\,(p + 1)$, где p = 1, 2, … И оказывается, что номера № и целые части элементов (1+/1–) связаны. Так p^2 = (чет_№/2)^2, а $a - b = p\ (p + 1)$ состоит из целых скаляров a (*after* = после) и b (*before* = до) возле числа p^2 с разностью, равной его номеру.

Заметим, что любой член ряда $\{p^2\}$, кроме ожидаемого числа $p^2 = 1^2$, равен среднему арифметическому целых чисел $p\ (p + 1)$ выше (*before*) и ниже (*after*). А так как $a - b = 2p$ и $a + b = 2p^2$, то $p^1 = 0.5\ (a - b)$, $p^2 = 0.5\ (a + b)$ и $p^3 = 0.25\ (a^2 - b^2)$. Но три определения $[0.5\ (a - b)]^1 = p$, $[0.5\ (a + b)]^{1/2} = p$ и $[0.25\ (a^2 - b^2)]^{1/3} = p$ натурального числа $p = 2, 3, \ldots$ окружающими его целыми скалярами a и b не распространяются на дробные элементы последовательности {1+/1–} с ненулевыми мантиссами. То есть, способность целого p к определению парой скаляров a и b не свойственна дробным числам ряда (1+/1–), округляемым до p^2. Ведь табличные значения чисел (1+/1–) с «квадратной» целой частью на Δ отличаются от найденных вторым способом, то есть вычислением среднего арифметического предыдущего (b) и последующего (a) членов ряда {1+/1–}.

округлено до целого				по расчетам 1 и 2			
p^2	№	значение	разность	способ 1	$> p^2$	способ 2	Δ
	1	1		1,2500		1,2500	
$1 = 1^2$	2		1	1,2500	1,25		
	3	2		2,3611		2,6563	0,2951
$4 = 2^2$	4		4	4,0625	4,0625		
	5	6		6,2900	→	6,5451	0,2551
$9 = 3^2$	6		6	9,0278	9,027778		
	7	12		12,2704	→	12,5217	0,2513
$16 = 4^2$	8		8	16,0156	16,01563		
	9	20		20,2624	→	20,5128	0,2505
$25 = 5^2$	10		10	25,0100	25,01		
	11	30		30,2583	→	30,5085	0,2502
$36 = 6^2$	12		12	36,0069	36,00694		
	13	42		42,2559	→	42,5060	0,2501
$49 = 7^2$	14		14	49,0051	49,0051		
	15	56		56,2544	→	56,5045	0,2501
$64 = 8^2$	16		16	64,0039	64,00391		
	17	72		72,2535	→	72,5035	0,2500
$81 = 9^2$	18		18	81,0031	81,00309		
	19	90		90,2528	→	90,5028	0,2500
$100=10^2$	20		20	100,0025	100,0025		

Особое внимание обратим на тот факт, что упорядоченные множества $\{S^+(p)\}$ и $\{S^-(p)\}$ целых чисел, разных по знаку, а по значению сдвинутых на $S^+(p) + S^-(p) = -4$, выделяют случай $p = 1$, когда $S^+(1) = -1$, что не соответствует сигнатуре других членов «положительного» ряда $\{A^{+1} + A^{-1}\} \equiv \{S^+(p)\}$ как арифметической прогрессии с шагом, нарастающим по тому же закону, что определяет ряд $\{B^{+1} + B^{-1}\} \equiv \{S^-(p)\}$ с началом –3.

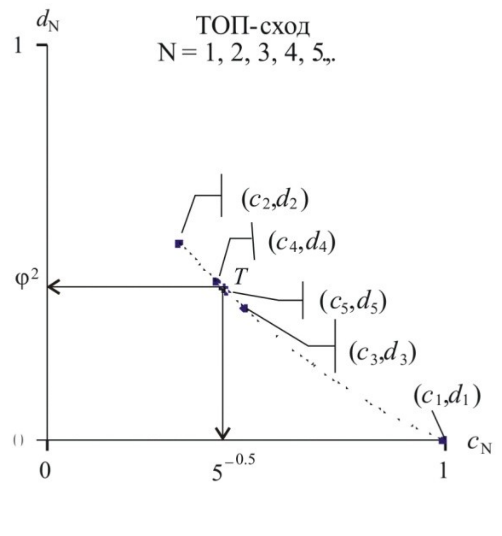
То есть, в первых столбцах предшествующей таблицы представлены арифметические ряды, члены которых, начиная с -1 и -3, определены возрастающим шагом $2p + 1$, что напоминает ускоренное скольжение по ребру тетраэдра. При этом вершина пирамиды занята числами $a = 2.36(1)$ и $b = 1.25$, такими, что $a \approx 10\,\varphi^3$ и $\varphi^{-1} = 0.5 + \sqrt{b}$.

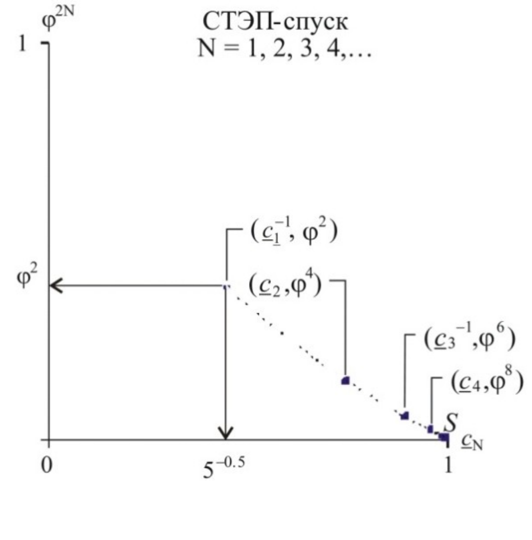
УЛЬТРАПИРАМИДАЛЬНЫЕ СВЯЗИ СИСТЕМНЫХ СКАЛЯРОВ							
1-/1+	1+/1-	нечет	сп 2: знач	обр	сум	сп 2: форма	разн
0,8	**b** = 1,25		**0,(5)**	1,8	**2,3(5)**	0,005(a - b) =	**0,00(5)**
0,8	**1,25**	(a + b) : 2	= 1,80(5)	0,5538(5)	2,3594…	0,5 (a + b) =	1,80(5)
0,42353	**a** = 2,36(1)		1,0030…	0,99692…	2,0000…	0,25 (a^2 - b^2) =	1,0030…
0,24615	4,0625		**0.5(a - b) + 2/(a - b) = -a + 0.5(a - b)/100; a - b = 1.(1)**				
0,15898		6,29					
0,11077	9,02778		a-*after*	обр	отн 1	обр	b-*before*
0,08150			**2,36(1)**	0,42353…	1,17777…	0,8	**1,25**
0,06244	16,01563				1,17969…		
0,04935				отн 2	1	обр отн 2	
0,03998	25,01			0,998364…	+ 2 +	1,001638…	
0,03305							
0,02777			$(0,(5))^2$	сум/разн	сум	разн	$(0,(5))^3$
0,02367			0,30864…	3,5	0,48011…	0,13717…	0,17147…
0,02041		**6,29**		разн/сум	1/сум	1/разн	
0,01778		**7,29**		0,28571…	2,08285…	7,29	
0.5 + $1.25^{0.5}$ =							
1.618…		2,08285714285714285714285714… = **А**				**А** = 0.01**Б** + 2,08	
$1.25^{0.5}$ = 0.5×$5^{0.5}$		0,285714285714285714285714… = **Б**					

Арифметическая форма $0.5 + (1 + 0.5^2)^{0.5}$ числа $\varphi^{-1} = 1.618\ldots$, как изящная конструкция из единиц и двоек вида $(1/2)^1 + [1 + (1/2)^2)]^{1/2}$, найдена способом, развитие которого можно проследить в подробностях, вернувшись к началу изложения. И нельзя не заметить, что $(1/2)^{-1} + [1 + (1/2)^{-2})]^{1/2} = \varphi^{-3} = 4.236\ldots$ А это выделяет числа $\varphi^{+1} = 0.618\ldots$ и $\varphi^{+3} = 0.236\ldots$, такие, что $\varphi^{-1} + \varphi^{+1} = 2 + \varphi^{+3}$ и $\varphi^{-3} - \varphi^{+3} = 4$. И кроме того $\varphi^{-3} - \varphi^{-1} = \varphi^{-2}$ или $\varphi^{+1} - \varphi^{+3} = \varphi^{+2}$. К этому добавим факт конверсии скаляров φ^1 и φ^3, означающий их перестановку вида $\frac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1} = \varphi^3 \leftrightarrow \varphi^1 = \frac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$ или сокращенно ($\varphi^3 \leftrightarrow \varphi^1$).

