Сергиенко П.Я.

# СИММЕТРИЯ-АСИММЕТРИЯ ТРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА И АЛГОРИТМЫ ЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

***Природа говорит языком математики; буквы этого языка - круги, треугольники и другие математические фигуры.***
***Галилео Галилей***

Данной статьей я представляю новые знания математического моделирования трехмерного пространства структурной гармонии посредством одной из **тетраэдрических** форм, проявляющихся в симметрии-асимметрии живой и косной природы и изучаемой множеством наук, познающих эволюцию живого.

## Философские аспекты симметрии-асимметрии

Принципы симметрии-асимметрии используются во всех без исключения направлениях современной науки. Симметрия-асимметрия играет важную роль в математике, логике, философии, искусстве, биологии, физике, химии и других науках, которые имеют дело с системами, а также исследованиями в области общей методологии. В философии выделяют следующие группы симметрии. Первая группа – это симметрия геометрическая, т.е. симметрия положений форм и структур. Это та симметрия, которую можно воспринимать визуально. Вторая группа – это симметрия явлений и законов природы.

В ходе многовековой практики познания мира и познания законов объективной действительности человечество накопило многочисленные данные о том, что в окружающем мире действуют две тенденции: с одной стороны, тенденция к упорядоченности, гармонии, а с другой – к ее нарушению.

*Симметрия* является одной из наиболее фундаментальных и одной из наиболее общих закономерностей мироздания: неживой, живой природы и общества. Симметрия как общенаучное понятие на одном уровне делится на три типа: *структурную, геометрическую* и *динамическую.*

В данной статье рассматривается в основном геометрический тип симметрии, который дополнен ее противоположностью – геометрической асимметрией до формирования **гармоничной пары “симметрия – асимметрия”.**

Задумываясь над проблемой происхождения жизни, Луи Пастер ((1822-95) — французский ученый, основоположник современной микробиологии и иммунологии открыл, что симметрия между левым и правым в живой природе нарушена на молекулярном уровне и, что асимметрия биосферы есть результат действия электрических и магнитных полей космического происхождения, а само зарождение биологической изомерии на этом уровне предопределено “*диссимметрической совокупностью Вселенной*”. В развитие этой гипотезы В. Вернадский связал хиральность (отсутствие симметрии относительно правой и левой стороны) живых систем с асимметрией самого пространства. Обе гипотезы разумны и дополняют друг друга. Известно, что природные электромагнитные поля, как правило, асимметричны, частично поляризован солнечный свет. Есть работы, в которых обсуждаются модели механизма чувствительности живых систем к хиральному фактору, основанные на хиральности электромагнитного поля, структурной асимметрии метаболитов и кооперативных явлений в водных атомно-молекулярных системах.

Одно из классических определений понятий симметрии и ее противоположности, асимметрии, сформулировали с точки зрения диалектики специалисты по философским вопросам физики, а также по философской онтологии, теории познания и метафилософии – доктора философских наук, В.С.Готт и Н.Ф.Овчинников.

«Симметрия - понятие, отражающее существующий в природе порядок, пропорциональность и соразмерность между элементами какой-либо системы или объекта природы, упорядоченность, равновесие системы, устойчивость, т.е. если хотите, некий элемент гармонии. Асимметрия - понятие, противоположное симметрии, отражающее разупорядочение системы, нарушение равновесия и это связано с изменением, развитием системы. Таким образом, из соображений симметрии-асимметрии мы приходим к выводу, что развивающаяся динамическая система должна быть неравновесной и несимметричной. В ряде случаев симметрия является достаточно

очевидным фактом. Например, для определенных геометрических фигур нетрудно увидеть эту симметрию и показать ее путем соответствующих преобразований, в результате которых фигура не изменит своего вида» [1].

«К общим определениям понятий симметрии и асимметрии можно подойти исходя из следующих положений: во-первых, нужно признать, что эти понятия относятся ко всем известным нам атрибутам материи, что они отражают взаимные связи между ними; во-вторых, эти понятия основываются на диалектике соотношения тождества и различия, существующей как между атрибутами материи, так и между их состояниями и признаками; в-третьих, нужно иметь в виду, что единство симметрии и асимметрии представляет собой одну из форм проявления закона единства и взаимоисключения противоположности. Правильность этих отправных положений может быть доказана как выводом их из многочисленных частных определений симметрии и асимметрии, так и правильностью их следствий, т. е. необходимостью и всеобщностью определений симметрии и асимметрии, полученных на их основе» [2].

