

НЕТРИВИАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СООТНОШЕНИЙ ГАРМОНИИ В РАВНОВЕСНОМ ТЕПЛОМ ИЗЛУЧЕНИИ ПЛАНКА

Важность всесторонних исследований равновесного теплового излучения (излучения «чёрного» тела), обусловлена тем, что оно является базовым объектом оптики, термодинамики, квантовой механики и даже квантовой гравитации, поскольку к такому излучению относятся и реликтовое излучение, и, как выяснилось, излучение чёрных дыр [1]

Исследование равновесного теплового излучения, описываемого формулами Планка (см., напр., [2]), на системную гармонию, понимаемую как совокупность соотношений, точно выражающихся через фундаментальные физические и математические константы, было начато автором статьи в [3,4].

В настоящей работе показано, что положение максимумов спектральной плотности равновесного излучения $u_\nu d\nu$ по частоте ν , $u_\lambda d\lambda$ по длине волны λ и во введённой универсальной шкале $u_{\nu\lambda} d\gamma$ ($d\gamma = d\nu / \nu = -d\lambda / \lambda$) можно *точно и единым образом* найти с помощью введённых в современные математические программы Maple (www.maplesoft.com) и Mathematica (www.wolfram.com/mathematica) трансцендентных функций, являющихся решениями функциональных уравнений $W(x) \cdot e^{W(x)} = z$. В Maple эти функции обозначаются Lambert $W_k(z)$, в Mathematica - ProductLog[k, z]. Проведённые расчёты показали, что указанные максимумы, различие между которыми связано с неравенством $d\nu, d\lambda$ и $d\gamma$, определяются показателями экспонент $\alpha_n = n + W_0(-n / e^n) = n + \text{ProductLog}[0, -n / e^n]$, где $n = 3, 4, 5$ относятся, соответственно, к частотному, универсальному и волновому спектру. Более того, установлено, что этим же соотношением определяются при $n = 4$ высокочастотная и при $n = 2$ низкочастотная компоненты спектра флуктуаций теплового излучения.

Предложенная Планком формула для плотности спектрального излучения чёрного тела $u_\nu d\nu$ ($[u_\nu d\nu] = \text{Дж} / \text{м}^3$) в интервале частот $[\nu, \nu + d\nu]$ имеет вид:

$$u_\nu d\nu = (8\pi h / c^3) \cdot \nu^3 d\nu / [\exp(h\nu / kT) - 1] \quad (1)$$

где h - постоянная Планка, k - постоянная Больцмана, c - скорость света, T - температура.

Исходя из (1) с учётом соотношения $\nu = c / \lambda$ спектральная плотность излучения по длинам волн λ запишется в виде:

$$u_\lambda d\lambda = (8\pi hc) \cdot d\lambda / \lambda^5 [\exp(hc / kT\lambda) - 1] \quad (2)$$

Интегрируя (1) и (2) по всем частотам и длинам волн (процесс интегрирования описан в [3]) получим формулу для суммарной плотности излучения u_Σ :

$$u_\Sigma = \int_0^\infty u_\nu d\nu = \int_0^\infty u_\lambda d\lambda = 8\pi^5 (kT)^4 / 15(hc)^3 \quad (3)$$

Из (3) следует, что суммарная плотность излучения не только выражается через фундаментальные физические константы c, h, k , но и, как впервые показано в [3], через фундаментальные математические константы π, ϕ, φ , где алгебраические числа $\phi = (-1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 0,618$ и $\varphi = (1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 1,618$ являются константами золотой пропорции, связанными каноническими соотношениями $\varphi = 1 + \phi = 1 / \phi$. Поскольку $8/15 = (3+5)/3 \cdot 5 = (1/3 + 1/5)$ и числа 3, 5 красиво и симметрично выражаются через константы ϕ и φ : $3 = \phi^2 + \varphi^2$, $5 = (\phi + \varphi)^2$, то суммарное излучение можно представить в виде:

$$u_\Sigma = ((kT)^4 / (hc)^3) \cdot \pi^5 [1 / (\phi^2 + \varphi^2) + 1 / (\phi + \varphi)^2] \quad (4)$$