Но неожиданный поворот от определения константы $\varphi^{+1} = 0.618\ldots$ как предела отношения соседних чисел Фибоначчи и от представления $\varphi^{-1} = 1.618\ldots$ подходящей дробью с неограниченным количеством приближений обязывает считать число $\varphi^{-1} = 1 + \varphi^{+1}$ атрибутом математической системы, контур которой выходит за рамки классической теории чисел, но еще не замкнут, а лишь намечен фактами, не вызывающими сомнения. Однако уже сейчас следует искать и подбирать термины, адекватно отражающие особенности определяемой системы, предварительно именуемой секстетным исчислением. Ведь математический объект • $1 \setminus a \setminus b \setminus c \setminus d \setminus 2$ •, состоящий из шести чисел и четырех обычных арифметических операций, дополненных инверсией и конверсией, не единственная структура, объединяющая числа, называемые вещественными. Похожая структура свойственна объединению рядов Фибоначчи и Люка, а также геометрической прогрессии $\{\varphi^{p}\}$ с «золотым» основанием, где $p = 1, 2, 3, \ldots$

Вспомним правила $\mathrm{F}_p = 5^{-0.5}[\varphi^{-p} - (-1)^k \varphi^{+p}]$ и $\mathrm{L}_p = \varphi^{-p} + (-1)^k \varphi^{+p}$, известные как формулы Бине. Здесь $k = 1$ при нечетном p и $k = 2$ при четном. Как известно, первая формула определяет числа Фибоначчи, образующие рекурсивный ряд 1, 1, 2, 3 …, F_p, …, а вторая генерирует числа Люка 1, 3, 4, 7, …, L_p, … такие, что $\mathrm{L}_p = \mathrm{F}_{p-1} + \mathrm{F}_{p+1}$. А так как $\mathrm{F}_p = \mathrm{F}_{p+1} - \mathrm{F}_{p-1}$, то $\dfrac{\mathrm{F}_p}{\mathrm{L}_p} = \dfrac{1 - \mathrm{F}_{p-1}/\mathrm{F}_{p+1}}{1 + \mathrm{F}_{p-1}/\mathrm{F}_{p+1}}$ есть рациональная дробь из ряда со свойством конверсии отношений $\dfrac{\mathrm{F}_p}{\mathrm{L}_p}$ и $\dfrac{\mathrm{F}_{p-1}}{\mathrm{F}_{p+1}}$. И если $1 - \mathrm{F}_{p-1}/\mathrm{F}_{p+1} = a_p$ и $1 + \mathrm{F}_{p-1}/\mathrm{F}_{p+1} = b_p$, то контрсимметричные скаляры a_p и b_p вместе с конверсивными числами $c_p = \dfrac{a_p}{b_p} = \dfrac{1 - d_p}{1 + d_p}$ и $d_p = \dfrac{b_p - a_p}{2}$ объединяются в секстет ♦ $1 \setminus a_p \setminus b_p \setminus c_p \setminus d_p \setminus 2$ ♦ с выборочными значениями элементов, включенными в континуум, где дробные члены $a \in [1,0)$, $b \in [1,2)$, $c \in [1,0)$ и $d \in [0,1)$, принадлежащие интервалу от 0 до 2, «склеены» аксиомой непрерывности, чуждой секстетному исчислению, основанному на юнитной дихотомии и контрсимметричном диарезисе особого числа $2 = a + b = (1 + c^{+1})(1 + d) = (1 + c^{-1})(1 - d)$.





Представим взаимозависимость $c_p \leftrightarrow d_p$ графически, вычисляя d_p по формуле $d_p = \frac{1-c_p}{1+c_p}$ при натуральных p = N, начиная с N = 1. Тогда в осях $x = c$ и $y = d$ получим распределение точек (c_N, d_N), сходящихся к пункту T ($5^{-0.5}$, φ^2) дуги конверсии так, что точки с четными номерами спускаются к T сверху из крайней позиции (c_2 = 1/3, d_2 =1/2), а точки с нечетными номерами поднимаются к T от начального пункта (c_1 = 1, d = 0) .

Как видно, графическое представление секстета \♦\ задают точки с координатами, отвечающими перекрестной рекурсии целочисленных рядов Фибоначчи 1, 1, 2, … F_N, … и Люка 1, 3, 2^2, …, L_N, … с общими элементами 1 и 3. Причем $\frac{F_N}{L_N} = \frac{1}{1}$, когда N = 1, а $\frac{F_2}{L_2} = \frac{1}{3}$ и $\frac{F_3}{L_3} = \frac{1}{2}$. А так как при N = 2 и N = 3 конверсии $c_N \leftrightarrow d_N$ неразличимы, то их надо рассматривать как одну, не делая различий между наименованиями конверсивных чисел c_N и d_N. Это сужает круг поиска существенных фактов секстетного исчисления и позволяет выделить его особенности по сравнению с обычной арифметикой.

Итак, секстетная структура \♦\ из единицы, двойки и дробей-отношений чисел Фибоначчи и Люка отличается от секстета общего вида \•\ дискретностью элементов и тем, что точки симметричной дуги равнобочной гиперболы с координатами $c_N = \frac{1-d_N}{1+d_N}$ и $d_N = \frac{1-c_N}{1+c_N}$ стремятся к пункту T ($5^{-0.5}$, φ^2) сверху и снизу соответственно для четных и для нечетных номеров N = 1, 2, 3, ... Такой вид сходимости точек назовем ТОП-сходом.

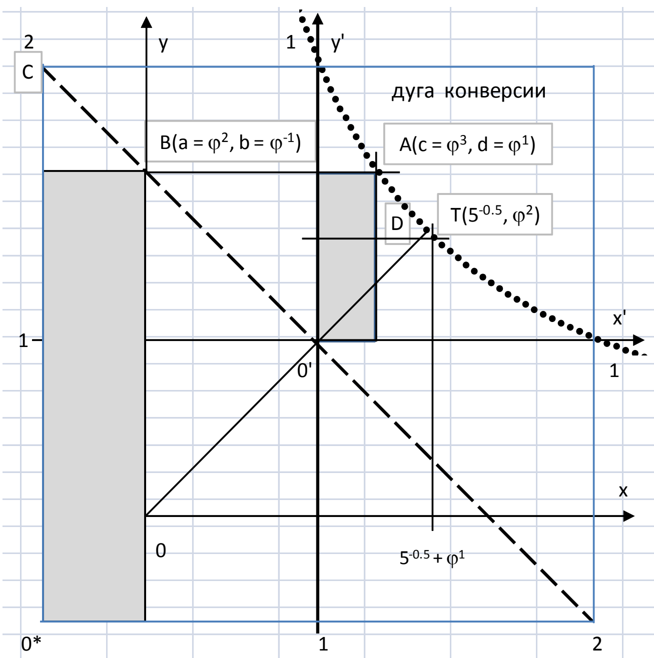
Покажем, что графическое оформление другого секстета ♥$1 \backslash \underline{a}_N \backslash \underline{b}_N \backslash \underline{c}_N \backslash \underline{d}_N \backslash 2$♥ составляют точки, координаты которых отвечают контрсимметрии, конверсии и другим действиям с числом φ = 0.618… в целой степени.

Заметим, что из определений $F_N = 5^{-0.5}[\Phi^N - (-1)^k \varphi^N]$ и $L_N = \Phi^N + (-1)^k \varphi^N$, где $k = 1$ при нечетных N и $k = 2$ при четных, связанных с числами Фидия φ = 0.618… и Φ = 1.618…, следует, что $c_N = \frac{F_N}{L_N}$ после умножения на $5^{-0.5}$ равно $\frac{\Phi^N - (-1)^k \varphi^N}{\Phi^N + (-1)^k \varphi^N} = \frac{1-(-1)^k \varphi^{2N}}{1+(-1)^k \varphi^{2N}}$, где числитель и знаменатель контрсимметричны относительно единицы. При этом числа $\underline{d}_N = (-1)^k \varphi^{2N}$ и $\underline{c}_N = \frac{F_N}{L_N}\sqrt{5}$ конверсивны: $\frac{1-\underline{c}_N}{1+\underline{c}_N} = \underline{d}_N \leftrightarrow \underline{c}_N = \frac{1-\underline{d}_N}{1+\underline{d}_N}$.