Заметим, В.С.Готт и Н.Ф.Овчинников являются диалектиками. Автор статьи – триалектик.

*Триалектика – наука о гармоничном развитии природы, общества и мышления*. Она, по преемственности предшествующих знаний, является как бы более высшей ступенью диалектического познания развивающейся действительности. На данной ступени развития диалектические связи форм проявления *закона единства, отрицания и взаимоисключения* одной из противоположностей переходят в форму проявления *закона единства и взаимодействия* противоположностей, симметрии-асимметрии. То есть они преобразуются в форму их гармоничного единства.

Как аргументы данного философского обобщения можно моделировать посредством математики?

Все формы вещей мироздания составлены из наименьших форм. Для обоснованного определения формы наименьшего количества пространства используются изначальные соответствующие аксиомы.

Аксиома: «наименьшим многоугольником является треугольник».

Аксиома: «наименьшим многогранником является тетраэдр».

Аксиома: «Наименьшая линейная величина длины – *отрезок прямой линии*, ограниченный окончаниями таких же точек-отрезков (наименьших прямых линий).

Возражений для этих аксиом не найдено.

## Примеры из практических исследований

Думается, понять читателю вышесказанные утверждения легче можно будет, если обратиться к геометрическим иллюстрациям автора. Но, перед этим мы обратимся к естественнонаучным знаниям о геометрической реальности мироустройства. Например, – к знаниям современного авторитетного ученого д.х.н. и к.ф-м.н. А.С.Холманского.

Обобщая итоги исследований разных ученых в области физических, химических, биологических наук и итоги своих собственных исследований, он пишет.

«Универсальным элементом геометрии пространств литосферы, гидросферы Земли и водной среды жидких систем является **тетраэдр**, отвечающий $sp^3$-гибридизации межатомных или межмолекулярных связей. Это, прежде всего, относится к содержащим кварц верхним слоям земной коры, пескам и глинам. Высокая доля кремнезема ($SiO_2$) в этих средах располагает к формированию сеток из цепочек центрированных тетраэдров. В низкотемпературной модификации кварца цепочки тетраэдров располагаются по спирали, поэтому прозрачный кварц оптически активен…

Элементом трехмерных сеток водородных связей в конденсированных водных системах также является тетраэдр…» [3].

Аналогичные утверждения мы находим в описаниях исследований ученого, д.б.н., к.х.н., к.ф.н. Зенина С.В.

«Анализ данных, полученных тремя физико-химическими методами: рефрактометрии [4], высокоэффективной жидкостной хроматографии [6] и протонного магнитного резонанса [5], на основании которых была построена и доказана геометрическая модель основного стабильного структурного образования из молекул воды, свидетельствует о следующем:

1. На уровне первой стадии образования стабильного структурного элемента из 57-и молекул воды (додекаэдрический тетраэдр - "квант", рис. 6) возникает новый вид межмолекулярного

взаимодействия - комплементарное (взаимодополняемое) образование шести водородных связей между гранями различных тетраэдров - квантов.

Каждая молекула воды в кристаллической структуре льда участвует в 4 водородных связях, направленных к вершинам *тетраэдра*. При этом 57 молекул воды (квантов), образуют структуру, напоминающую тетраэдр…» [4].

Здесь самое время вспомнить о правильных многогранниках, в частности, об **икосаэдре**.

История древних находок «сакральной» геометрии свидетельствует о том, что правильные многогранники были известны задолго до новой эры. Например, их орнаментные модели можно найти на резных каменных шарах, созданных в период позднего неолита, в Шотландии, как минимум за 1000 лет до Платона.

«Сакральная» геометрия – учение о формах пространства и закономерностях развития бытия жизни в соответствии с этими формами. Этот термин охватывает религиозные, философские и культурные воззрения всей человеческой истории, которые так или иначе связаны с геометрией относительно структурного устройства от мельчайших составных частей косного и живого мира, до Вселенной включительно. Этот термин охватывает всю пифагорейскую и неоплатоновскую геометрию, включая геометрию фракталов.