Для упрощения дальнейшего анализа введём две безразмерные переменные α и β , пропорциональные ν и λ : $\alpha = \nu \cdot h / kT$ и $\beta = \lambda \cdot kT / hc$, $\alpha \cdot \beta = 1$. При этом спектральные плотности излучения (1), (2) выразятся через следующие функции $u_\nu(\alpha)$ и $u_\lambda(\beta)$:

$$u_\nu(\alpha) = \alpha^3 / (e^\alpha - 1), \quad u_\lambda(\beta) = 1 / \beta^5 (e^{1/\beta} - 1) \quad (5)$$

$$u_\nu d\nu = A \cdot u_\nu(\alpha) d\alpha, \quad u_\lambda d\lambda = A \cdot u_\lambda(\beta) d\beta, \quad A = 8\pi(kT)^4 / (hc)^3 \quad (6)$$

$$J = \int_0^\infty u_\nu(\alpha) d\alpha = \int_0^\infty u_\lambda(\beta) d\beta = \pi^4 / 15 = (\pi^4 / 8) \cdot (1/5 + 1/3) \quad (7)$$

Графики функций $u_\nu(\alpha)$ и $u_\lambda(\beta)$ показаны на рис. 1, 2.

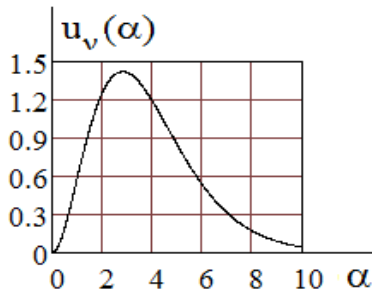


Рис. 1

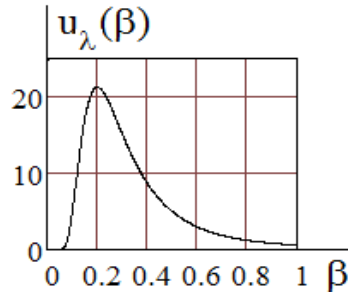


Рис. 2

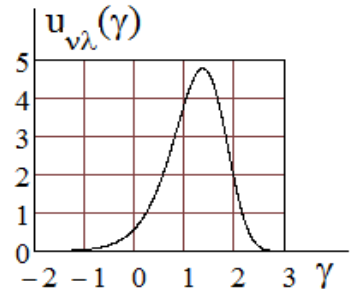


Рис. 3

Максимумы этих функций определяются из следующих уравнений:

$$e^{-\alpha} = 1 - \alpha / 3, \quad \alpha_{\max} \approx 2,821\,439\,372, \quad e^{-1/\beta} = 1 - 1/5\beta, \quad \beta_{\max} \approx 0,201\,405\,235 \quad (8)$$

Учитывая, что $\beta = 1/\alpha$, уравнения (8) можно свести к одному уравнению

$$e^{-\alpha_n} = 1 - \alpha_n / n, \quad n = 3, 5 \quad (9),$$

при этом $\alpha_3 = \alpha_{\max} = 2,821\,439\,372$, $\alpha_5 = 1/\beta_{\max} \approx 4,965\,114\,231$.

Важно то, что в отличие от суммарного излучения (4) для соотношений (8) не было найдено аппроксимаций через константы ϕ, φ с точностью менее 10^{-5} .

Максимальная точность $\sim 10^{-5}$ достигнута в следующих аппроксимациях:

$$\alpha_{\max} \approx \sqrt{(5 + 2 \cdot 3) / (\phi^2 + 1)} \approx 2,821\,289, \quad \beta_{\max} \approx \varphi^2 / (3 + 2 \cdot 5) \approx 0,201\,387.$$

Существенно, что длины волн для максимумов u_ν, u_λ различны:

$$\lambda_{\nu \max} = hc / kT\alpha_{\max}, \quad \lambda_{\lambda \max} = hc\beta_{\max} / kT, \quad \lambda_{\lambda \max} / \lambda_{\nu \max} = 0,568\,252. \text{ Причём в}$$

закон смещения Вина входит $\lambda_{\lambda \max}$: $\lambda_{\lambda \max} \cdot T = hc\beta_{\max} / k \approx 0,289\,776 \text{ см} \cdot \text{К}.$

Различие λ_ν и λ_λ связано с неравенством интервалов $d\nu$ и $d\lambda$ в (1), (2).

Для устранения этого неравенства воспользуемся тем, что $\lambda = c/\nu$ и

$$|d\lambda| = c|d\nu|/\nu^2, \quad |d\lambda|/(c/\nu) = |d\lambda|/\lambda = |d(\ln \lambda)| = |d\nu|/\nu = |d(\ln \nu)|. \text{ Далее, выделим}$$

в (1) и (2), соответственно, $d\nu/\nu = d\alpha/\alpha = d(\ln \alpha)$ и $d\lambda/\lambda = d\beta/\beta = d(\ln \beta)$.