Видно, что при четных N число $\underline{c}_{\mathrm{N}} = \frac{\mathrm{F_N}}{\mathrm{L_N}}\sqrt{5}$ меньше единицы, а при нечетных больше нее. То есть, перемену знака у единицы в записи числа-отклонения $\underline{d}_{\mathrm{N}} = (-1)^k \varphi^{2\mathrm{N}}$ сопровождает реверс знака в показателе степени 2N и, значит, скаляры $\underline{a}_{\mathrm{N}} = 1 - \underline{d}_{\mathrm{N}}$ и $\underline{b}_{\mathrm{N}} = 1 + \underline{d}_{\mathrm{N}}$, такие, что $\frac{\underline{a}_{\mathrm{N}}}{\underline{b}_{\mathrm{N}}} = \underline{c}_{\mathrm{N}}$, обмениваются позициями с контрсимметрией относительно единицы и при $\mathrm{N} \to \infty$ скачкообразно приближаются к ней, соблюдая тождество $\underline{a}_{\mathrm{N}} + \underline{b}_{\mathrm{N}} = 2$. При этом число 2 равно произведению $(1+\underline{c}_{\mathrm{N}})(1+\underline{d}_{\mathrm{N}})$ при четных N. А когда номер N нечетный, то для сохранения привязки виртуальных точек к симметричной дуге равнобочной гиперболы надо воспользоваться обратным (инверсным) значением $\underline{c}_{\mathrm{N}}$. После этого гиперболическое распределение точек с ординатами $\underline{d}_{\mathrm{N}} = \varphi^{2\mathrm{N}}$ имеет характер стремления к конечному пункту S (1,0) из начальной позиции T ($5^{-0.5}$, φ^2). Назовем этот процесс СТЭП-спуском.

А теперь визуализируем секстет \•\ общего вида, где вещественные скаляры $a = 1 - d$ и $b = 1 + d$ контрсимметричны, а действительные числа $c = \frac{a}{b} < 1$ и $d < 1$ конверсивны. Причем $a \in [1,0)$, $b \in [1,2)$, $c \in [1,0)$ и $d \in [0,1)$, где $a + b = 2$ и $c \leftrightarrow d$.

В графическом представлении связь дробных скаляров a и b задана, поскольку они служат абсциссой и ординатой точки $B(a, b)$ отрезка C0' как половины диагонали квадрата со стороной в две единицы. При этом c и d координируют точку $A(c, d)$ равнобочной гиперболы, часть которой между пунктами (0,1) и (1,0) назовем дугой конверсии. Ясно, что характерная точка A ($x' = c = \varphi^3$, $y' = d = \varphi^1$) на $1 + \varphi^1$ удалена от нижней стороны квадрата 2×2 и отстоит на $1 + \varphi^3 = \varphi^3 + \varphi^2 + \varphi^1$ от его левой стороны. И в системе (x, y), оси которой служат асимптотами ветвей гиперболы за пределами дуги конверсии, та же точка имеет координаты $x_A = \varphi^3 + \varphi^1$ и $y_A = 2\varphi^1$.



Заметим, что координаты $a = \varphi^2$ и $b = \varphi^{-1}$ точки B в сторонах квадрата 2×2 при перемножении дают площадь размером φ^1, в φ^{-3} раз большую площади φ^4 меньшего из двух затененных прямоугольников. Как видно, целые степени φ могут быть площадями.

Но если секстетные числа a, b, c, d относятся к действительным, то есть принадлежат континууму и как числа-точки отвечают геометрической аксиоме непрерывности, то среди них есть элементы a_N, b_N, c_N и d_N, дискретные по показателю следования (номеру) N = 1, 2, ..., которые вместе с целыми 1 и 2 входят в секстет $\blacklozenge\, 1\backslash a_N \backslash b_N \backslash c_N \backslash d_N \backslash 2 \,\blacklozenge$, образуя замкнутую структуру $\backslash\blacklozenge\backslash$ из чисел, попарно связанных контрсимметрией ($a \leftarrow 1 \rightarrow b$) с контркоммутацией ($a \rightarrow\leftarrow b$), конверсией ($c \leftrightarrow d$), простой инверсией ($\uparrow c\downarrow$) и реверсом ($\leftarrow\uparrow d$) в форме $c = \dfrac{a}{b} = \dfrac{1-d}{1+d}$. Причем инверсию числа c дополняет бинарная инверсия ($\uparrow\uparrow$) или перемена местами двучленов в числителе и знаменателе, равноценная реверсу как смене знаков при d на противоположные. При этом бинарные формы $1 = \varphi^{+1} + \varphi^{+2}$ и $2 = \varphi^{-1} + \varphi^{+2}$ со слагаемым φ^{-1} или φ^{+1} общего числа φ^2 связаны одной-единственной операцией ($\uparrow\varphi\downarrow$), позволяющей различать числа 2 и 1.

Свойства и отношения шести элементов секстета общего вида $\bullet 1\backslash a\backslash b\backslash c\backslash d\backslash 2\bullet$ зафиксированы в таблице 1, где разнонаправленными стрелками иероглифически обозначены операции с буквенными представлениями чисел и знаками «плюс» и «минус», используемыми обычной арифметикой в качестве символов арифметических действий.

Заметим, что теоремы о ТОП-сходе и СТЭП-спуске особо выделяют точку T с абсциссой $5^{-0.5}$ и ординатой φ^2, где радикал $\sqrt{5} = \varphi + \Phi = \Phi^2 - \varphi^2$, как сумма первых двух степеней фидиевых скаляров φ и Φ является числом первостепенным, а как разность их квадратов будет числом второстепенным. И такой же двойственностью обладает число φ^3, равное разности $\varphi^1 - \varphi^2$, и в то же время имеющее вид разности квадратов $(\varphi^1)^2 - (\varphi^2)^2$ двух оснований – первостепенного φ^1 и квадратичного φ^2.

Как видно, вычисление φ^3 по формулам $\varphi^1 - \varphi^2$ и $(\varphi^2)^1 - (\varphi^2)^2$ нельзя считать однозначным из-за различия оснований (или φ^1 или φ^2) степеней 1 и 2.

Двойственность скаляра $\varphi^3 = 0.236\ldots$ по основанию (и φ^1 и φ^2) его слагаемых выглядит особенностью бинарной арифметики, где сложение-адиция, вычитание-субстракция, умножение-мультипликация и деление-дивизия не нацелены на результат. Кроме того, алгебра целых степеней константы φ непоправимо расходится с геометрией, расчетную базу которой принято считать безупречной.

Пусть левая и нижняя стороны квадрата 2×2 будут осями декартовых координат обычной ориентации, совпадающей с направлениями осей x, x' и y, y' других систем. При этом штрихованые оси x' и y' пересекают гиперболу в точках, ограничивающих дугу конверсии, а оси x и y служат асимптотами ее ветвей, уходящих в бесконечность.

Казалось бы, выбор единицы геометрических построений обусловлен делением площади 2×2 на четыре квадрата 1×1, в одном из которых находится дуга конверсии с точкой D посередине. Ясно, что вершина D находится на расстоянии $0D = 2^{0.5}$ от начала 0 асимптотических координат и принадлежит диагонали квадрата 2×2. Причем центр ТОП-схода (он же старт *S*-спуска) находится от оси x на расстоянии $1^* = \varphi^2 + \varphi^1$. При этом y-координата головной точки D дуги конверсии по равна 1. И получается, что расчетная единица 1^* и геометрический масштаб 1 одинаковы лишь формально, так как фактически (по построению) расстояния от D и от T до асимптотической оси x не одинаковы.

Парадокс формально-алгебраического совпадения и геометрически очевидного неравенства y-координат точек D и T в асимптотических осях дополним тремя примерами того, как противоречивы разделы элементарной математики, называемые алгеброй, геометрией и тригонометрией.