Математическим основанием в познании «сакральной» геометрии является принцип «божественной пропорции» предустановленной гармонии мироустройства, который гласит: *для трех величин – самая большая из них относится к средней, как средняя – к меньшей*. Этот уникальный принцип в научном познании действительности прижился как «золотая пропорция».

Честь и часть открытия правильных многогранников принадлежит Теэтету Афинскому, современнику Платона. Платон писал о них в своём трактате Тимей (360г до н. э.), где сопоставил каждую из четырёх стихий (землю, воздух, воду и огонь) определённому правильному многограннику. Земля сопоставлялась кубу, воздух — октаэдру, вода — икосаэдру, а огонь — тетраэдру.

Современные ученые открыли множество икосаэдрических структур, которые существуют в мире живой природы и обладают огромным разнообразием форм. Приведу только описания некоторых заключений из научных исследований без ссылок на первоисточники.

Известно множество вирусов, содержащие кластеры в **форме икосаэдра**. Например, открытие фуллерена, молекула которого $C_{60}$ также обладает этим типом симметрии, стимулировало интерес к подобным объектам. Г.Хуберт с сотрудниками (H.Hubert; Аризонский университет, США) синтезировали кристаллы $B_6O$ из смеси B и $B_2O_3$, которая выдерживалась при температуре 1700$^o$C и давлении от 4 до 5.5 ГПа в течение 30 мин. Образовавшийся субоксид бора имеет ромбоэдрическую кристаллическую решетку с одним из плоских углов при вершине, равным 63.1$^o$. Это значение очень близко к величине угла 63.4$^o$. Это значение в правильной 5-гранной пирамиде, из которых, как бы собраны правильные додекаэдр и икосаэдр, как доказано ниже, равно **65$^o$11'...**

Первичные икосаэдры способны группироваться в более крупные кластеры: центральный икосаэдр окружен 12 такими же частицами, центры которых лежат в вершинах более крупного икосаэдра второго порядка. Число атомов в таком сверхкластере может достигать $10^{14}$.

Икосаэдричесий кластер имеет размер около 15 мкм. Этот продукт синтеза не может считаться монокристаллом, так как не имеет периодической кристаллической решетки. Малая плотность таких частиц при твердости, близкой к твердости алмаза, и высокая химическая стойкость делают их перспективными в создании новых материалов для техники.

**Исключительностью икосаэдра среди Платоновых тел воспользовались вирусы.** По-видимому, тут все дело в экономии – экономии генетической информации.

Можно спросить: а почему обязательно правильный многогранник? И почему именно икосаэдр?

Полагают, дело в том, что вирусная частица должна весь обмен клетки-хозяина перевернуть вверх дном; она должна заставить зараженную клетку синтезировать многочисленные ферменты и другие молекулы, необходимые для синтеза новых вирусных частиц. Все эти ферменты должны быть закодированы в вирусной нуклеиновой кислоте. Но количество ее ограничено. Поэтому для кодирования белков собственной оболочки в нуклеиновой кислоте вируса оставлено совсем мало места.

Что же делает вирус?

Он просто использует много раз один и тот же участок нуклеиновой кислоты для синтеза большого числа стандартных молекул — строительных белков, объединяющихся в процессе автосборки вирусной частицы. В результате достигается максимальная экономия генетической информации.

По законам математики для построения наиболее экономичным способом замкнутой оболочки из одинаковых элементов нужно сложить из них икосаэдр, который наблюдается в структуре формы вирусов.

Так «решают» вирусы сложнейшую задачу: найти тело наименьшей поверхности при заданном объеме и притом состоящее из одинаковых и тоже простейших фигур.

Вирусы, мельчайшие из организмов, настолько простые, что до сих пор неясно — относить их к живой или неживой природе, — эти самые вирусы справились с геометрической проблемой, потребовавшей у людей более двух тысячелетий! Все так называемые «сферические вирусы», в том числе такой страшный, как вирус полиомиелита, представляют собой икосаэдры, а не сферы, как думали раньше.

