НАНОМОЛЕКУЛА «ФУЛЛЕРЕН С60»: ГЕОМЕТРИЯ И АРИФМОМЕТРИЯ

> Гармония «самой красивой молекулы» основана на числах-модулях, которые иначе как дивными не назовешь. А их великолепие открывается «бриллиантовым» ключом от «золотой» пропорции.

Как показано выше, в геометрии существует проблема диарезиса, препятствующая ее арифметизации из-за невозможности определить принадлежность точки деления, например, отрезка $c = 2$ к его частям a и b, понимаемым как числа, связанные отношением порядка $0 < a \leq b < 2$. То есть, отождествление точек и чисел в образе числовой оси является противоестественным, так как приписанная ей непрерывность мнима и противоречит наблюдаемой дискретности вещества в природе.

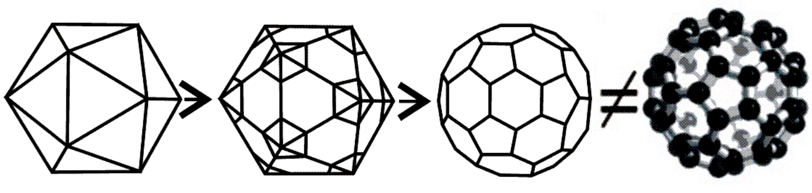
Напротив, арифмометрия, альтернативная геометрии, считает дихотомию $2 = 1 + 1$ способом определения единиц в множествах, образуемых массами и характеристиками их движения (скоростями, ускорениями и т. д.) в бинарных системах, обусловленных физическими взаимодействиями. При этом арифмометрия опирается на секстетные связи скаляров от 0 до 2, выделяя у числа 2 контрсимметричные части $a = 1 - d$ и $b = 1 + d$, где число-отклонение $d = \dfrac{b-a}{2}$ связано с числом-отношением $c = \dfrac{a}{b}$ конверсией и $2 = a + b = (1 + c)(1 + d) = (1 + c^{-1})(1 - d)$.

Секстетное исчисление нетривиально решает ряд задач механики и физики, а арифмометрические связи (конверсия, контрсимметрия, контркоммутативность и др.) между числами секстета представленные символами, может быть шифруют математическую гармонию мира. Ведь секстетные формы являются самыми общими решениями первых задач физики и механики, связанных с относительностью движений, гравитацией и распространением света. К этим решениям в будущем следует добавить арифмометрическое описание электромагнетизма, обозначенного выше как апейронное взаимодействие, механизм которого обеспечен потоками, исходящими из «темной» материи в недрах сфероидов - звезд и планет.

И не исключено, что потоковое взаимодействие, как суперпозиция магнитных и электрических свойств вещества, обеспечивает стабильное существование атомов и молекул, а также лежит в основе квантовых закономерностей в виде целочисленных соизмеримостей ареальных скоростей планет земной группы, например. При этом понятие действительного числа, выросшее из поштучного счета, не может остаться незыблемым и требует пересмотра в сторону отказа от чисел вообще, что выдвигает на первый план операции с объектами физики. Но тем не менее продолжим пользоваться понятием числа и образами геометрии, не забывая об их антропоморфизме.

Известным из геометрии малому $\varphi^1 = 0.618\ldots < 1$ и большому $\Phi^1 = 1.618\ldots > 1$ скалярам Фидия в арифмометрии соответствует число s_2 в степенях +1 и –1, являющееся основанием бинарного представления единицы $1 = s^{+1} + s^{+N} = s^{-N} - s^{1-N}$ при $N = 2$. Таким образом в длинном ряду $\{s_N\}$ системных скаляров число $s_2 = 0.618\ldots$ занимает вторую позицию после полуединицы и двойки. При этом дихотомии $1 = 0.5 + 0.5$ и $2 = 1 + 1$ предшествуют диарезисам $1 = \varphi^1 + \varphi^2$ и $2 = \varphi^{-1} + \varphi^2$, отличающимся инверсией первого слагаемого справа после знака равенства. Но это не значит, что инверсия различает единицу и двойку, которые, как и все числа, антропоморфны. Скорее речь идет о логическом операции «либо одно, либо другое», предполагающей незавершенные вычисления $\varphi^1 = 1 - \varphi^2$ и $\varphi^{-1} = 2 - \varphi^2$ с результатом «меньше чем 1» или «больше чем 1». При этом единица выбрана по принципу виртуального масштаба, являющемуся постулатом арифмометрии. В итоге мы имеем переменную $\varphi^{\pm 1}$ и константу φ^2, позволяющие различать не числа 1 и 2, а процессы 1 и 2, каковыми являются *tracking* и *winding*.