Сейчас нет сомневающихся в том, что число Непера $e = 2.71\ldots$, число $\pi = 3.14\ldots$, мнимая единица $i = \sqrt{-1}$ и число Фидия $\varphi = 0.61\ldots$ принадлежат единственно возможной математической системе и, значит, привязаны к одной единице, пусть неопределенной, но подразумеваемой при том, что никто не намерен ее искать. Пусть даже к этому призывает тождество $e^{i\pi} = -1$ с двумя единицами – мнимой и отрицательной, которые связаны определением $(-1)^{0.5} = i$ и дополнены условием $(-1)^2 = +1$ с продолжением $-1 = (+1)^{0.5}$.

Как видно, в науке есть проблема, называемая е-пи-и-фи-нишной с намеком на то, что она является конечной для аксиоматической математики, основанием которой служит понятие натурального числа, необходимого арифметике наряду с понятием арифметического действия.

Образно говоря, в архипелаге с древним названием «Математика» затерялся маленький остров, на который иногда высаживаются любители задаром поразмышлять над проблемами или сформулированными века назад, или игнорируемыми учеными, привыкшими решать сложные задачи сложными методами. То есть, на гору вулканического происхождения посередине острова Епифинишный не раз пытались взобраться одинокие туристы-дилетанты. Однако никто из них не смог дойти до кратера с намерением заглянуть в него до начала извержения. Но сейчас e, π, i, φ-проблемой начинают интересоваться специалисты, заметившие, что число Фидия φ все чаще и чаще проявляется в физике, на что настойчиво указывает так называемая Математика Гармонии, пытающаяся собрать известные факты в систему, не противоречащую науке.

Но попытка навязать математике схему с основанием из «золотого» числа φ безуспешна хотя бы потому, что не хватает фактов, на которые можно опереться, вставая на цыпочки с намерением расширить свой кругозор.

Математическая система, построенная на фактах, названа «секстетным исчислением» потому, что оперирует понятием секстета как математического объекта из шести чисел, связанных шестью арифметическими операциями. А развитие секстетного исчисления приводит к конструкциям из трех цифр (1, 2 и 3), одной буквы (φ) и трех символов («+», «–» и « / »), обозначающих операции сложения, вычитания и деления при том, что в тождества $\varphi^{-1} = \frac{1}{2} + [1 + (\frac{1}{2})^2]^{1/2}$ и $\varphi^{-3} = 2 + (1 + 2^2)^{1/2}$ заложена операция обращения или инверсия, вызываемая сменой знака целого числа 1, 2 и 3 в показателе степени. И той же инверсией связаны основные скаляры $1 = \varphi^{+1} + \varphi^{+2}$ и $2 = \varphi^{-1} + \varphi^{+2}$.

Но еще лаконичнее выглядит «высшая арифметика», оперирующая четырьмя символами, два из которых (1 и φ) имеют смысл чисел, а два других («+» и «–») не только обозначают операции в тождествах $(+1) = \varphi^{+1} + \varphi^{+1}\varphi^{+1}$, $(+1) + (+1) = \varphi^{-1} + \varphi^{+1}\varphi^{+1}$, $(-1) = \varphi^{+1} - \varphi^{-1}$ и $(-1) + (-1) = \varphi^{+1} - \varphi^{-1}\varphi^{-1}$, но также служат сигнатурой единичного показателя степени числа φ, определяющей его инверсию как математическое действие.

Ясно, что перемножение $(+1)$ и (-1) дает тождество $\varphi^{+1} = \varphi^{+1}\varphi^{+1} + \varphi^{+1}\varphi^{+1}\varphi^{+1}$, а произведение удвоенных единиц $[(+1)+(+1)]$ и $[(-1)+(-1)]$ разной сигнатуры равно числу $(-1)+(-1)+(-1)+(-1) = \varphi^{+1}\varphi^{+1}\varphi^{+1} - \varphi^{-1}\varphi^{-1}\varphi^{-1}$. При этом триплеты $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ и $2^2 = \varphi^{-3} - \varphi^3$ указывают на важность трех степеней константы φ и имеют геометрическую интерпретацию [2], требуя ввести в обычную арифметику единицы 1^1 и 1^2 со смыслом площадей, связанные так, что $1^2 = 2 \times 1^1$.

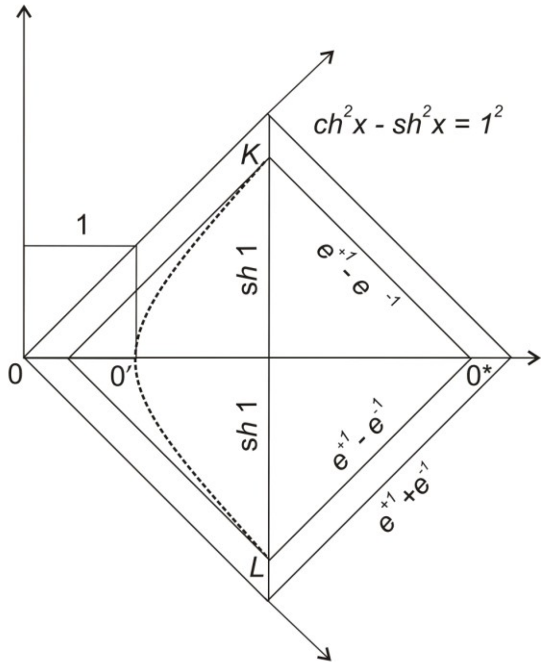
«Высшая арифметика» базируется на сведениях, по-отдельности принадлежащих геометрии, алгебре и тригонометрии, слагающим элементарную математику. Но логика «высшей арифметики» принципиально иная. В ее фундаменте нет аксиомы непрерывности и других постулатов, положенных в основание классической системы. При этом «высшая арифметика», как и элементарная математика, занимается представлением геометрических форм алгебраическими формулами. И этим она связана

- с геометрией, теоремы которой доказаны для букв, перевод которых в числа невозможен без масштабной единицы, до сих пор не имевшей определения;
- с алгеброй, дошедшей до крайностей вроде плюс- и минус-бесконечностей с нулем посередине вещественной оси, пронзающей континуум стрелой-единицей из поштучного счета;

- с тригонометрией, разделенной на две части, одна из которых называется круговой и работает с числом π и его долями в радианном измерении, а другая, именуемая гиперболической, принимает за основание число e, как и π вряд ли сравнимое с единицами тождества $e^{i\pi} = -1$.

Но кроме фактов, давно известных в элементарной математике, «высшая арифметика» исходит из ее внутренних противоречий, таких как геометро-тригонометрический парадокс (ГТП), алгебро-арифметический казус (ААК) и арифмо-геометрическая антиномия (АГА).