Есть вирусы, размножающиеся в клетках животных (позвоночных и беспозвоночных), другие облюбовали растения, третьи (их называют бактериофагами или просто фагами) паразитируют в микробах, но **икосаэдрическая форма встречается у вирусов всех этих трех групп.**

Поэтому *икосаэдр*, используемый при создании моих моделей, может символизировать как молекулу, так и атом. Существо дела от этого не меняется, поскольку речь идёт о построении геометрических моделей возможных структур независимо от их принадлежности к живой или неживой природе. Опыт моделирования кристаллических структур на основе икосаэдра подтверждает факт универсальности этого многогранника. На его основе создаются структуры, обладающие трансляционными свойствами и подчиняющиеся законам классической кристаллографии: одномерные винтовые структуры; поверхностные структуры (плоские, цилиндрически свёрнутые и глобулярные), которые включают структуры фуллеренов и нанотрубок; квазикристаллические структуры и др. Разумеется, между реальными формами вирусов и идеальными математическими объектами их моделирования – существенная разница.

## Икосаэдр

**Икоса́эдр** (от др.-греч. εἴκοσι «двадцать»; ἕδρον «сидение», «основание») — правильный выпуклый многогранник, двадцатигранник, одно из Платоновых тел. Каждая из 20 граней представляет собой равносторонний треугольник. Геометрия икосаэдра занимает важное место во многих областях математического анализа, таких, как проблема решения уравнений пятой степени, теория групп , теория хаоса. Икосаэдры невозможно упаковать так, чтобы они плотно, без зазоров, заполняли все пространство, поэтому они не могут служить элементарными ячейками кристаллов.

В настоящее время открыто более 200 квазикристаллических сплавов, свойства которых активно исследуются. Эти объекты пока не нашли практического применения, но их изучение расширяет наши представления о строении вещества. Вопрос о квазикристаллическом состоянии не ограничивается физикой твердого тела. Симметрийные свойства квазикристаллов обладают универсальностью. Их геометрические формы обладают как качествами жидкости, ибо формируются в жидкой среде, так и кристалла, ибо они явно геометричны.

Это означает, что если какой-либо способ упаковки ячеек некоторой формы найден в твердом теле, то такой же способ упаковки "жидких ячеек" может быть обнаружен в гидродинамических течениях, проблеме хаоса (в структуре фазовой плоскости динамической системы) и др. Поэтому в исследование квазикристаллов вовлечены физики, математики, кристаллографы и материаловеды. Однако вопрос о природе квазикристаллического состояния материи и объяснении свойств квазикристаллов все еще остается загадкой, которую преподнесла нам Природа.

**Параметры *икосаэдра*** в современной энциклопедической литературе представлены следующим описанием: правильный выпуклый многогранник, составленный из **20** правильных треугольников. Каждая из **12 вершин** икосаэдра является вершиной **5** равносторонних треугольников, т.е. боковых граней **5-гранной пирамиды**. Поэтому **сумма углов** при вершине

равна **300°**. У икосаэдра **30 ребер**. Как и у всех правильных многогранников ребра икосаэдра имеют равную длину, а грани – равную площадь. Обозначим *длину ребра* икосаэдра символом – **a** и получим следующие формулы:

Сумма длин всех ребер **30a**

Площадь поверхности $S = 5a^2\sqrt{3}$

Объем $V = \frac{5a^3}{12}(3+\sqrt{5})$

Радиус вписанной сферы $r = \frac{a}{4\sqrt{3}}(3+\sqrt{5})$

Радиус описанной сферы $R = \frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$

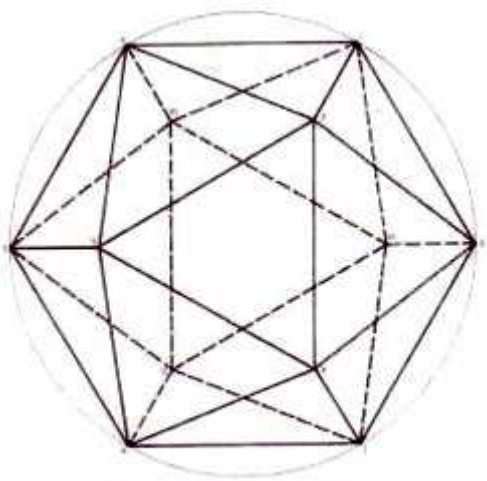

**Рис. 1. Икосаэдр**

Икосаэдр имеет **15 осей симметрии**, каждая из которых проходит через середины противоположных параллельных ребер. Точка пересечения всех осей симметрии икосаэдра является его центром симметрии.

