А.Н. Шелаев **сведения об авторе**

НЕТРИВИАЛЬНАЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ДЛЯ 2-Х ЧАСТИЧНЫХ РАСПАДОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ – КРАТНОСТЬ КОНСТАНТАМ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ, π ОТНОШЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ ОТ ИМПУЛЬСА ПО МАССЕ К ИНТЕГРАЛАМ ОТ МАССЫ ПО ИМПУЛЬСУ

В статье сообщается об открытии нетривиальной закономерности для 2-х частичных распадов ряда элементарных частиц на основе анализа соотношений, получаемых из обобщённых энергия-импульс-масса диаграмм распада [1].

Суть закономерности состоит в том, что отношение интегралов от обратных функций $\int_0^m p(m)\,dm / \int_0^p m(p)\,dp$ при распаде на частицу с массой m и нейтрино или от суммы (разности) отношения интегралов $\int_0^{m_{1,2}} p_{1,2}(m)\,dm / \int_0^p m_{1,2}(p)\,dp$ при распаде на 2 частицы с массами $m_{1,2}$ кратно константам золотого сечения $\phi = (-1+\sqrt{5})/2$, $\varphi = (1+\sqrt{5})/2 = \phi^{-1}$ с точностью $\leq 1\%$ (при этом импульсы частиц равны $p_1 = p_2 = p$ согласно закону сохранения импульса).

Сразу отметим, что кратность отношения введённых интегралов константам ϕ, φ можно связать с тем, что вершины прямых углов $E - p - m$ диаграмм лежат на прямой строфоиде – одной из обобщённых кривых золотых сечений (см. рис.1, 2).

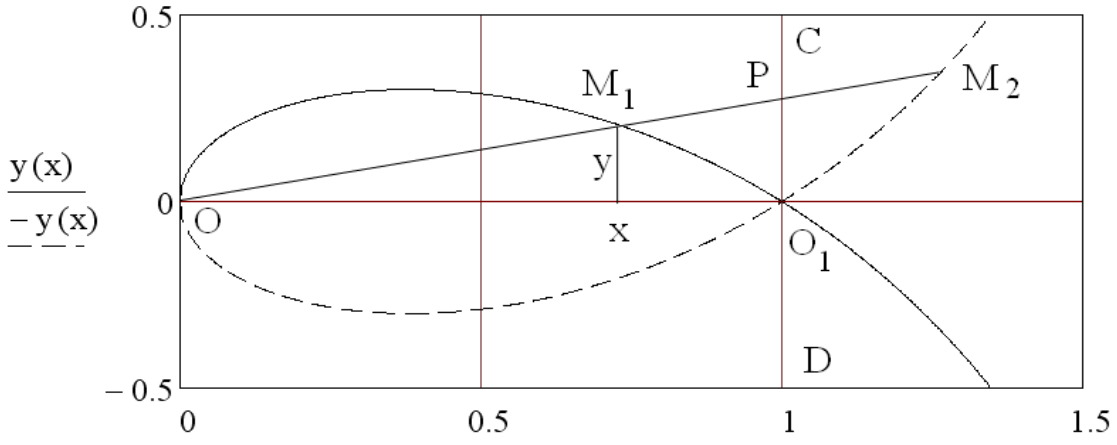


Рис. 1

Прямая строфоида строится следующим образом. Фиксируем точки строфоиды в начале координат O (или O_1), тогда остальные точки этой кривой M_1, M_2 определятся равенством 3-х отрезков: PO_1, PM_1, PM_2, получаемых при пересечении прямых, исходящих из точки O, с прямой CD, перпендикулярной прямой OO_1. Полагая $OO_1 = a$ (на рис. 1 и далее $a = 1$), получим следующие уравнения 2-х ветвей строфоиды для случая начала координат в точке O:

$$y(x) = \pm(a - x) \cdot \sqrt{x / (2a - x)} \qquad (1)$$

При $PO_1 = OO_1 / 2$ получим, что $OM_1 = \phi \cdot OO_1$, $OO_1 - OM_1 = \phi^2 \cdot OO_1$ Таким образом, проведя дугу окружности радиусом $R = OM_1$ до пересечения с отрезком OO_1 и учитывая то, что $\phi + \phi^2 = 1$ и $\phi / \phi^2 = 1 / \phi = \varphi$, реализуем 1-й способ деления отрезка OO_1 в отношении золотого сечения. 2-й способ реализуется аналогичным образом при $PO_1 = (\sqrt{5} / 2) \cdot OO_1$ (отметим, что число $\sqrt{5} = \phi + \varphi$ равно длине гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами, равными 1 и 2). В этом случае $R = OM_1 = \phi^2 \cdot OO_1$, $OO_1 - OM_1 = \phi \cdot OO_1$. Наконец, при $PO_1 = 2 \cdot OO_1$ отрезок OO_1 делится указанным способом в отношении $\phi^3 / (1 - \phi^3) = \phi / 2$. С учётом сказанного строфоиду с произвольной величиной отношения O_1P / OO_1 можно назвать обобщённой кривой золотых сечений.

В то же время выяснилось, что прямая строфоида ($OO_1 \perp CD$) описывает $E - p - m$ диаграммы распадов элементарных частиц на массовую частицу и нейтрино с массой $m < 5\,\text{эВ} \approx 0$, напр., распады $\pi^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_{\mu}$, $K^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_{\mu}$. $\pi^{+} \to e^{+} + \nu_{e}$, $K^{+} \to e^{+} + \nu_{e}$. $\tau^{-} \to \pi^{-} + \nu_{\tau}$, $\tau^{-} \to K^{-} + \nu_{\tau}$.

Покажем это, полагая массу релятивистским инвариантом и не используя при этом понятия релятивистской массы и массы покоя, как устаревшие и

некорректные [2]. Тогда соотношения, связывающие энергию E, импульс p и массу m частицы, движущейся со скоростью v, будут иметь вид:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} = mc^2 / \sqrt{1-(v/c)^2}, \quad \vec{p} = E\,\vec{v}/c^2 = m\,\vec{v}/\sqrt{1-(v/c)^2} \qquad (2)$$

Из (2) получим, что в системе центра масс при распаде частицы массы M на частицу с массой M_1 и нейтрино закон сохранения энергии имеет вид

$$Mc^2 = E_1 + E_2 = \sqrt{M_1^2c^4 + p_1^2c^2} + p_2c \qquad (3)$$

В силу закона сохранения импульса $p_1 = p_2$. Разделив (3) на Mc^2 и полагая $M_1 / M = m$, $p_{1,2} / Mc = p$, запишем соотношение (3) в виде:

$$1 = \sqrt{m^2 + p^2} + p \qquad (4)$$

Располагая отрезки m, p так, как показано на рис. 2, и полагая $OO_1 = 1$, получим, что вершина прямого угла $M_1(x, y)$ нахолится на окружности $Y(x) = \sqrt{x(E-x)}$ с диаметром $ON = E$ (штриховая кривая на рис. 2).

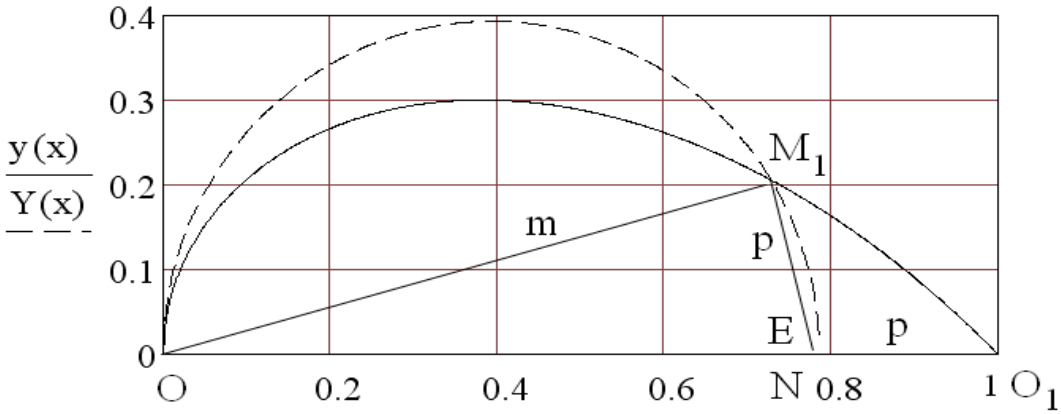


Рис. 2

При этом имеют место следующие соотношения:

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} = 1 - p \quad \Rightarrow \quad m = \sqrt{1-2p} \qquad (5)$$

$$y = \sqrt{m^2 - x^2} = \sqrt{p^2 - (E-x)^2} \quad \Rightarrow \quad x = (1-2p)/(1-p) \qquad (6)$$

В итоге из (5), (6) получаем, что точка $M_1(x, y)$ принадлежит также

строфоиде $y(x)=(1-x)\sqrt{x/(2-x)}$ (сплошная кривая на рис. 2). При этом значения E, p, m (см. далее) соответствуют случаю $\pi^{\pm}\to\mu^{\pm}+\nu_{\mu}$ распада.

Прямая строфоида имеет ряд особых точек, причём определяемых через константы ϕ, φ. Так, $y=y_{max}=\phi^{5/2}\simeq 0,300\,283$ при $x=\phi^{2}\simeq 0,381\,966$. При этом $OM_1=m=\phi^{3/2}\simeq 0,485\,868$, $p=\phi^{2}$, $E=1-p=\phi\simeq 0,618\,034$.

Важным свойством прямой строфоиды является также т о, что она бесконечно диффенцируема, причём её четные производные на интервале $x\in[0,1]$ имеют максимумы. При этом положение первых максимумов также точно определяется через константы золотого сечения ϕ, φ (!). Так,

$y'(x)=(x^2-3x+1)/x^{1/2}(2-x)^{3/2}=0$ при $x_1=(3-\sqrt{5})/2=\phi^2$.

$y''(x)=-(x+1)/x^{3/2}(2-x)^{5/2}$ имеет максимум при $x_2=\phi$, так как

$y'''(x)=-3(x^2+x-1)/x^{5/2}(2-x)^{7/2}=0$ при $x=\phi$.

$y^{(IY)}(x)=-3(4x^3+4x^2-9x+5)/x^{7/2}(2-x)^{9/2}$ имеет максимум при

$x_4\simeq 0,715\,778\,42\simeq 16\sqrt{\varphi}/(12\sqrt{\phi}+19)\simeq 0.715\,778\,49$, так как при $x=x_4$

$y^{(Y)}(x)=-15(4x^4+4x^3-15x^2+17x-7)/x^{9/2}(2-x)^{11/2}=0$.

Однако из современных экспериментальных данных, публикуемых в интернете Data Particle Group [3], следует. что из экстремумов производных лишь экстремум 4-й производной приблизительно соответствует положению вершины прямого угла $E-p-m$ диаграммы для $\pi^{\pm}\to\mu^{\pm}+\nu_{\mu}$ распадов.

В качестве примера приведём экспериментальные и расчётные данные для $\pi^{\pm}\to\mu^{\pm}+\nu_{\mu}$, $K^{\pm}\to\mu^{\pm}+\nu_{\mu}$, $\tau^{-}\to K^{-}+\nu_{\tau}$ распадов:

$\pi^{\pm}\to\mu^{\pm}+\nu_{\mu}$: $M_{\pi}\simeq 139,57018$ МэВ, $m_{\mu}\simeq 105,658367$ МэВ,

$E_{\nu}=p_{\nu}\cdot c\simeq 29,789$ МэВ, $m\simeq M_{\mu}/M_{\pi}=0,757\,027\simeq\sqrt{2\sqrt{\phi}-1}\simeq 0,756\,507$,

$p=(1-m^2)/2=0,213\,455\simeq 1-\sqrt{\phi}\simeq 0,213\,849$, $E=1-p\simeq 0,786\,545\simeq\sqrt{\phi}\simeq$

$\simeq 0{,}786\,151, \quad x = (1-2p)/(1-p) \simeq 0{,}728\,617.$

$K^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_{\mu}: \quad M_K \simeq 493{,}677$ МэВ, $\quad M_{\mu} \simeq 105{,}658\,367$ МэВ,

$E_{\nu} = p_{\nu} \cdot c \simeq 388{,}019$ МэВ, $\quad m = M_{\mu} / M_K \simeq 0{,}214\,023 \simeq 1 - \sqrt{\phi} \simeq 0{,}213\,849$,