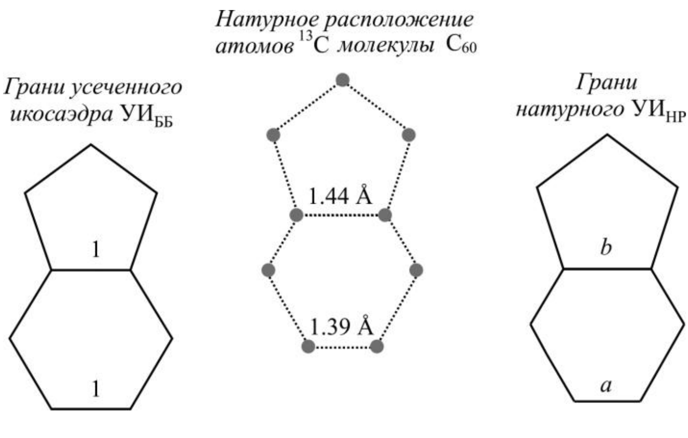
Как видно, системный скаляр s_2 с золотым окрасом озадачивает вопросом: какие числа правят миром? Натуральные, нумерующие ряд 0.5; 0.618…; …; s_N; …, или иные – с основанием в виде виртуального масштаба? Причем виртуальная единица, в отличие от хранимого эталона физической величины существует лишь формально как среднее арифметическое двух количеств, образующих бинарную систему того или иного рода. Примеры таких систем, как и решения поставленных ими задач приведены выше. А теперь представим арифмометрический расчет «самой красивой молекулы», учитывающий неправильность ее формы по отношению к приписываемому ей идеальному образу в виде усеченного икосаэдра.



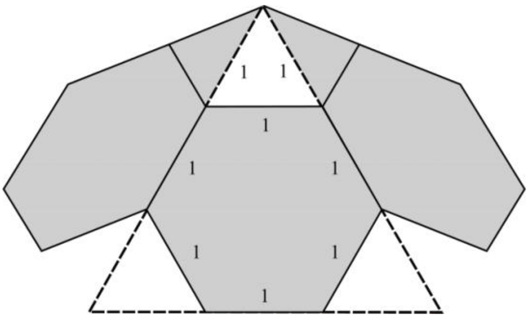
икосаэдр *усечение* *усеченный икосаэдр* *фуллерен* C60

Прежде всего отметим, что усеченный икосаэдр (УИ), называемый бакиболом (ББ), не является фигурой, вершины который отвечают фактической расстановке атомов углерода ^{13}C в молекуле C60. Ведь по геометрическому определению $УИ_{ББ}$ имеет одинаковые ребра, а измерения показали, что атомы в составе фуллерена C60 образуют 5- и 6-угольные кластеры со сторонами, равными 1.44 Å у правильных 5-угольников, тогда как в кластерах из шести атомов три стороны имеют такую же протяженность 1.44 Å = b^*, а остальные примерно равны 1.39 Å = a^*.