Затем, полагая $\ln \alpha = \gamma$, $\ln \beta = \ln(1/\alpha) = -\gamma$, приведём (1), (2) к следующему виду

$$du_{\nu\lambda} = u_{\nu\lambda} d\gamma = A \cdot e^{4\gamma} / (e^{e^\gamma} - 1) d\gamma, \quad A = 8\pi(kT)^4 / (hc)^3 \quad (10)$$

График зависимости $u(\gamma) = e^{4\gamma} / (e^{e^\gamma} - 1)$ показан на рис. 3. Эта функция имеет максимум при $\gamma_{\max} \approx 1,366\ 267\ 689 \approx (\phi + \varphi)(5 + 2 \cdot 3) / (3 + 3 \cdot 5) \approx 1,366\ 485$ или $\alpha_{\max} = \alpha_4 \approx 3,920\ 690\ 039 \approx \sqrt{\varphi \cdot (1 + 3 + 5 \cdot 3)} / 2 \approx 3,920\ 627$, определяемым из уравнений, аналогичных (9):

$$e^{-e^\gamma} = 1 - e^\gamma / 4, \quad e^{-\alpha_4} = 1 - \alpha_4 / 4, \quad 4 = \phi^2 + \phi \cdot \varphi + \varphi^2 \quad (11)$$

При этом для величин $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$, определяющих положение максимумов, существует точное (хотя и трансцендентное) уравнение связи:

$$\alpha_3 / (1 - e^{-\alpha_3}) + \alpha_5 / (1 - e^{-\alpha_5}) = 3 + 5 = 2\alpha_4 / (1 - e^{-\alpha_4}) \quad (12)$$

Существенно также то, что (9), (11) можно записать и в интегральном виде:

$$n \cdot (1 - e^{-\alpha_n}) = \alpha_n \quad \text{или} \quad n \cdot \int_0^{\alpha_n} e^{-\alpha} d\alpha = \alpha_n \quad (13)$$

Найденные общие закономерности стимулировали дальнейшие поиски соотношений, точно описывающих детальные характеристики (положение спектральных максимумов) идеального физического объекта – равновесного теплового излучения. И они были найдены исходя из следующих соображений.

Положив $\alpha_n = n - \delta_n$, запишем выражения (9), (11) в виде:.

$$n - \alpha_n = n \cdot e^{-\alpha_n} \rightarrow \delta_n = n \cdot e^{-n} \cdot e^{\delta_n} \rightarrow -\delta_n \cdot e^{-\delta_n} = -n \cdot e^{-\delta_n} \quad (14)$$

В то же время, как было указано в начале статьи в новейшие математические программы Maple и Mathematica были введены новые трансцендентные функции, являющиеся решениями функциональных уравнений $W(x) \cdot e^{W(x)} = z$. В Maple эти функции обозначаются Lambert $W_k(z)$. В Mathematica - ProductLog[k, z].

В итоге последнее уравнение в (14) для δ_n может быть точно решено с помощью любой из указанных функций. Действительно, например, при $n = 3$

$-3/e^3 = -0,149\ 361\ 205\ 103\ 591\ 828 \dots$. Точность практически не ограничена и может превышать сотни и тысячи знаков после запятой ! Это же значение получается для $-\delta_n \cdot e^{-\delta_n}$ при $\delta_n = 0,178\ 560\ 627\ 877\ 921\ 106 \dots$ В итоге имеем $\alpha_3 = 3 - \delta_n = 3 + \text{ProductLog}[0, -3/e^3] = 2,821\ 439\ 372\ 122\ 078\ 893 \dots$

Аналогичным образом получим, что

$$\alpha_4 = 4 - \delta_4 = 4 + \text{ProductLog}[0, -4/e^4] = 3,920\ 690\ 394\ 872\ 886\ 344 \dots ,$$

$$\alpha_5 = 5 - \delta_5 = 5 + \text{ProductLog}[0, -5/e^5] = 4,965\ 114\ 231\ 744\ 276\ 304 \dots .$$

Графики функций $-x \cdot e^{-x}$ (кривая 1), $\text{ProductLog}[0, x]$ (или $W_0(x)$) (кривая 2) и $\text{ProductLog}[-1, x]$ (или $W_{-1}(x)$) (кривая 3) показаны на рис. 4