$p = (1-m^2)/2 \simeq 0{,}477\,097 \simeq \sqrt{\phi} - \phi/2 \simeq 0{,}477\,134$, $\quad E = 1 - p \simeq 0{,}522\,903 \simeq$

$\simeq 1 - \sqrt{\phi} + \phi/2 \simeq 0{,}522\,866$, $\quad x = (1-2p)/(1-p) \simeq 0{,}087\,599.$

$\tau^{-} \to K^{-} + \nu_{\tau}: \quad M_{\tau} = 1176{,}82$ МэВ. $\quad M_K \simeq 493{,}677$ МэВ,

$E_{\nu} = p_{\nu} \cdot c \simeq 683{,}143$ МэВ, $\quad m = M_K / M_{\tau} \simeq 0{,}277\,843 \simeq \phi/(\phi+\varphi) \simeq 0{,}276\,393,$

$p = (1-m^2)/2 \simeq 0{,}461\,402 \simeq \phi^{\varphi} \simeq 0{,}459\,040$, $\quad E = 1 - p \simeq 0{,}538\,598 \simeq \varphi/3 \simeq$

$\simeq 0{,}539\,345, \quad x = (1-2p)/(1-p) \simeq 0{,}143\,328.$

В же время нами установлено, что функциями по m, имеющими минимум при массе, равной массе новой частицы, оказались обобщённые средние от полной $E(m) = (1+m^2)/2$ и кинетической $T(m) = E - m = (1-m)^2/2$ энергий новых частиц:

$$\overline{M}(m,\lambda) = [(E^{\lambda}(m) + T^{\lambda}(m))/2]^{1/\lambda} \tag{7}$$

Графики зависимостей $\overline{M}(m,\lambda_{1,2})$ для распадов $\pi^{\pm}$ с $m \simeq 0{,}757\,027$ и $K^{\pm}$ с $m \simeq 0{,}214\,023$, которым соответствуют $\lambda_1 \simeq 2/3$ и $\lambda_2 \simeq 7/2$ (кривые 1, 2), показаны на рис. 3.

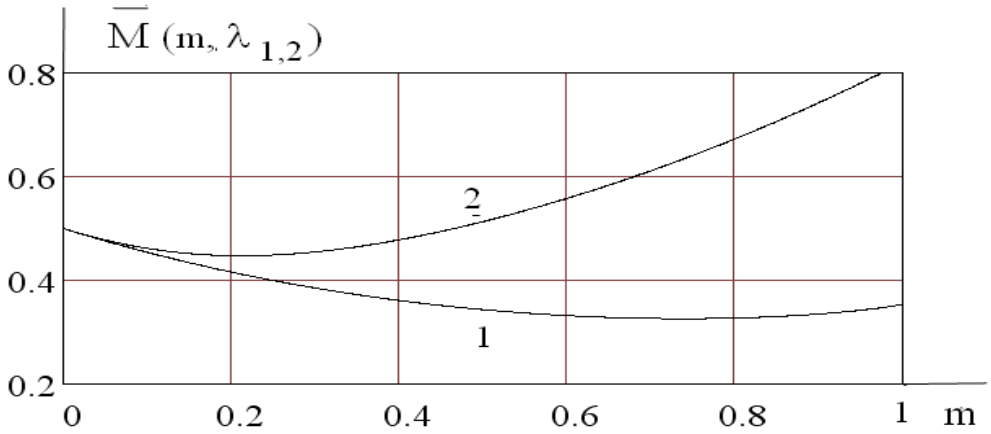


Рис. 3

Для τ^- распада минимум функции $\overline{M}(m,\lambda)$ для $m \simeq 0,277\,843$ имеет место при $\lambda_3 \simeq 2\sqrt{3/5}$. Числа же 2, 3, 5, 7 точно и изящно выражаются через константы ϕ, φ: $2 = \phi^2 + \varphi^1$, $3 = \phi^2 + \varphi^2$, $5 = (\phi + \varphi)^2$, $7 = \phi^4 + \varphi^4$.