Как видно, геометрически атомы углерода находятся в вершинах многогранника, отличающегося от $УИ_{ББ}$ тем, что его ребра не одинаковы. Пусть 5-угольные грани усеченного икосаэдра с неравными ребрами ($УИ_{НР}$) ограничены отрезками длиной b, а стороны 6-угольных граней, не граничащие с пентаклями, равняются $a < b$. При этом отношение $\frac{a}{b} = \frac{a^*}{b^*} = \frac{1.39}{1.44} = 0.97...$ будем считать достоверным параметром молекулы C60.



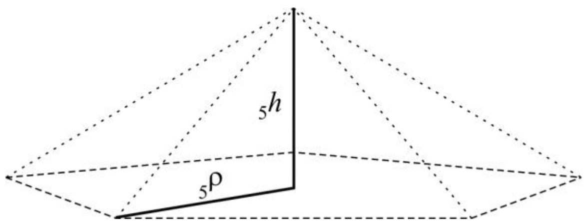
Очевидно, что различие $УИ_{НР}$ и $УИ_{ББ}$ с единичными ребрами возникает при отсечении 5-гранных пирамид от икосаэдра $И_3$ с длиной ребра, равной 3. При этом для фигуры $УИ_{ББ}$ глубина сечения $_5h = \sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{10}}$ равна высоте пирамиды с единичными ребрами, тогда как УИ$_{НР}$ получается из И$_3$ отсечением 12-ти пирамид высотой $_5h' > {_5h} = 0.525731\ldots$ И если 5-угольные сечения отстоят от вершин платонова многогранника И$_3$ на $_5h' = k \cdot {_5h}$, где $k > 1$, то сторона пентакля имеет длину $b = k = 1 + d$, где $d = k - 1$. При этом шестиугольная площадь, оставшаяся от треугольной грани тела И$_3$ после отделения трех равносторонних треугольников, ограничена тремя отрезками длиной $b = 1 + d$, концы которых разделены интервалами $a = 1 - 2d$.



Ясно, что при $a = b = 1$ глубина сечения тела И$_3$ равна $^5h = \sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{10}}$, где $\sqrt{5} = \varphi + \Phi = \Phi^2 - \varphi^2 = 2 + \varphi^3$ - число, одиозное своей двойственностью, а точнее первостепенным качеством в виде суммы $\varphi + \Phi$ и квадратичным характером в форме разности $\Phi^2 - \varphi^2$. Причем $_5h^2 = \dfrac{\varphi^2}{1+\varphi^2} = \dfrac{\varphi^3}{1-\varphi^4} = \dfrac{1-\varphi^3}{2(1+\varphi^2)} = \dfrac{\varphi(1-\varphi^3)}{2(1-\varphi^4)}$ или

$$_5h^2 = \frac{\alpha - 1}{\alpha} = \frac{1-\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{2\alpha} = \frac{\varphi\gamma}{2\beta}.$$

Заметим, что модули α и β, выражающие связь второй и четвертой степеней числа φ с единицей, присутствуют в выражении ${}_5\rho = b\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{1}{\alpha}} = \sqrt{\frac{\varphi}{\beta}}$ радиуса окружности, описанной вокруг 5-угольного основания равнореберной (b = 1) пирамиды высотой ${}_5h = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}$. А так как ${}_5h^2 + {}_5\rho^2 = 1^2$, то числа ${}_5h^2 = \frac{5-\sqrt{5}}{10} = 0.5 - \left(\frac{0.5}{10}\right)^{0.5}$ и ${}_5\rho^2 = \frac{5+\sqrt{5}}{10} = 0.5 + \left(\frac{0.5}{10}\right)^{0.5}$ контрсимметричны относительно скаляра 0.5, отличаясь от него на $\delta = \mp\left(\frac{0.5}{10}\right)^{0.5}$. И этот факт стимулирует поиск тождеств, допускающих внятную интерпретацию в духе арифмометрии.