**Плоскостей симметрии** у икосаэдра **–** так же **15**. Плоскости симметрии проходят через четыре вершины, лежащие в одной плоскости, и середины противолежащих параллельных ребер.

Внимательный читатель, возможно, заметил различие в описании параметров икосаэдра энциклопедическими источниками и исследователями Аризонского университета США. Последние ищут подходы к тому, как объемная структура икосаэдра может быть составлена (упакована без зазоров) из 20 тетраэдров, разумеется, – равных по объему и фрактальных по форме. Коротко говоря, необходимо найти форму такого тетраэдра.

Как известно, геометрически всевозможных форм тетраэдров, с их относительно количественными параметрами между ребрами и поверхностями граней существует бесконечное множество.

Спрашивается, к какой форме тетраэдра должен быть прикован интерес исследователя, если он решил построить (собрать) из тетраэдров икосаэдр?

Если мы руководствуемся философской парадигмой «симметрия-асимметрия», то части (тетраэдры), из которых состоит внутренняя структура внешне абсолютно симметричного икосаэдра, должны являть собой полную противоположность структуре внешних частей (ребер и граней) икосаэдра. Исходя из триалектического тезиса о том, что симметрия-асимметрия являет собой гармоничную, а не антагонистическую пару противоположностей, мы должны руководствоваться ее законом «золотой средины» в отношениях противоположностей *триады целого,* где средина является противоположностью по отношению как к большей, так и к меньшей части. Математике с глубокой древности принцип такого отношения известен, еще раз повторимся, как принцип «золотой пропорции»: **большая часть так относится к средней части, как средняя часть относится к меньшей части.**

### Математическое моделирование симметрии-асимметрии гармоничного прямоугольного тетраэдра

Думается, читателю можно будет легче понять вышесказанные утверждения, если обратиться к геометрическим построениям автора прямоугольного *«сакрального» тетраэдра*. В

этой связи я хочу информировать моих читателей, что данная статья является как бы продолжением (развитием) утверждений, высказанных автором в ниженазванной его книге:

«В согласии с вышеизложенной теорией, по любой произвольно заданной мере числа можно вычислять и геометрически строить фрактальные структуры и системы мира в гармоничных отношениях любого масштаба. Фундаментальными структурами их построения являются вписанный в окружность прямоугольный **гармоничный треугольник** и **гармоничный тетраэдр**, из которых состоит (собирается) правильная пятиугольная пирамида.,…» [5]. Речь здесь идет о формообразующей структуре *гармоничного тетраэдра*, который, в свою очередь может быть формообразующей структурой других гармоничных пространственных форм, прежде всего – *правильной пятиугольной пирамиды*, *икосаэдра* и *додекаэдра*, проявляющихся в природе и используемых в человеческой практике. В данной статье рассматривается, в частности, формирование параметров «сакрального» и гармоничных тетраэдров.

Среди множества геометрических пространств тетраэдрической формы существует форма прямоугольного тетраэдра. **Тетраэдр** *называется* ***прямоугольным****, если три плоских угла при одной вершине прямые и у которого все ребра, прилежащие к одной из вершин, перпендикулярны между собой.* Прямоугольных тетраэдров по размерам ребер и их отношениям между собой существует бесконечное множество.

«Размер» – это число, которое показывает количество «*раз*» отмеренное неким пространственным эталоном размера. Тогда как «размеренность» — это, прежде всего движение и не просто движение, а ритмическое, *несущее в себе гармонию движение*.