При распаде частицы с массой M на две частицы с массами M_1, M_2, напр, $K^{\pm} \to \pi^{\pm} + \pi^o$, $\Lambda \to p + \pi^-$, $\Lambda \to n + \pi^o$ в системе центра масс согласно закону сохранения энергии имеет место соотношение:

$$Mc^2 = \sqrt{M_1^2c^4 + (p_1c)^2} + \sqrt{M_2^2c^4 + (p_2c)^2} \qquad (8)$$

Полагая $M_1 / M = m_1$, $M_2 / M = m_2$, $p_1 = p_2$, $(p_{1,2} / c) / M = p$, получим:

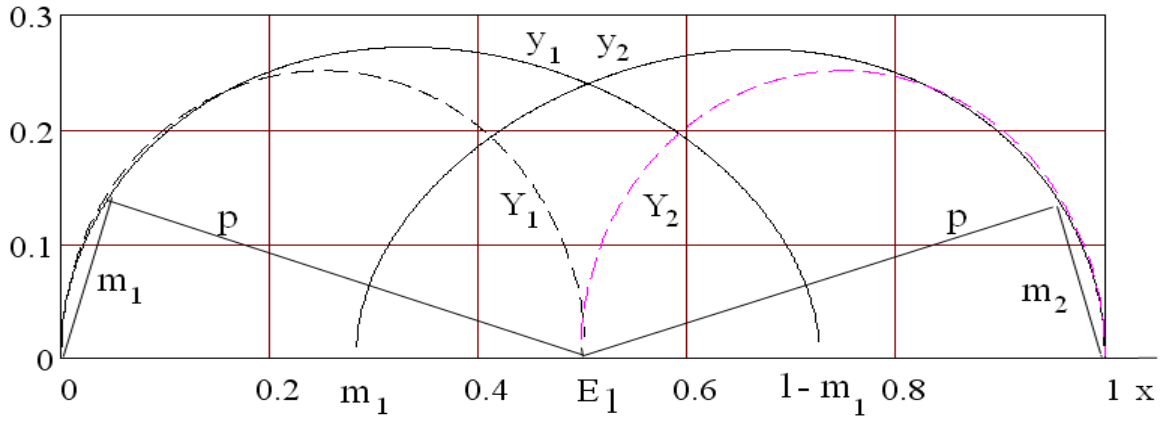
$$1 = E_1 + E_2 \quad \text{или} \quad 1 = \sqrt{m_1^2 + p^2} + \sqrt{m_2^2 + p^2} \qquad (9)$$

$$m_1 = \sqrt{1 - 2\sqrt{m_2^2 + p^2} + m_2^2}, \qquad m_2 = \sqrt{1 - 2\sqrt{m_1^2 + p^2} + m_1^2} \qquad (10)$$

$$p = \sqrt{1 - 2(m_1^2 + m_2^2) + (m_1^2 - m_2^2)^2} / 2 \qquad (11)$$

$$1 = \sqrt{m_1^2 + p^2} + \sqrt{m_2^2 + p^2} \qquad (12)$$

Соотношения (8-12) переходят в (4-6) и описываются строфоидой при $m_2 = 0$. При $m_2 \neq 0$ $E - p - m$ диаграмма состоит, в отличие от диаграммы на рис. 2, из 2-х прямоугольных треугольников с гипотенузами E_1, E_2, ($E_1 + E_2 = 1$) так, как это показано на рис. 4



.

. Рис. 4

При этом на рис. 4 вершины прямых углов $E-p-m$ лиаграмм для 1-й и 2-й частиц, образовавшихся в результате распада, описываются соответственно, полуокружностями $Y_{1,2}(x)$ и частями обобщённых строфоид $y_{1,2}(x)$:

$$Y_1(x)=\sqrt{x\cdot(E_1-x)}, \qquad y_1(x)=\sqrt{x\cdot[(1-x)^2-m_2^2]/(2-x)} \tag{13}$$

$$Y_2(x)=\sqrt{(x-E_1)\cdot(1-x)}, \qquad y_2(x)=\sqrt{(1-x)\cdot(x^2-m_1^2)/(1+x)} \tag{14}$$

При $m_2=0$ функция $y_1(x)$, описывающая обобщённую строфоиду, переходит в функцию (1), описывающую обычную строфоиду с началом координат в точке O (см. рис. 1). Аналогично при $m_1=0$ функция $y_2(x)$ переходит в функцию, описывающую обычную строфоиду, но с началом координат в точке O_1, при этом x в (1) заменяется на $(1-x)$.