От геометрического понимания формы $1^2 = {}_5h^2 + {}_5\rho^2$ как случая теоремы Пифагора для единичной гипотенузы с контрсимметричными квадратами катетов перейдем к ее арифмометрической интерпретации. При посредстве чисел $\alpha = 1 + \varphi^2$, $\beta = 1 - \varphi^4$ и $\gamma = 1 - \varphi^3$ получим $1^2 = \frac{\alpha}{\alpha} = \frac{3-\gamma}{2\alpha}$ и $1^2 = \frac{\varphi\alpha}{\beta} = \frac{\varphi(3-\varphi^3)}{2\beta}$, откуда следует, что модули $\alpha = 1 + \varphi^2$ и $\beta = 1 - \varphi^4$ определяют квадроединицу 1^2 как собственными значениями, так и удвоенными. При этом $\alpha + \beta = 2 + \varphi^3$, $\alpha - \beta = \varphi^3$, $\alpha \cdot \beta = 1 + \varphi^3(1 - \varphi^3)$ и $\alpha:\beta = \varphi^{-1}$. А так как $\frac{\beta}{\alpha} = \varphi^1$, то из $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ следует $\frac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1} = \varphi^3 \Leftrightarrow \varphi^1 = \frac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$, что выше обозначено как конверсия.

Как видно, в отношениях элементов равнореберной пирамиды как объекта элементарной геометрии присутствуют понятия контрсимметрии и конверсии, свойственные арифмометрии. Но при этом усеченный икосаэдр $УИ_{ББ}$, называемый бакиболом, имеет единичные ребра, что не соответствует отношению $a^*:b^*$ действительных расстояний между атомами фуллерена C60 в 6-угольных кластерах, соответственно равных $a^* = 1.39$ ангстрем (на стыках с такими же фигурами из шести атомов) и $b^* = 1.44$ ангстрем (на общих границах с правильными 5-угольниками).

Продолжим сбор геометро-арифметического материала для арифмометрического анализа числовых выражений символов и операционных связей между ними с целью количественного описания молекулы фуллерена C60.

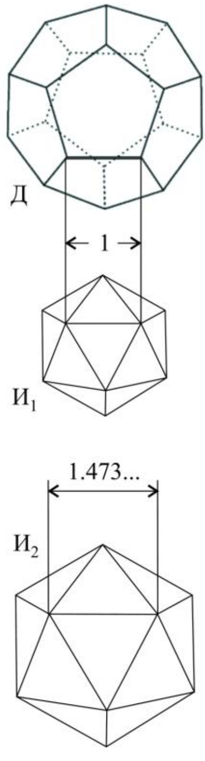
Таблица А

тело \ сфера	вписанная	описанная
икосаэдр	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3}}$	$\frac{\Phi\sqrt{3-\Phi}}{2}$
додекаэдр	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}$	$\frac{\Phi\sqrt{3}}{2}$

Известно, что платоновы многогранники - икосаэдр и додекаэдр с ребрами l = 1 единичной длины имеют вписанные и описанные сферы, размер которых определяет число Фидия Φ = 1.618… При этом представленные в таблице А радиусы ${}_5R$ и ${}_3R$ сфер, объединяющих вершины додекаэдра Д и включающих вершины икосаэдра И, и радиусы ${}_5r$ и ${}_3r$ сфер, изнутри касающихся их 5- и 3-угольных граней, связаны подобием

$$\frac{\Phi^2/2\sqrt{3}}{\Phi^2/2\sqrt{3-\Phi}}=\frac{\Phi\sqrt{3-\Phi}/2}{\Phi\sqrt{3}/2}=\sqrt{\frac{3-\Phi}{3}}\text{, где }\frac{3-\Phi}{3}=\frac{1+\varphi^2}{\varphi^{-2}+\varphi^2}=0.460655..$$

число-модуль, получаемое операциями с целыми степенями основания φ = 0.618…



Очевидно, что единичное слагаемое в числителе модуля вряд ли имеет смысл длины l = 1 ребер платоновых тел Д и И. К тому же геометрический ряд $\{\varphi^n\}$ с иррациональным основанием, равным второму (N = 2) члену множества системных скаляров $\{s_N\}$, не содержит единицы, если исключить нуль из состава целых чисел n, считая его неуместным в качестве показателя степени. Поэтому числа, как модули из целых степеней скаляра φ, связанных действиями, будем называть операционными.