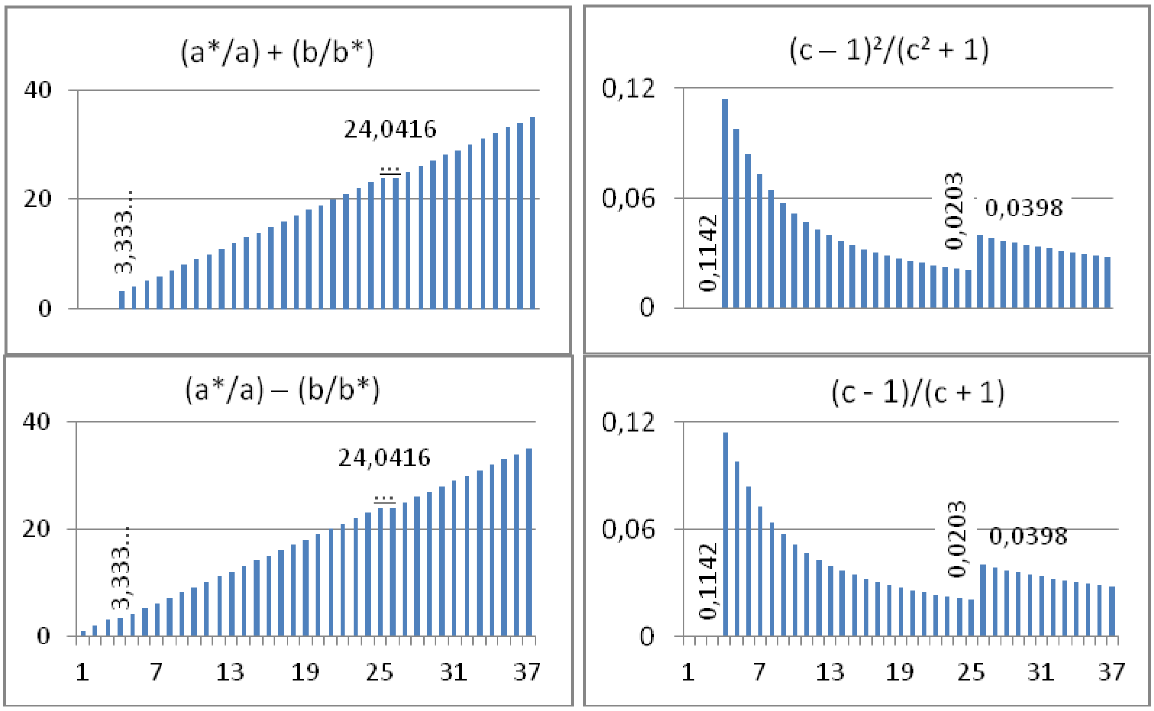
ГТ-парадокс лежит в рамке из двух квадратов - внешнего (1) и внутреннего (2), стороны которых отличаются длинами $e^{+1}+ e^{-1}$ и $e^{+1}- e^{-1}$. Пусть диагонали квадратов с параллельными сторонами ориентированы по осям координатной системы (x, y) с началом 0 в левой вершине внешнего квадрата, где пересекаются его стороны, принадлежащие биссектрисам 1-го и 4-го квадрантов. Ясно, что биссектрисы являются асимптотами гиперболы *) $\mathrm{ch}^2 x - \mathrm{sh}^2 x = 1$, вершина $0'$ которой находится в точке (1, 0). При этом дуга $K0'L$ линии (*) лежит в квадрате (2) и соединяет его вершины $K\,(\mathrm{ch}\ 1,\ \mathrm{sh}\ 1)$ и $L\,(\mathrm{ch}\ 1,\ -\mathrm{sh}\ 1)$, совпадающие с точками $K\,(e^{-1}, e^{+1})$ и $L\,(e^{+1}, e^{-1})$ асимптотических осей x' и y', повернутых относительно осей системы (x, y) на угол 0.25π по часовой стрелке.



Очевидно, что хорда KL гиперболы (*) имеет тригонометрическую длину 2sh1 и служит диагональю квадрата (2), где она, как гипотенуза треугольника $K0{*}L$ с катетами $e^{+1}- e^{-1}$, согласно теореме Пифагора обладает длиной $(e^{+1} - e^{-1})\sqrt{2}$, что не соответствует принятому определению $\mathrm{sh}\,x = \dfrac{e^{+x} - e^{-x}}{2}$, откуда при $x = 1$ следует $2\mathrm{sh}\ 1 = e^{+1} - e^{-1}$. Более того, равенство между гипотенузой и катетом пифагоровой фигуры $\Delta K0{*}L$, невозможное в геометрии, в арифметическом смысле означает $2 = \sqrt{2}$, что тоже исключено.

АА-казус возникает при сравнении квазифункций (то есть, функций с дискретным аргументом) и состоит в том, что одинаковость графических форм не предполагает совпадения алгебраических выражений из-за противоречий арифметического характера, вытекающих из $\mathrm{a/b} = \mathrm{a^*/b^*} = (\mathrm{C_N} - \mathrm{C_ф})/(\mathrm{C_N} + \mathrm{C_ф})$ и $\mathrm{c} = \mathrm{C_N/C_ф}$, где натуральные числа

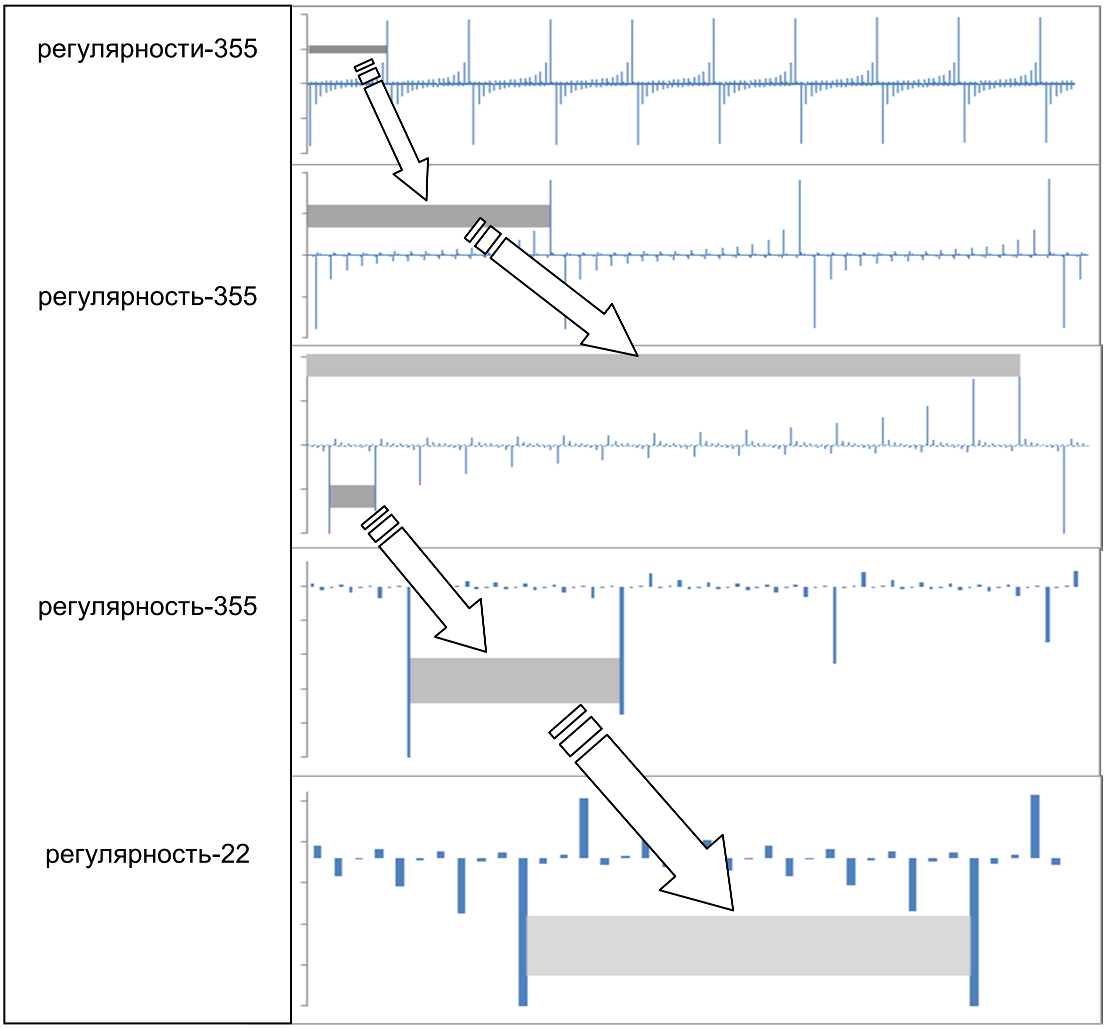
C_N и $C_ф$ выбраны согласно условию $C_N^2 - C_ф^2 = ab$. И этот выбор не соответствует тому, что из $(c - 1)^2/(c^2 + 1) = (c - 1)/(c + 1)$ следует $C_N^2 + C_ф^2 = C_N^2 - C_ф^2$, что невозможно как при целых, так и при других действительных значениях C_N и $C_ф$.



АГ-антиномия показывает, что никакой фрагмент числовой прямой не делится пополам, то есть не содержит строго одинаковых частей, каждая из которых позволяла бы снабдить координатные оси метками со смыслом натуральных чисел, получаемых сложением единиц. А это значит, что гипотезой континуума не предусмотрен общий масштаб пространственных и временных измерений при том, что пространство-время теоретической физики вроде бы оснащено 4-мерным интервалом единичной длины.