Существенно также, что вершины прямых углов располагаются на одной полуокружности радиуса $R=p$ с центром в точке $x_0=E_1$:

$$Y(x)=\sqrt{p^2-(x-E_1)^2} \tag{15}$$

Наконец, отметим, что использованные при построении рис. 4 значения E, p, m параметров $m_1\simeq 0,2827$, $m_2\simeq 0,2734$, $p\simeq 0,4155$, $E_1\simeq 0,5026$, $E_2=1-E_1\simeq 0,4974$ соответствуют $K^+\to\pi^++\pi^o$ распаду.

Рассмотрение различных соотношений между параметрами распадов элементарных частиц позволило найти новый неизвестный ранее тип соотношений гармонии – кратность ϕ, φ и π отношения интегралов от обратных функций $m(p)$ и $p(m)$. Согласно (10), (11) для случая распада на нейтрино ($m_2=0, m_1=m$), когда $m(p)=\sqrt{1-2p}$, $p=(1-m^2)/2$ получим:

$$S(p)=\int_0^p m(p)\,dp=[1-(1-2p)^{3/2}]/3, \tag{16}$$

$$S(m)=\int_0^m p(m)\,dm=(3m-m^3)/6 \tag{17}$$

Учитывая то, что $(1-2p)^{1/2} = m$, введём функцию $K(m)$, выражающую отношение интегралов (16) к интегралам (17) через m:

$$K(m) = 2(1-m^3)/(3m-m^3) \qquad (18)$$

При $0 < m < 1$ функция $K(m)$ монотонно убывает с ростом m, принимая значения, кратные ϕ, φ и π при m, близких к значениям относительной массы в распадах элементарных частиц.

Так, $K(m) = \phi$ при $m \simeq 0,756\,278$, близком к значению $m \simeq 0,757\,026$ для $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ распада, при этом $K(0,757\,026) \simeq 0,616\,313 \simeq \phi \simeq 0,618\,034 \simeq$ $\simeq \pi/5 = \pi/(\phi+\varphi)^2 \simeq 0,628\,319$.

$K(m) = \pi$ при $m \simeq 0,213\,834$, близком к значению $m \simeq 0,214\,023$ для $K^\pm \to \mu^\pm + \nu_\mu$ распада. При этом $K(0,214\,023) \simeq 3,132\,213 \simeq \pi \simeq 5\phi =$ $= \phi(\phi+\varphi)^2 \simeq 3,090\,169$.

$K(m) = 3\varphi/2$ при $m \simeq 0,275\,913$, близком к значению $m \simeq 0,277\,243$ для $\tau^- \to K^- + \nu_\tau$ распада. При этом $K(0,277\,243) \simeq 2,415\,27 \simeq 3\varphi/2 \simeq 2,427\,05 \simeq$ $\simeq 4\phi \simeq 2,472\,136 \simeq \pi/\sqrt[3]{\phi+\varphi} \simeq 2,402\,453$. Следует отметить, однако, что множитель $1/\sqrt[3]{\phi+\varphi} \simeq 0,765$ не близок к ближайшему целому числу - 1.Это отклонение, скорее всего, связано как малым временем жизни тау-лептона $\bar{t} \sim 2,9 \cdot 10^{-13}$с, на 5 порядков меньшим времени жизни мезонов, так и с малой вероятностью (< 1%) этого канала распада.

Полагая $K(m) = A$ ($A \simeq n^{\pm 1} \cdot \phi \simeq k^{\pm 1} \cdot \pi$; $n, k \in N$) получим следующее приведённое кубическое уравнение для нахождения массы m:

$$m^3 - [3A/(A-2)] \cdot m + 2/(A-2) = 0 \qquad (19)$$

Приведённое кубическое уравнение $z^3 + r \cdot z + q = 0$, к которому может быть приведено любое кубическое уравнение $t^3 + at^2 + bt + c = 0$ заменой

переменной $t = z - a/3$, имеет три корня:

$$z_{1,2,3} = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{q^2/4 + r^3/27}} + \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{q^2/4 + r^3/27}} \qquad (20)$$

Выражения (20) содержат один действительный и два мнимых корня при $q^2/4 + r^3/27 > 0$, а для уравнения (19) это имеет место при $0 < A < 2$. И, таким образом, напр., для распада $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ с $A \simeq 0,616$ уравнение (19) даёт наряду с корнем $m = m_\mu$ два комплексных корня $m_\mu \cdot (-1/2 \pm i \cdot \sqrt{3}/2)$. Наличие же у частицы комплексной массы, во-первых, означает, что такая частица может двигаться со скоростью большей скорости света. Во-вторых, такие частицы, возможно, относятся к таинственной тёмной материи.