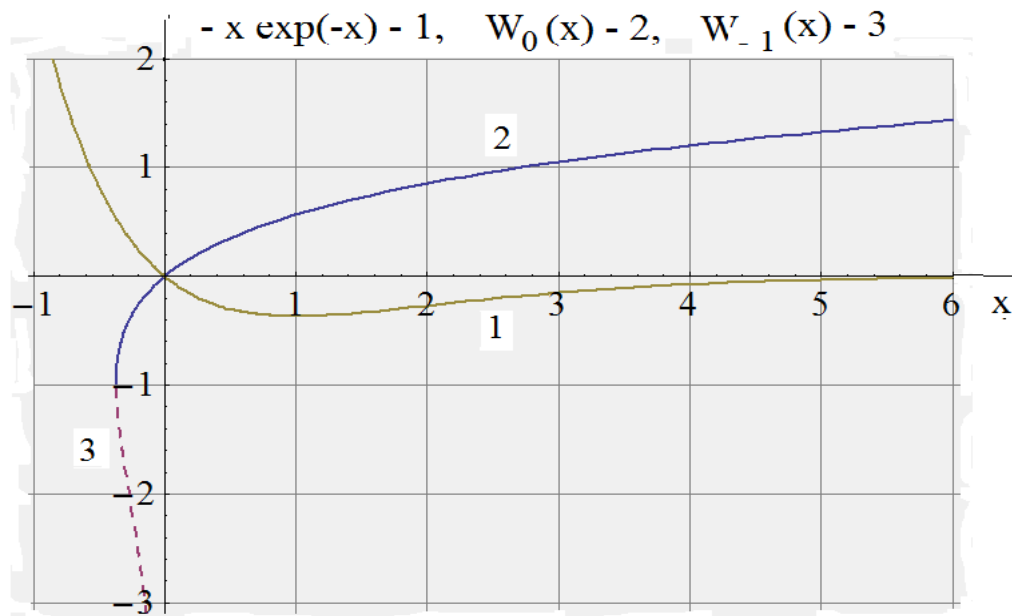


Рис. 4

Функции $\text{ProductLog}[k, x]$ (или $W_k(x)$) являются действительными при $k = 0, -1$ и определены на интервале $(-1/e, \infty)$ для $k = 0$ и на интервале $(-1/e, 0)$ для $k = -1$.

Данные функции обладают рядом замечательных свойств. Приведём некоторые из них для основной ветви $W_0(x)$. Для функции $\text{ProductLog}[0, x]$ соотношения аналогичны:

$$W_0(x) = \sum_1^{\infty} (-n)^{n-1} x^n / n! , \quad \ln(W_0(x)) = \ln x - W_0(x) \quad (15)$$

$$dW_0(x)/dx = W_0(x)/x \cdot (1 + W_0(x)), \quad \lim_{x \rightarrow 0} dW_0(x)/dx = 1 \quad (16)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x / W_0(x) = 1, \quad \int W_0(x) dx = (W_0^2(x) - W_0(x) + 1) \cdot e^{W_0(x)} + C \quad (17)$$

$$W_0(x) = n \quad \text{при} \quad x = n \cdot e^n, \quad W_0(-1/e) = -1, \quad W_0(e) = 1 \quad (18)$$

$$W_0(-\pi/2) = i \cdot \pi/2, \quad W_0(1) = \Omega = 0,567\,143\,290\,409\,783 \dots - \text{число } \Omega \quad (19)$$

$$W_0(x) = \frac{x}{\exp \frac{x}{\exp \frac{x}{\exp \frac{x}{\dots}}}} = \ln \frac{x}{\ln \frac{x}{\ln \frac{x}{\ln \frac{x}{\dots}}}} \quad (20)$$

Отметим, что впервые исследование уравнения $W(x) \cdot e^{W(x)} = x$ было начато Л.Эйлером. Однако он назвал его уравнением Ламберта, так как получил его исходя из уравнения $y = q + y^m$, ранее исследовавшегося И.Ламбертом

Существенно, что точные соотношения гармонии с помощью функций $W_0(x)$ и $\text{ProductLog}[0, x]$ были установлены нами и для положения двух максимумов в спектре флуктуаций излучения Планка, исходя из того, что дисперсию спектральной плотности равновесного излучения $\overline{(\Delta u_\nu)^2}$ можно найти следующим образом:

$$\overline{(\Delta u_\nu)^2} = \vartheta^2 \cdot \partial u_\nu / \partial \vartheta = h\nu \cdot u_\nu + (c^3 / 8\pi\nu^2) \cdot u_\nu^2 \quad (21),$$

где $\vartheta = kT$. При больших частотах ($h\nu \gg kT$) дисперсия определяется первым слагаемым в (21), при малых частотах ($h\nu \ll kT$) – вторым слагаемым. Отметим, что это же выражение для дисперсии спектральной плотности теплового излучения было получено ранее Эйнштейном, но иным путём и при существенно более длинных расчётах [5].