А теперь, зная о присутствии чисел-модулей в конструкциях многогранников Д и И, применим полученные знания для описания многогранника, известного как усеченный икосаэдр.

Ясно, что растяжение каждого из тридцати ребер икосаэдра $И_1$ в $p = \sqrt{\frac{3}{3-Ф}}$ раз увеличит его вписанную и описанную сферы до размеров соответствующих сфер додекаэдра Д и удлинит единичное ребро фигуры $И_1$ до размера p = 1.473370... В итоге получим тело $И_2$, p-подобное $И_1$.

А теперь усечём многогранники $И_1$ и $И_2$, отделяя от этих тел объемы в форме равнореберных пирамид определенной высоты с 5-угольным основанием. Ясно, что ребра усеченного икосаэдра $УИ_1$, полученного из $И_1$, равняются одной третьей единицы. Причем ребра тела $УИ_2$, оставшегося от $И_2$, имеют длину

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{3(3-Ф)}} = \frac{φ}{\sqrt{1+φ^2+φ^4+φ^6}} = \frac{1}{\sqrt{4+φ^4}} = \frac{1}{\sqrt{2(2+φ^4/2)}} = 0.493123..$$

в $p = 1.473370..$ раз больше длины ребра a_1 = 0.333333... $УИ_1$.

И, наконец, усеченный икосаэдр $УИ_2$ увеличим так, чтобы его ребра стали единичными по длине, для чего умножим a_2 на $\sqrt{4+φ^4}$. В итоге имеем три усеченных икосаэдра: $УИ_1$ с ребром a_1 = 0.333333…, $УИ_2$ с ребром $a_2 = 0.491123..$ и $УИ_3$ с ребром a_3 = 1. Пусть охватывающие их сферы имеют общий центр и, значит, расположены одна в другой. При этом у каждого из тел $УИ_1$, $УИ_2$ и $УИ_3$ выделяются две вписанные сферы, одна из которых (большая) касается 5-угольных граней, а другая - меньшая по размеру - изнутри контактирует с 6-угольными.

Модульные выражения радиусов ${}_5r_i$ и ${}_6r_i$ вписанных сфер и радиальных размеров R_i сфер, описанных возле усеченных икосаэдров $УИ_i$ (i = 1, 2, 3), приведены в таблице Б.

Таблица Б

ребро / радиус	$a_3 = 1$	$a_2 = 0.491123\ldots$	$a_1 = 0.333333..$
R	$\frac{\Phi^3}{2}\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}$	$\frac{\Phi^3}{2}\frac{\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$	$\frac{\Phi^3}{2}\frac{\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}}{3}$
${}_5r$	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\times\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}$	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\times\frac{\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$
${}_6r$	$\frac{\Phi^2}{2}\sqrt{3}$	$\frac{\Phi^2}{2}\frac{1}{\sqrt{3-\Phi}}$	$\frac{\Phi^2}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}$

Как видно, значения R_i, ${}_5r_i$ и ${}_6r_i$ заданы числами $\varphi = 0.618\ldots$ и $\Phi = 1.618\ldots$, подстановка которых в модульные выражения радиусов дает, например, для $i = 3$ точно такие же результаты $R_3 = 2.478019..$, ${}_5r_3 = 2.327438..$ и ${}_6r_3 = 2.267284..$, что и формулы $\frac{1}{4}\sqrt{58+18\sqrt{5}}$, $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{10}\left(125+41\sqrt{5}\right)}$ и $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}\left(7+3\sqrt{5}\right)}$, полученные с помощью ЭВМ подбором целых чисел под первые радикалы.