Для распадов на 2 частицы с массами $m_{1,2}$ введём следующие интегралы:

$$S(m_1) = \int_0^{m_1} p_1(m)\,dm, \text{ где } p_1(m) = \sqrt{1 - 2(m^2 + m_2^2) + (m^2 - m_2^2)^2}/2 \qquad (21)$$

$$S(m_2) = \int_0^{m_2} p_2(m)\,dm, \text{ где } p_2(m) = \sqrt{1 - 2(m_1^2 + m^2) + (m_1^2 - m^2)^2}/2 \qquad (22)$$

$$S_1(p) = \int_0^{p} m_1(p)\,dp, \text{ где } m_1(p) = \sqrt{1 - 2\sqrt{m_2^2 + p^2} + m_2^2} \qquad (23)$$

$$S_2(p) = \int_0^{p} m_2(p)\,dp, \text{ где } m_2(p) = \sqrt{1 - 2\sqrt{m_1^2 + p^2} + m_1^2} \qquad (24)$$

Тогда, напр., для распада $\Sigma^+ \to n + \pi^+$ с $m_1 \simeq 0,7899$, $m_2 \simeq 0,1173$, $p \simeq 0,1556$ было найдено, что ϕ, φ, π кратны следуюшие нетривиальные комбинации сумм и разностей отношения интегралов (21),(22) и (23),(24):

$$S(m_1)/S_1(p) - S(m_2)/S_2(p) \simeq 1,5614 \simeq 0,9650 \cdot \varphi \simeq \pi/2,0121 \qquad (25),$$

$$S(m_1)/S_1(p) + S(m_2)/S_2(p) \simeq 3,0301 \simeq 4,9028 \cdot \phi \simeq 0,9645 \cdot \pi \qquad (26)$$

Для распада $K^+ \to \pi^+ + \pi^o$: $m_1 \simeq 0,2827$ с $m_2 \simeq 0,2734$, $p \simeq 0,4156$

$$S(m_1)/S_1(p) - S(m_2)/S_2(p) \simeq 0,0119 \simeq \phi/51,888 \simeq 0 \cdot \phi \simeq 0 \cdot \pi \qquad (27),$$

$$S(m_1)/S_1(p)+S(m_2)/S_2(p)\simeq 1{,}0246\simeq \varphi-\phi=1\simeq \pi/3\simeq 1{,}0472 \qquad (28)$$

В заключение укажем, что кратность введённых комбинаций отношений интегралов как ϕ, φ, так и π может быть обусловлена не только формальной причиной, а, именно, тем, что отношение π к ϕ и к $\varphi = 1/\phi$ близко к целым числам: $\pi/\phi \simeq 5{,}083$, $\pi/\varphi \simeq 1{,}912$, $\pi/\sqrt{\phi} \simeq 3{,}996$, но и базовыми физическими принципами. Так, константы ϕ, φ, естественно, должны отражать определённую (скорее всего, золотую) пропорциональность деления энергий, масс и импульсов между рождающимися частицами. Фундаментальная же константа π, скорее всего, отражает временную динамику (стадийность) процессов распада, завершающихся при набегах фаз, кратных π.

Сама же неточность (квазигармоничность) найденных соотношений обусловлена не только неточностью экспериментальных данных и использованием лишь трёх параметров частиц E, p, m, но и тем, что распадающиеся частицы структурно несовершенны, что и является причиной их распада.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шелаев А.Н.* Строфоида и её обобщения, как кривые, описывающие энергия-импульс-масса диаграммы распада элементарных частиц. Актуальные проблемы современной науки, 2010, № 3, - С.102-106.

2. *Окунь Л.Б.* Понятие массы. (Масса, энергия, относительность). УФН, 1989, т.158, в. 3, - С.511-530.

3. The Review of Particle Physics. Particle Data Group.lbl.gov