Используя безразмерную переменную $\alpha = \nu \cdot h / kT$, получим, что

$$\overline{(\Delta u_\nu)^2} = [8\pi(kT)^4 / c^3 h^2] \cdot [\alpha^4 / (e^\alpha - 1) + \alpha^4 / (e^\alpha - 1)^2] \quad (22)$$

Зависимости $y_1(\alpha) = \alpha^4 / (e^\alpha - 1)$ - кривая 1, $y_2(\alpha) = \alpha^4 / (e^\alpha - 1)^2$ - кривая 2

и $y(\alpha) = y_1(\alpha) + y_2(\alpha)$ - кривая 3 показаны на рис. 5.

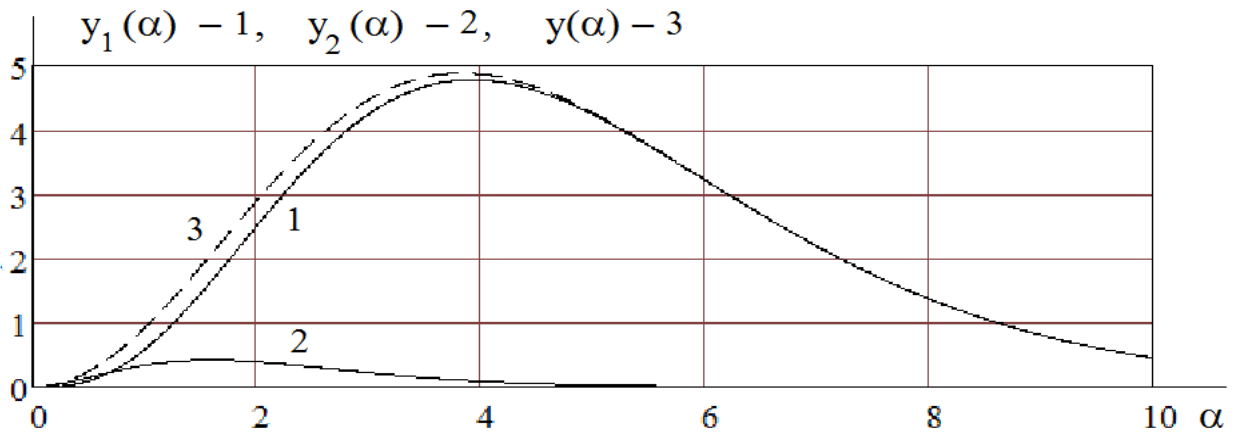


Рис. 5

При заданной температуре первое слагаемое в (22) имеет максимум при $\alpha = \alpha_4 = 4 + \text{ProductLog}[0, -4 / e^4] = 3,920\ 690\ 394\ 872\ 886\ 344 \dots$, т.е. при том же α , при котором имеет место максимум $u_{\nu\lambda}(\alpha)$! Второе же слагаемое также являющееся корнем уравнения типа (13): $e^{-\alpha_2} = 1 - \alpha_2 / 2$. имеет максимум при $\alpha = \alpha_2 = 2 + \text{ProductLog}[0, -2 / e^2] = 1,593\ 624\ 260\ 040\ 032 \dots$. При этом $\sqrt{\alpha_2 \cdot \alpha_4} \approx 2,499621 \approx 5/2$, а среднее арифметическое чисел α_n $\cdot \sum_{n=2}^{n=5} \alpha_n / 4 \approx 3,325 \approx \varphi^{5/2} \approx 3,330$. Отметим также, что первое и второе слагаемое в (22) равны при $\alpha = \ln 2$, т.е. при частоте $\nu = (kT/h) \cdot \ln 2$.

Для чисел α_n помимо уравнения (12) можно записать ещё три уравнения

$$\alpha_2 / (1 - e^{-\alpha_2}) + \alpha_4 / (1 - e^{-\alpha_4}) = 2 + 4 = 2\alpha_3 / (1 - e^{-\alpha_3}) \quad (23)$$

$$\alpha_2 / (1 - e^{-\alpha_2}) + \alpha_3 / (1 - e^{-\alpha_3}) = 2 + 3 = \alpha_5 / (1 - e^{-\alpha_5}) \quad (24)$$

$$\alpha_2 / (1 - e^{-\alpha_2}) + \alpha_3 / (1 - e^{-\alpha_3}) + \alpha_4 / (1 - e^{-\alpha_4}) + \alpha_5 / (1 - e^{-\alpha_5}) = 14 \quad (25)$$

В итоге получаем систему из 4-х трансцендентных уравнений для 4-х неизвестных α_n .