Третьей опорой «высшей арифметики» как системы, расставившей факты геометрии, алгебры и тригонометрии в новом и строгом порядке, являются связи, не замеченные раньше из-за отсутствия в прежние времена вычислительных устройств, позволяющих анализировать большие массивы чисел в поисках закономерностей их устройства. А такие закономерности есть, они выявлены «высшей арифметикой» с помощью *Excel* и подтверждают эффективность ее приемов и методов изучения математических объектов. Причем объектом исследований, выводимым из оперативной памяти компьютера на монитор, является числовая последовательность, строение которой таково, что ее элементы от первого до крайнего пронумерованы членами натурального ряда N = 1, 2, …, используемыми в качестве аргумента квазифункции *cap*N (от англ. *charge* – стоимость, *account* – счет и *price* – цена).

На гистограмме *cap*N со значениями *tg*N при аргументах от N = 1 до $N = N_{max}$, заметна регулярность разных по знаку пиковых «выбросов», между которыми с равным шагом расположены пики поменьше, размер которых в области положительных значений тангенс-функтора *tg*N возрастает и убывает в области отрицательных.



Но если построить гистограмму *tg*N, урезая амплитуды пиковых выбросов с большим (355 номеров) и коротким (22 номера) шагами, то по мере роста масштаба в рисуночном представлении кругового тангенса с натуральным аргументом проявятся более мелкие структуры из низких «шпал», огибаемых кривыми неизвестной формы. И таких неизвестностей на пути «высшей арифметики» не одна и не две. Их присутствие указывает на необходимость разделения значений тангенс-функтора на фракции, что структурирует ровный строй натуральных чисел арифметическими рядами с шагом 3.

Необходимость модификации элементарной тригонометрии продиктована тем, что последовательность {*tg*N} распадается на три фракции, элементы которых отличаются, например, символами [+], [–] и [7] наподобие размерностей физических величин, хотя тринарная сигнатура тангенсов нужна для удобства их распознавания-сортировки и может быть другой потому, что знаки «+» и «–» лишены смысла бинарных операций.

В рамках «высшей арифметики» установлено, что каждой из трех фракций ценовой последовательности {*tg*N} свойственны регулярности элементов с номерами, например, принадлежащими короткому (из семи членов) арифметическому ряду с шагом 3. При этом любое натуральное число A_n, начиная с $A_1 = 3$, можно представить в виде суммы C [7] + D [+] + E [–], где C, D и E выражают количество членов соответствующей фракции среди чисел до A_n. В терминологии, востребованной «высшей арифметикой», скаляр $A_n =$ $= B_n + C_n$, первый в целочисленном наборе $A_n \setminus B_n \setminus C_n \setminus D_n \setminus E_n$, определен как «бригадир», а возглавляемый им ряд $\{A_nN\}$ назван шеренгой.

Все термины функторной арифметики введены по ходу изложения, то есть понятны в контексте [3]. А расчетные и графопостроительные работы, выполненные *Excel*, можно повторить в программе с расширенными возможностями.

Возвращаясь назад, вспомним, что целочисленные ряды $\{F_N\}$ и $\{L_N\}$ Фибоначчи и Люка с N = 1, 2, … допускают секстетное структурирование, начатое выделением секстета \•\ в континууме действительных чисел от 0 до 2. Но $\blacklozenge\, 1 \setminus a_N \setminus b_N \setminus c_N \setminus d_N \setminus 2 \,\blacklozenge$ и $\heartsuit\, 1 \setminus \underline{a}_N \setminus \underline{b}_N \setminus \underline{c}_N \setminus \underline{d}_N \setminus 2 \,\heartsuit$ состоят из дискретных элементов, которым свойственны контрсимметрия с конверсией как гиперболическим распределением точек из чисел-отношений и чисел-отклонений.

Убедимся, что целые 1 и 2 в секстетах \♦\ и \♥\ не одинаковы, о чем говорят «двойняшки» или неоднозначные единицы: дихотомическая $1 = \frac{2}{1+d} - \frac{1-d}{1+d}$ при $d = 0$ и предельная $\frac{2}{1-d} - \frac{1+d}{1-d} \to 1^*$, когда $d \to 1$ и в итоге $1^* = \infty - \infty$. Кроме того, есть два представления двойки: $2 = a + b$ и $2 = b + a$, что следует из $c^{+1} = \frac{2}{b} - 1$ и $c^{-1} = \frac{2}{a} - 1$, где $c = \frac{a}{b} = \frac{1-d}{1+d}$ двойственно подобно тому, как «золотая» пропорция *гео*) $\frac{a}{b} = \frac{b}{e}$, где $e = a + b$, при бинарном $b = e - a$ принимает арифметическую форму $e^2 - 3ea = a^2$. Сопоставим ее с квадратным уравнением *алг**) $x^2 - 3x + 1^2 = 0$ при $e = 1$ или $a = 1$, действительные корни $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ которого инверсивны: $a_1 = e_1 = \varphi^{-2}$ и $a_2 = e_2 = \varphi^2$. Их подстановка в уравнение (*алг**) порождает тождества $\varphi^{-4} - 3\varphi^{-2} = -1^2$ и $\varphi^4 - 3\varphi^2 = -1^2$ с мнимой единицей $i = \sqrt{-1}$ на месте обычной, что не дает потеряться ее второй степени.

Накопленных сведений достаточно для того, чтобы разобраться с проблемой «двойняшек», которая отчетливо проступает в следующем расчете.

Вспомним, что по определению элементов и операций секстета общего вида \ • \ (*см. таблицу* 1) числу-отношению $c^{+1} = \frac{a}{b} = \frac{1-d}{1+d} = c^{+}$ сопутствует инвертор $c^{-1} = c^{-}$, получаемый из $c^{+}\in(1{,}0)$ либо простой инверсией ($\uparrow 1\downarrow$) относительно 1, либо бинверсией ($\uparrow\uparrow$), равноценной реверсу ($\leftarrow\uparrow$) знака перед числом-отклонением $d=\dfrac{1-c}{1+c}$. Ясно, что $c^{-}>c^{+}$ и $\dfrac{c^{-}-c^{+}}{c^{-}+c^{+}}=\dfrac{1-c^{+}/c^{-}}{1+c^{+}/c^{-}}=\dfrac{1-c*}{1+c*}=d*\in(0{,}1)$, где $c*=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{2}\in(1{,}0)$. Но квадратичность $c*$ обязывает и $d*$ и единицу считать числами второстепенными, отличающимся от d и 1 в формуле $c=\dfrac{1-d}{1+d}$ и значением и семантически.

Итак, пропорция $\dfrac{c^{+}}{c^{-}}=\dfrac{a^{2}}{b^{2}}$ дает основание отнести скаляры c^{+} и c^{-} к числам второй степени. И по определению $c^{+1}=\dfrac{2}{b}-1=c^{+}$ и $c^{-1}=\dfrac{2}{a}-1=c^{-}$будет $\dfrac{c^{+}}{c^{-}}=\dfrac{a^{2}}{b^{2}}$. Причем из $\dfrac{c^{-}-c^{+}}{c^{-}+c^{+}}=\dfrac{(2/a)-1-(2/b)+1}{(2/a)-1+(2/b)-1}=\dfrac{b-a}{1}$ при $1=\dfrac{a+b}{2}$ будет $2\dfrac{b-a}{a+b}=2\dfrac{1-a/b}{1+a/b}=2\dfrac{1-c}{1+c}=2d\in(0{,}1)$.

Как видно, $\dfrac{c^{-}-c^{+}}{c^{-}+c^{+}}=\dfrac{(b/a)-(a/b)}{(b/a)+(a/b)}=\dfrac{b^{2}-a^{2}}{b^{2}+a^{2}}=d*$ по линии квадратов, тогда как по первой линии $\dfrac{c^{-}-c^{+}}{c^{-}+c^{+}}=2\dfrac{b-a}{b+a}=2d$. К тому же из $d*=2d$ следует $\dfrac{b^{2}-a^{2}}{b^{2}+a^{2}}=2\dfrac{b-a}{b+a}$ или $\dfrac{(b+a)^{2}}{b^{2}+a^{2}}=2$, где скаляры a и b в числителе контрсимметричны относительно 1^{1} и в сумме равны 2^{1}. При этом $a^{2}+b^{2}=2*$, где звездочкой отмечена квадратичность двойки как суммы чисел со смыслом площади, оцениваемой квадроединицей $1^{2}=\dfrac{a^{2}+b^{2}}{2}=\dfrac{\gamma+\Gamma}{2*}$ как средним арифметическим второстепенных скаляров $\gamma<1^{2}$ и $\Gamma>1^{2}$.