Итак, выбор длины ребра a_3 усеченного икосаэдра УИ$_3$ единицей сравнения характерных размеров трех подобных многогранников обнаруживает возможность их выражения целыми степенями чисел Фидия φ и Φ. А арифмометрическое представление данных таблицы Б выделяет числа-модули, обозначенные буквами в ячейках таблицы Б*.

Таблица Б*

ребро / радиус	$a_3 = 1$	$a_2 = \frac{1}{m}$	$a_1 = \frac{1}{3}$
R	$D\frac{k}{1}$	$D\frac{k}{m}$	$D\frac{k}{3}$
${}_5r$	$\varphi D\frac{n}{m}3^{+0.5}$	$\varphi D\frac{n}{m}\alpha^{-0.5}$	$\varphi D\frac{n}{m}3^{-0.5}$
${}_6r$	$\varphi D3^{+0.5}$	$\varphi D\alpha^{-0.5}$	$\varphi D3^{-0.5}$

Как видно, общим множителем чисел-радиусов яляется модуль $D = (2\varphi^3)^{-1}$, умножаемый на радикал $k = \sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}$ в строке значений размеров $R_{3,2,1}$. При этом общим множителем радиусов ${}_5r_{3,2,1}$ следующей строки является блок $\varphi D\frac{n}{m}$ из модулей $D = (2\varphi^3)^{-1}$, $n = \sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}$ и $m = \sqrt{4+\varphi^4}$, который можно вынести за поле таблицы Б* вправо, как и общие множители Dk и φD чисел первой и третьей строк. И после выноса и нормировки элементов строк членами последнего столбца в ячейках среднего останутся радикалы степени числа $3/\alpha$, где $\alpha = 1 + \varphi^2$.

после выноса

1^{-1}	$3m^{-0.5}$	3^{-1}	Dk
$3^{+0.5}$	$\alpha^{-0.5}$	$3^{-0.5}$	$\varphi D\frac{n}{m}$
$3^{+0.5}$	$\alpha^{-0.5}$	$3^{-0.5}$	φD

после нормировки

3	$(3/\alpha)^{0.5}$	1
3	$(3/\alpha)^{0.5}$	1
3	$(3\alpha)^{0.5}$	1

И радикалы той же степени останутся в ячейках после нормировки итогов выноса числами нижней строки.

после выноса

$\dfrac{k}{\varphi}$	$\dfrac{k}{\varphi m}$	$\dfrac{k}{3\varphi}$
$\dfrac{n}{m}3^{+0.5}$	$\dfrac{n}{m}\alpha^{-0.5}$	$\dfrac{n}{m}3^{-0.5}$
$3^{+0.5}$	$\alpha^{-0.5}$	$3^{-0.5}$

φD $\quad\varphi D$ $\quad\varphi D$

после нормировки

$\left(\dfrac{N-3}{M-3}\right)^{0.5}$	$\Phi\left(\dfrac{K}{M-3}\right)^{0.5}$	$\Phi\left(\dfrac{K}{\underline{M}}\right)^{0.5}$
$\dfrac{n}{m}$	$\left(\dfrac{n^2}{m^2}\right)^{0.5}$	$\left(\dfrac{N}{M}\right)^{0.5}$
1	1	1

Пусть $k^2 = K$, $m^2 = M$ и $n^2 = N$. Тогда, с учетом связи $M = 3\alpha = 3(1 + \varphi^2)$ и $\underline{M} = 3(\alpha - 1) = 3\varphi^2$ нормирующих модулей $M = 4 + \varphi^4$ и $\underline{M} = 1 + \varphi^4$ с модулем $\alpha = 3 - \Phi = 1 + \varphi^2$ запишем двойное отношение $\dfrac{K}{\underline{M}}:\dfrac{N}{M}$ в виде числа $C^{+1} = \dfrac{1+2\varphi^6/(2^{-1}+\varphi^4/2)}{1+2\varphi^6/(2^{+1}+\varphi^4/2)}$,