Исходя из того, что согласно (22) спектр флуктуаций теплового излучения состоит из двух компонент, предположим, что и спектр этого излучения

состоит из двух компонент. Тогда, согласно (7), можно считать, что суммарная плотность энергии этих компонент $u_{\nu 1,2}(\alpha)$ определяется соотношениями

$$J_1 = \int_0^{\infty} u_{1\nu}(\alpha) d\alpha = \pi^4 / 40, \quad J_2 = \int_0^{\infty} u_{2\nu}(\alpha) d\alpha = \pi^4 / 24, \quad J = J_1 + J_2 = \pi^4 / 15 \quad (26)$$

Одной из причин наличия двух компонент в тепловом излучении может быть различие их поляризаций. Этот случай реализуется в реликтовом излучении, имеющем две поляризационные компоненты: Е-моду (градиентная составляющая) и В-моду (роторная составляющая). Е-мода возникает при прохождении излучения через неоднородную космическую плазму вследствие томсоновского рассеяния. В-моду связывают с процессами в инфляционной и горячей моделях Вселенной.

Полагая индекс поляризации излучения равным P и считая спектральную функцию распределения плотности излучения для разных поляризационных компонент одинаковой и определяемой формулой (1), выражения для суммарной плотности излучения поляризационных компонент запишем в виде:

$$P = (J_2 - J_1) / (J_1 + J_2), \quad J_1 = (1 - P)J / 2, \quad J_2 = (1 + P)J / 2 \quad (27)$$

При этом из (27) следует, что $J_1 / J_2 = 3 / 5$ при $P = 1 / 4$.

Можно предположить также, что в общем случае каждая из компонент $u_{\nu 1,2}(\alpha)$ по разному зависит от α (т.е. от частоты ν) и, кроме того, зависит также от двух параметров P и η :

$$u_{\nu 1}(\alpha) = P_1 \cdot \alpha^{3-\eta_1} / (e^\alpha - 1), \quad u_{\nu 2}(\alpha) = P_2 \cdot \alpha^{3+\eta_2} / (e^\alpha - 1) \quad (28)$$

Приятной неожиданностью оказалось то, что даже в наиболее простом случае, когда $P_1 = P_2 = 1 / 2$, предположение о наличии двух компонент формально подтвердилось при $\eta_1 = 0,250\,512\,529\,936$, $\eta_2 = 0,182\,495\,851\,325$, $3 - \eta_1 \approx 11 / 4 = 2,750$, $3 + \eta_2 \approx (11 + \sqrt{3}) / 4 \approx 3,1830$. При этом удалось с высокой точностью выполнить одновременно три жёстких требования:

$$u_{\nu 1}(\alpha) + u_{\nu 2}(\alpha) = u_\nu(\alpha) = \alpha^3 / (e^\alpha - 1), \quad J_1 = \pi^4 / 40, \quad J_2 = \pi^4 / 24 \quad (29)$$

На рис. 6 показаны зависимости $u_v(\alpha)$, $u_{v\Sigma}(\alpha) = u_{v1}(\alpha) + u_{v2}$, $u_{v1}(\alpha)$ и $u_{v2}(\alpha)$ (кривые 1-4, соответственно). На рис.7 показана зависимость разности $\Delta u(\alpha) = u_v(\alpha) - u_{v\Sigma}(\alpha)$ от $\alpha = hv / kT$.