Таким образом, можно считать, что квадроскаляры 1^{2}, $2*$, $\gamma\in[1^{2},0)$, $\Gamma\in[1^{2},2)$, $c*\in[1^{2},0)$ и $d*\in[0,1^{2})$ относятся ко второй линии особых чисел, образующих секстет $\spadesuit 1^{2}\setminus\gamma\setminus\Gamma\setminus c*\setminus d*\setminus 2*\spadesuit$ по правилам и со свойствами структуры $\setminus\bullet\setminus$ общего вида, перечисленными в таблице 1. А так как секстет $\bullet 1^{1}\setminus a\setminus b\setminus c\setminus d\setminus 2^{1}\bullet$ включает особые числа первой линии, то для получения из $c=\dfrac{1^{1}-d}{1^{1}+d}$ дублера-двойника $\dfrac{1^{2}-c*}{1^{2}+c*}=d*$ единица 1^{1} при условном равенстве $d*=2d$ должна быть удвоена и, значит, $1^{2}=2\times 1^{1}$. И это не единственное свидетельство неравенства между 1^{1} и 1^{2}. Другие приведены в [4].

Очевидно, что контрсимметрия $a = 1^2 - d$ и $b = 1^2 + d$ в *алг)* $a^2 + ab = b^2$ дает *алг***) $d^2 + 4d = 1^2$, где $d_{1,2} = -2 \mp \sqrt{5}$, если рассматривать *d* как неизвестное квадратного уравнения $x^2 + 4x - 1^2 = 0$. А так как $d_1 = -2 - \sqrt{5} = -\varphi^{-3}$ и $d_2 = -2 + \sqrt{5} = \varphi^{+3}$, то при $d = -\varphi^{-3}$ из (*алг**) будет $1^2 = \varphi^{-6} - 4\varphi^{-3}$, а когда $d = \varphi^{+3}$, то получается $1^2 = \varphi^{+6} + 4\varphi^{+3}$.

Как видно, разные формы 1^2 связаны инверсивно-реверсивным преобразованием. Ведь переход от $\varphi^{+3} = \varphi^{-3} - 4$ к $\varphi^{-3} = \varphi^{+3} + 4$ обеспечен сменой знаков у показателей степени (что означает инверсию основания φ относительно единицы) и реверсом символа перед числом $2^2 = \varphi^{-3} - \varphi^{+3}$ (что вызывает перестановку-коммутацию взаимно обратных элементов в правой части, то есть все тот же реверс).

Свойство целых степеней «золотого» основания создавать бинарные композиции единичной величины $1^2 = \varphi^{-2} - \varphi^{-1}$ и $1^2 = \varphi^{+2} + \varphi^{+1}$, $1^2 = \varphi^{-6} - 4\varphi^{-3}$ и $1^2 = \varphi^{+6} + 4\varphi^{+3}$ дополняет факт конверсии значений φ^1 и φ^3, означающий их перестановку вида $\dfrac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1} = \varphi^3 \leftrightarrow \varphi^1 = \dfrac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$, которую обозначим как ($\varphi^3 \leftrightarrow \varphi^1$).

Пусть контрсимметрию значений $a = 1^2 - d$ и $b = 1^2 + d$ в $a^2 + ab = b^2$ (где дефект –*d* и префект +*d* одинаковы в смысле «отклонения от единицы») символизирует набор ($a \leftarrow 1 \rightarrow b$), а сочетание ($\uparrow 1 \downarrow$) стрелок и скобок обозначает инверсию числа φ^{N} относительно единицы при смене знака показателя степени N = 1, 2, 3, …

Отношения и свойства элементов секстета общего вида $\bullet 1 \backslash a \backslash b \backslash c \backslash d \backslash 2 \bullet$ зафиксировано в таблице 1, где разнонаправленными стрелками иероглифически обозначены операции с буквенными представлениями чисел и знаками «плюс» и «минус», используемыми обычной арифметикой в качестве символов математических действий.

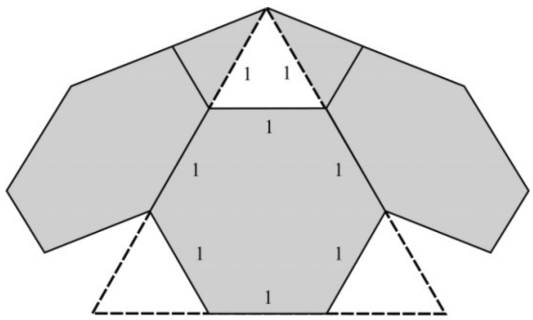
Напомним, что в общей алгебре известны числовые ряды $\{s_N\}$ и $\{S_N\}$, состоящие из первых решений уравнений $x + x^{N} = 1$ и $y - y^{1-N} = 1$ с натуральными (N = 1, 2, …) показателями степени, которые в контексте «Математики гармонии» [5-6] называются «золотыми» *s*- и *p*-пропорциями. При этом известны так называемые «металлические пропорции» [1], члены которых взаимнообратны, а во главе рядов 0.618…; 0.414...; …; $m_N = 0.5\,(\sqrt{2^2 + N^2} - N)$; … и 1.618…; 2.414…; …; $M_N = 0.5\,(\sqrt{2^2 + N^2} + N)$; … из чисел, сопряженных инверсией $M_N = m_N^{\ -1}$, стоят числа Фидия φ и Ф. Причем члены последовательностей $\{m_N\}$ и $\{M_N\}$, зависящие от номера N, являются действительными решениями квадратных (или системных) уравнений $x^2 - px = 1$, где $p = N$. А при $N \rightarrow \infty$

подкоренное выражение $2^2 + \mathrm{N}^2$ растет по закону $5+\sum_{n=1}^{\mathrm{N}-1}(2n+1)$, где в зависимости от $\mathrm{N} = n = 1, 2, 3, \ldots$ к слагаемому 5 добавляется сумма из $\mathrm{N} - 1$ нечетных чисел 3, 5, 7, 9, ...

Ясно, что $\dfrac{m_{\mathrm{N}}}{M_{\mathrm{N}}} = m_{\mathrm{N}}^2$ и $m_{\mathrm{N}}{}^2 = \dfrac{1-\left[1+(2/\mathrm{N})^2\right]^{-0.5}}{1+\left[1+(2/\mathrm{N})^2\right]^{-0.5}} = \dfrac{1-\omega_{\mathrm{N}}}{1+\omega_{\mathrm{N}}}$, откуда $\omega_{\mathrm{N}} = \dfrac{1-m_{\mathrm{N}}^2}{1+m_{\mathrm{N}}^2}$. При этом $\omega_{\mathrm{N}} \to 1$, если $\mathrm{N} \to \infty$. А т.к. $\omega_1 = 5^{-0.5}$ при N = 1, то $m_1{}^2 = \dfrac{1-\omega_1}{1+\omega_1} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} = \varphi^2$. Но если $m_2{}^2 = \dfrac{1-\omega_2}{1+\omega_2} = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \lambda_2$ при N = 2, где $\omega_2 = 2^{-0.5}$, то $\lambda_2 + \lambda_2{}^{-1} = 6$ и $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 1\cdot 2\cdot 3 =$ $= 1 + 2 + 3 = 6$, что любопытно. Ведь явная связь $\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{\sqrt{2}\pm 1} = \sqrt{2}$ между единицей и двойкой безразлична к смене знака «+» на «–» в числителе и в знаменателе, к перемножению дробей с оппозитным их расположением и к возведению в квадрат обеих частей. То есть, единица и двойка операционно независимы за исключением дихотомий $2 = 1 + 1$ и $2^* = 1^2 + 1^2$, отличающихся степенью единиц. И примерами ультрапирамидальных связей системных скаляров служат равенства $\varphi^{-1} = \tfrac{1}{2} + \left[1+\left(\tfrac{1}{2}\right)^2\right]^{1/2}$ и $\varphi^{-3} = 2 + (1+2^2)^{1/2}$, где φ^1 и φ^3 конверсивны в рамках парных тождеств $\dfrac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1} = \varphi^3 \leftrightarrow \varphi^1 = \dfrac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$, где смена знака у показателя степени (1 или 3) в числителе и в знаменателе какой либо из конвертируемых дробей приводит к бинверсии другой, то есть к обращению как операции, эквивалентной смене знаков (реверсу) перед элементами φ^1 и φ^3, по определению и не положительными и не отрицательными.