изменяющего положительную степень +1 на отрицательную –1 при смене знаков показателей степени числа 2 в круглых скобках. А так как $C^{+1} = 5^{-0.5}\varphi$, то образуется цепное тождество

$$C^{\pm1} = \frac{1}{3+\varphi} = \frac{1}{\Phi^2+1} = \frac{\varphi^1}{2+\varphi^3} = \frac{\varphi^2}{1+\varphi^2} = \frac{\varphi^3}{1-\varphi^4} = \frac{1+2(A/B)/(2^{-1}+\varphi^4/2)}{1+2(A/B)/(2^{+1}+\varphi^4/2)}$$

со свойством инверсии элементов, физическую значимость которого подчеркивает то, что

1) скаляр $\dfrac{\varphi^2}{1+\varphi^2} = \dfrac{\varphi^3}{1-\varphi^4} = \dfrac{5-5^{0.5}}{10} = {}_5h^2$ - это квадрат высоты ${}_5h$ равнореберных пирамид, отсекаемых от вершин икосаэдра $И_3$ с длиной ребра, равной 3, в результате чего образуется усеченный

икосаэдр $УИ_{ББ}$ с ребрами единичной длины, ошибочно принимаемый формой пространственного расположения атомов углерода в молекуле фуллерена С60;

2) модули $A = 1 - 2\varphi^3$ и $B = 1 + 2\Phi^3$ в отношении $A{:}B = \varphi^6$ таковы, что $A + B = 10$;

3) член $\frac{\varphi^4}{2} = 0.072949..$ в круглых скобках инверсного модуля $C^{\pm 1}$ близок к числу 0.007297…, тождественному постоянной тонкой структуры 1/137.035999…, увеличенной в 10 раз, что является арифмометрическим фактом физического порядка, как и отношение $\frac{a*}{b*} = 0.97...$ сторон кластеров 5- и 6-угольной формы, соответствующее данным измерений ($a*$ = 1.39 Å и $b*$ = 1.44 Å) с некоторой точностью, увеличению которой препятствует принцип неопределенности.

Итак, элементарными приемами выделены скаляры

$$a_2 = \sqrt{M} = \frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6}} = \frac{1}{\sqrt{4+\varphi^4}},$$

$${}_5h = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1+\varphi^2}} = \sqrt{\frac{\varphi^3}{1-\varphi^4}} = \sqrt{\frac{1-\varphi^3}{2(1+\varphi^2)}} = \sqrt{\frac{\varphi(1-\varphi^3)}{2(1-\varphi^4)}} \text{ и}$$

$$C^{\pm 1} = \frac{\varphi^1}{2+\varphi^3} = \frac{\varphi^2}{1+\varphi^2} = \frac{\varphi^3}{1-\varphi^4},$$

представленные модулями из степеней числа $\varphi = 0.618…$ При этом значения $a_2 = 0.491123..$ ребра усеченного икосаэдра $УИ_2$ и высоты ${}_5h = 0.525731…$ равнореберных пирамид, отсеченных от икосаэдра $И_3$ с ребрами длиной 3 определены модулями с корнями, дерадикализация (возведение в квадрат) которых дает

$M=\dfrac{1^2}{4+\varphi^4}$ и ${}_5h^2=\dfrac{\varphi^2}{1+\varphi^2}=\dfrac{\varphi^3}{1-\varphi^4}=\dfrac{1-\varphi^3}{2(1+\varphi^2)}=\dfrac{\varphi(1-\varphi^3)}{2(1-\varphi^4)}$. При этом выражения для квадратичного числа ${}_5h^2$ подразумевают тождества $1=\dfrac{2\varphi^2}{1-\varphi^3}$ и $1=\dfrac{1-\varphi^2}{\varphi}$, откуда $1^2 = 2\varphi^2 + \varphi^3$ и $1^1 = \varphi^1 + \varphi^2$, что при сложении дает $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$.