$u(\alpha)$ - 1, $u_{\Sigma}(\alpha)$ - 2, $u_1(\alpha)$ - 3, $u_2(\alpha)$ - 4

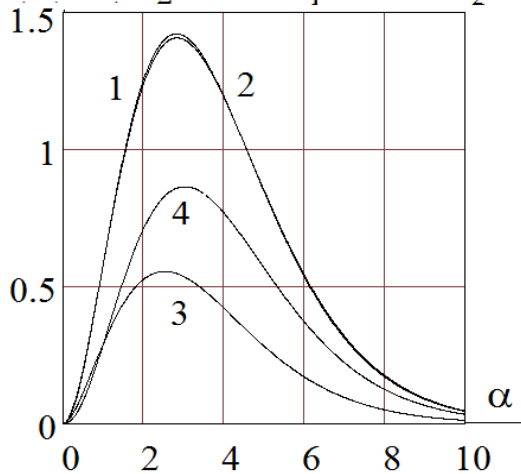


Рис. 6

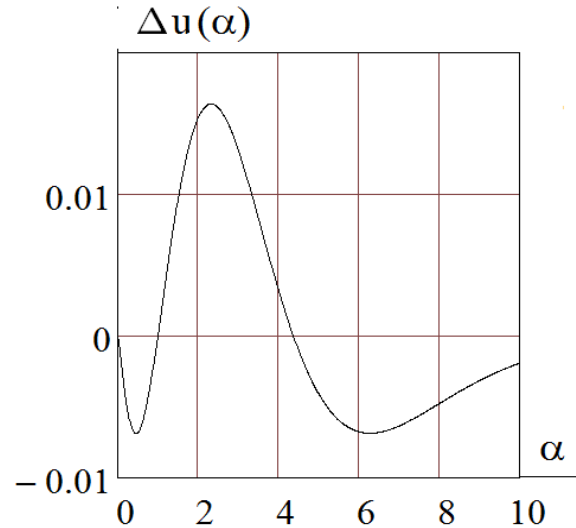


Рис. 7

Как следует из рис. 7, иаксимальные отклонения $u_{v\Sigma}(\alpha)$ от $u_v(\alpha)$ составляют менее 1 %. При этом отклонение равно нулю при $\alpha = 1$ ($h\nu = kT$) и $\alpha \approx 4,373 151$, т.е. при частоте несколько большей частоты высокочастотного максимума в спектре флуктуаций. Интегралы же $J_{1,2}$ равны $\pi^4 / 40$, $\pi^4 / 24$ с точностью $\leq 10^{-16}$.

К физическим причинам, обуславливающим наличие в тепловом излучении различных компонент можно отнести, помимо различия их поляризаций, неэквивалентность электрической и магнитной составляющих поля излучения как по их вкладу в процессы возбуждения и излучения атомов окружающей среды за счёт эффекта Томсона, так и по возможному различию корреляционных функций для \vec{E} и \vec{H} компонент.

При этом степень корреляции излучения может различаться и для каждой компоненты в отдельности в зависимости от её оптической частоты.

Коэффициент корреляции $K_E(\tau)$ для спектральной плотности излучения u_ω ($\omega = 2\pi\nu$) можно определить выражениями [6,7]:

$$K_E(\tau) = \psi_E(\tau) / \psi_E(0), \quad \psi_E(\tau) = (2/\pi) \cdot \int_0^\infty u_\omega \cos(\omega\tau) d\omega \quad (30)$$

Введя новую переменную $\theta = \tau / (h / 2\pi kT)$ получим, что

$$K_E(\theta) = (15/\pi^4) \cdot \int_0^\infty \alpha^3 \cos(\theta \cdot \alpha) / (e^\alpha - 1) d\alpha \quad (31)$$

График зависимости $K_E(\theta)$ показан ниже на рис. 8. Как показали расчёты в программе Mathematica $K_E(\theta) = 0$ при $\theta = \theta_0 \approx 0,436\ 802\ 003\ 931\ 495$.

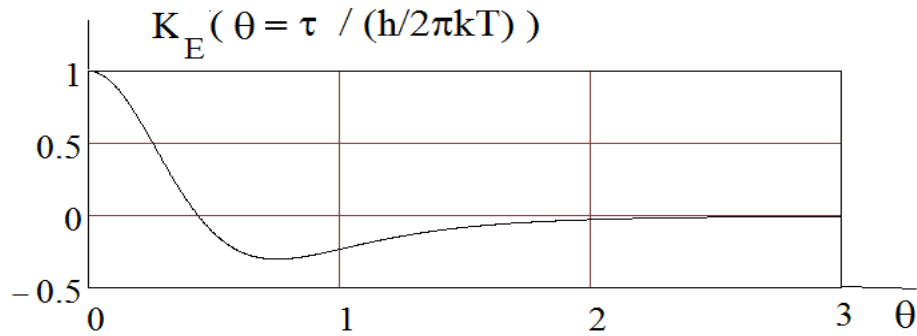


Рис. 8

Таким образом, при $\theta = \theta_0$ ($\tau = \tau_0 \approx 1/\nu_0$) изменяется знак корреляции, ν_0 - частота, разделяющая спектральные области с разным знаком корреляции.

На рис. 9 показаны любопытные зависимости подинтегральных функций $z(\alpha, \theta) = \alpha^3 \cos(\theta \cdot \alpha) / (e^\alpha - 1)$ в выражении (30) для коэффициента корреляции $K_E(\theta)$ при различных значениях $\theta = \theta_0; 0,1; 1; 2$ (кривые 1-4 соответственно).

$$z(\alpha, \theta = 0,436) - 1, z(\alpha, \theta = 0,1) - 2, z(\alpha, \theta = 1) - 3, z(\alpha, \theta = 2) - 4$$