Определение числа 1.618033988749894848204586834365638117720309… набором операционно связанных единиц и двоек определенно говорит о том, что φ принадлежит математической системе, где первую роль играют действия, а не те или иные величины, зависящие от выбора масштаба. Поэтому актуальна задача определения математических эталонов, то есть чисел 1 и 2 = 1 + 1, связанных юнитной дихотомией. Ее решение имеет вид суммы $\varphi^{\pm 1} + \varphi^{+2}$, которая равна 2 при показателе степени +1 у первого слагаемого и равняется 1 при показателе –1. Доказательства этого и других утверждений приведены в монографиях [2] и [4]. Там же и в [7] как пример применения секстетного исчисления в физике представлен расчет параметров молекулы фуллерена С60, которую не вполне обоснованно считают реализацией положений так называемой Математики Гармонии.

Заблуждение состоит в том, что атомы углерода, образовавшие «самую красивую молекулу», локализованы не в вершинах усеченного икосаэдра с ребрами, возможно единичными по длине, как считают те, кто, будучи не в курсе, не учитывает межатомные связи и принимают физическую систему репликой геометрической формы.



Вопреки поверхностному мнению лабораторные измерения показали, что соседние атомы в молекуле бакминстерфуллерена образуют пары, элементы которых расположены так, что расстояния между ними равны либо 1.39 ангстрем, либо 1.44 ангстрем. На языке физики это различие объясняют связью атомов, двойной в одной паре и одинарной у другой. А в переводе на язык геометрии, считающей атомы материальными точками, это означает, что ребра, как отрезки, по длине делятся на две группы, причем так, что пятиугольные грани усеченного икосаэдра имеют правильную форму, а у шестиугольных три стороны по размеру меньше.

Таким образом, наномолекула C60 подобна усеченному икосаэдру с неравными ребрами, фигура которого не описана геометрами, но учтена в секстетном расчете.

Те, кому по роду деятельности надо быть в курсе новых методов моделирования физических явлений, могут познакомиться с секстетным исчислением по монографиям [3] **и** [4], электронные версии которых можно получить, обратившись по адресу ol_al@ru.ru.

Ссылки:

1. Стахов А.П. Металлические Пропорции – новые математические константы Природы. (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321079.htm)

2. Черепанов О.А. Где начало того конца?... (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0009/001a/1092-chr.pdf)

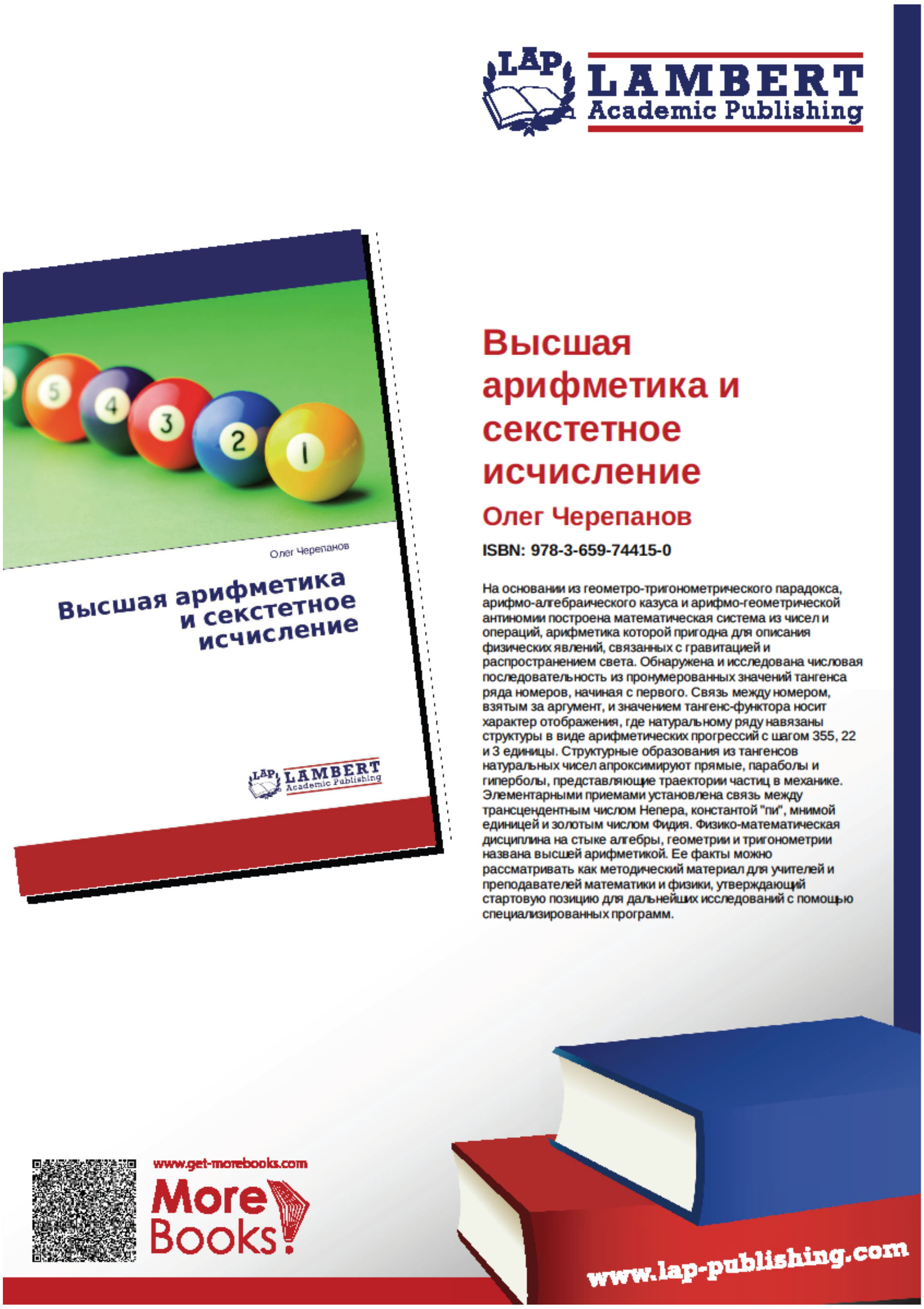
3. Черепанов О.А. Высшая арифметика и секстетное исчисление. LAP, 2015. 208 с.

4. Черепанов О.А. Виртуальные единицы оценки движений. PAL, 2015. 396 с.

5. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. – М., «Радио и связь», 1984.

6. Stakhov A.P. The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science. World Scientific, 2009.

7. Черепанов О.А. Наномолекула «Фуллерен С60»: геометрия и арифмометрия. (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/2130-chr.pdf)



Palmarium
academic publishing

Виртуальные единицы оценки движений

Введение в нестандартную метрологию

Олег Черепанов

ISBN: 978-3-659-60213-9

В первой (философской) части монографии критически проанализированы попытки Ньютона, Герца и Эйнштейна найти смысловые (гуманитарные) основы небесной механики. Показано, что формализм теории движений неестественно сочетает две парадигмы - геометрическую и арифмометрическую. Во второй (математической) части работы доказаны теоремы, приведены расчеты и предъявлены проблемы, не имеющие решения в рамках утвердившихся постулатов. Установлено, что противостоящие парадигмы не стыкуются без зазора, разделяющего числа на подчиненные гипотезе континуума и на определенные фактами и противоречиями элементарной математики. В третьей (физической) части книги рассмотрены и формализованы ранее неизвестные явления механики (спринг-эффект и эффект флюгера) и описан энерго-геометрический парадокс, аналогичный парадоксу Гиббса. Даны решения задач физики, поднимающие вопросы инерциальности и относительности в связи с проблемами гравитации и распространения света. Уровень полученных результатов близок к решению 6-ой проблемы Гильберта и является стартовым для построения скалярной механики как теории движений-взаимодействий вещества в природе. Книга полезна учителям и преподавателям математики и физики.