Но единицы 1^1 и 1^2 семантически не тождественны и, кроме того, следует учесть степенную двойственность числа φ^3, такого, что с одной стороны $\varphi^3 = \varphi^1 - \varphi^2$, тогда как с другой $\varphi^3 = (\varphi/\Phi)^1 - (\varphi/\Phi)^2$, где $\varphi/\Phi = \varphi^2$ входит в инверсный модуль $C^{+1}=\dfrac{1+2(\varphi/\Phi)^3\big/(2^{-1}+\varphi^4\big/2)}{1+2(\varphi/\Phi)^3\big/(2^{+1}+\varphi^4\big/2)}$, содержащий переменную $2^{\pm1}$.

Как видно, в модульном описании усеченных икосаэдров УИ$_1$, УИ$_2$ и УИ$_3$ (*см. таблицу* А) выделяются члены, требующие интерпретации на основе физических качеств молекулы фуллерена С60, представленных неравенством измеренных расстояний между его атомами в 5- и 6-угольных кластерах, а также близостью скаляра $\dfrac{\varphi^4}{2}=0.072949..$ к удесятеренному значению постоянной тонкой структуры 0.007297… = 1/137.035999…

Заметим, что в центральной ячейке таблицы Б представлен радиус ${}_5r_2$ сферы, касающейся 5-угольных граней усеченного икосаэдра УИ$_2$ с ребром $a_2 = (4 + \varphi^4)^{-0.5}$. При этом модуль $4 + \varphi^4 = M$ нормирует число $N = 4 + \varphi^4 + 4\varphi^6$ в $\dfrac{n}{m}=\dfrac{\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$,

дерадикализация которого дает модуль $\dfrac{N}{M}=N^*=1+\dfrac{4\varphi^6}{4+\varphi^4}$, где скаляр N^* выражает отношение радиусов ${}_5r_2$ и ${}_6r_2$ в квадрате. А так как их разность ${}_5r_2^2 - {}_6r_2^2 = \frac{\varphi^2}{(1+\varphi^2)(4+\varphi^4)}$, где $\frac{\varphi^2}{1+\varphi^2} = {}_5h^2$, а

$\frac{1^2}{4+\varphi^4} = a_2^2$, то получается, что квадраты геометрических характеристик ${}_5r_2$, ${}_6r_2$, a_2 и ${}_5h$ связаны тождеством ${}_5r_2^2 - {}_6r_2^2 = a_2^2 \cdot {}_5h^2$, откуда $4a_2^2 = \frac{N^*-1}{\varphi^6} = c^{+1} = 0.964809..$ - число меньше единицы. Вместе с обратным скаляром $c^{-1} = 1.036474\ldots$ подставим его в выражения $a = \frac{c^{+1}+1}{2}$ и $b = \frac{c^{-1}+1}{2}$, считая $a = 0.982405\ldots$ и $b = 1.018237\ldots$ аналогами межатомных расстояний $a^* = 1.39$ Å и $b^* = 1.44$ Å в молекуле фуллерена С60 хотя бы потому, что отношение $\frac{a}{b} = 0.965...$ близко к $\frac{a^*}{b^*} = 0.97...$

Таким образом, «самая красивая молекула» оказывается физическим объектом, который апробирует так называемую «золотую пропорцию» через «бриллиантовый ключ», утверждающий двойственный характер первой и второй степеней оснований в тождествах $\varphi^3 = \varphi^1 - \varphi^2$ и $\varphi^3 = (\varphi/\Phi)^1 - (\varphi/\Phi)^2$, где $\varphi/\Phi = \varphi^2$.

Итак, числовое выражение $a_2^2 = \frac{{}_5r_2^2 - {}_6r_2^2}{{}_5h^2}$, кажущееся бессмысленным геометрически, позволяет сосчитать ребра a и b фигуры $УИ_{НР}$. При этом усеченный икосаэдр с неравными ребрами является приближенной формой пространственного распределения шестидесяти атомов углерода ^{13}C, положения которых в принципе не могут быть зафиксированными как точки.