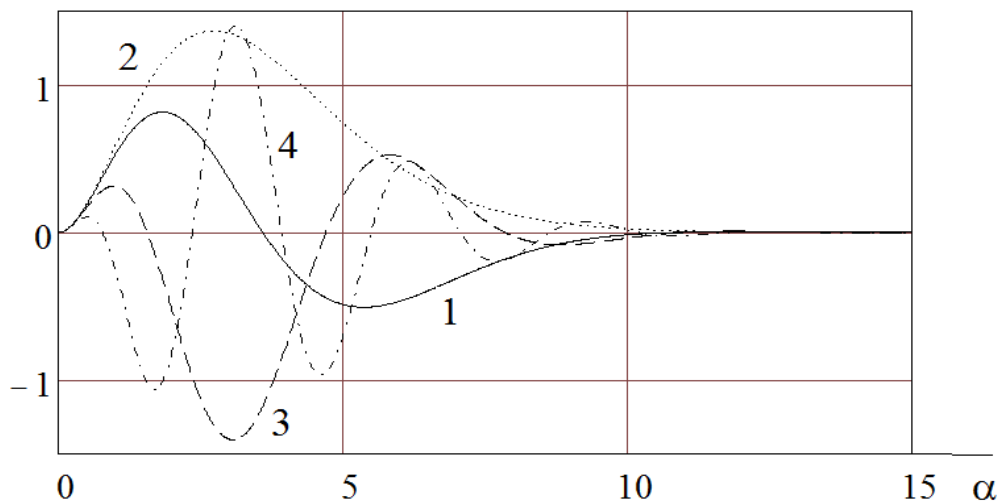


Рис. 9

Как следует из рис. 9, при $\alpha = h\nu / kT \geq 10$ функции $z(\alpha, \varepsilon) \approx 0$. Это значение $\alpha \approx 10$ соответствует границе частот «отсечки»: чёрное тело поглощает излучение всех частот, но практически не излучает на достаточно высоких частотах, так как $e^\alpha \gg 1$ при $\alpha \geq 10$ (см. рис. 1, 2).

Отметим также, что при $\theta = \theta_0$ площади под положительными и отрицательными значениями функции $z(\alpha, \theta_0)$ равны, а $z(\alpha, \theta_0) = 0$ при $\alpha \approx 3,596128938646$.

В заключение подчеркнём, что детальный анализ формулы Планка, в том числе и с точки зрения системной гармонии, обусловлен принципиальными причинами, заключающимися в том, что при создании теории равновесного теплового излучения Планк использовал ряд противоречивых предположений, ломающих принципы классической физики. В первую очередь, это относится к его гипотезе о квантовании энергии излучения.

Далее, в качестве модели среды, с которой взаимодействует излучение, Планк использовал очень упрощённую модель в виде классических линейных осцилляторов. Однако такие осцилляторы могут реагировать лишь на излучение с теми же частотами, которое сами излучают, и никакого обмена энергией, необходимого для получения равновесного излучения, не допускают. Более того, Планк приписал осцилляторам не только температуру, но и энтропию, при этом без необходимых обоснований ввёл следующую зависимость второй производной от энтропии S по энергии осциллятора E :

$$(d^2S / dE^2)^{-1} = -(h\nu E + E^2) / k \quad (32)$$

Сам Планк, назвавший созданную им в 1900 г. теорию результатом «акта отчаяния» в попытке любой ценой найти опровержение «ультрафиолетовой катастрофы», затем в своей Нобелевской лекции «Возникновение и постепенное развитие теории квант» (1920 г.) сказал, что полученное им выражение для спектральной плотности излучения всего лишь «счастливо угаданная интерполяционная формула», позволившая одновременно описать

разные экспериментальные зависимости как при малых частотах излучения (закон Рэлея-Джинса), так и при высоких частотах (закон Вина).

В этой связи дальнейшие исследования различных моделей абсолютно чёрных тел, в частности, чёрных дыр и реликтового излучения, являющегося главным экспериментальным подтверждением теории Большого взрыва и эволюции расширяющейся Вселенной, безусловно, очень важны и актуальны

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хокинг С., Пенроуз Р.* Природа пространства и времени. Ижевск, НИИ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, - 160 С.

2. *Макс Планк.* Единство физической картины мира. Сб. статей. Научная автобиография. М., Наука, 1966, - 287 С.

3. *Шелаев А.Н.* К возможности существования двух компонент в излучении Планка. Актуальные проблемы современной науки, 2012, № 2, - С.115-119.

4. *Шелаев А.Н.* К возможности сосуществования различных типов гармонии – алгебраической в целом и трансцендентной в деталях на примере излучения Планка. М., Эл. № 77-6567. Публ. 17636, 28.08.2012.

5. *Эйнштейн А.* Статьи из Сборника научных трудов, т.Ш, М., Наука, 1966. К теории возникновения и поглощения света, С.123-133. К современному состоянию проблемы излучения, С.164-179. Примеч. к статье С.Н. Бозе - Закон Планка и гипотеза световых квантов, С.473-474. Статья С.Н. Бозе, С.475-478.

6. *С.М. Рытов.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. I/ Случайные процессы. М., Наука, 1976

7. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., Наука, 1981.