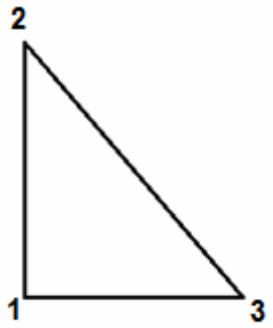

**Рис.2. Сакральный треугольник**

Более четверти века автор искал геометрический и числовой ключ (код), который открыл бы онтологические начала природной простоты «**порождающей модели**» Платона, как структурного начала знаний о предустановленной гармонии космоса.

В упомянутой выше книге дается описание размеров первичного «сакрального» треугольника (Рис.2) в гармоничной системе координат. Хочу напомнить читателю, что геометрический алгоритм построения автором параметров данного треугольника был опубликован в 2006 г. [6]. По описанному в данном документе доказательству, он принадлежит архитектору пирамиды Хеопса.

Позже стороны «сакрального» прямоугольного треугольника были вычислены автором алгебраически, а в последующем треугольник был построен геометрически с помощью циркуля и линейки без делений. Алгебраически вычисленные параметры прямоугольного «сакрального» треугольника:

Катет 1-3 = 1,272019649514068964252422461737 5…;

Катет 1-2 = 1,618033988749894848204586834365 6…;

Гипотенуза 2-3 = 2,058171027271492250321981047580 5…

«Сакральным» данный треугольник был назван потому, что он является единственным в своем роде прямоугольным треугольником с разной длиной сторон, у которого произведение катетов численно равно гипотенузе.

«Гармоничным» треугольник назван потому, что отношение длин его сторон являет «золотую пропорцию», где *большая сторона (гипотенуза) так относится к средней стороне (большему катету), как средняя сторона – к меньшей стороне (меньшему катету)*. Константой этих отношений является число **1,272019649514068964252422461737 5**…, которое в работах автора обозначается символом $\sqrt{K}$ , где К = 1,618033988749894848204586834365 6… есть размер (длина) стороны треугольника. Гармоничных треугольников (любого масштаба), в отличие от «сакрального» может существовать бесконечное множество.

Анализируя инновации автора в математическом моделировании гармонии двухмерного пространства, В.П.Шенягин пишет:

«Деление целого в золотой пропорции характеризует его связь с самой золотой пропорцией согласно принципу Парето, получая шедевр в виде “золотая пропорция в золотой пропорции”, некую “золотую” “вещь в себе”.

Данный вывод 3 позволяет именно так воспринимать идею Петра Сергиенко [7] о роли золотой пропорции в сфере пропорций. Извлечение квадратного корня из золотой пропорции, как

из числа, переносит ее (золотую пропорцию) из линейных координат в плоскостные. Это и трактует прямоугольный треугольник, на котором П.Я. Сергиенко конструирует свои убеждения.

Расширением идеи П.Я. Сергиенко на многомерность явилась модель, предложенная С.Л. Василенко, иллюстрируемая револьвентой» [7].

Ниже параметры гармоничных треугольников, тетраэдров и др. геометрических фигур автором данной статьи специально представлены в больших числах десятичной системы, чтобы читателю можно было наглядно видеть, сколь математически точна система предустановленной гармонии мироустройства, ее структур и их отношений в иерархической системе устройства Целого.

«Сакральный» прямоугольный Δ1,2,3 (Рис.2) является основанием построения трехмерного пространства, при повороте которого вокруг его катета 1-2, как оси вращения, формируется объемное пространство конуса, в которое вписывается *правильная пятигранная пирамида*, состоящая из 5 равноугольных треугольных граней (Δ2,3,4 Рис.3). Основанием пирамиды является *правильный пятиугольник*. Заметим, точные параметры данной пирамиды вычислены впервые.

Одна из 5 объемных частей данной пирамиды являет собой прямоугольный **«сакральный» тетраэдр** (от греческого tetra – четыре и hedra – грань). Тетраэдр в свою очередь может делиться еще на 2 и большее количество тетраэдров. Так происходит, например, деление зиготы – первой клетки человеческого тела, имеющей форму сферы и размеры которой в 200 раз превышают средний размер клеток человека. Она настолько велика, что её можно увидеть невооружённым глазом. Когда она делится пополам, каждая из дочерних клеток получается размером в половину меньше исходной; потом эти две клетки делятся на четыре и их размеры уже в четыре раза меньше исходной. Клетки продолжают делиться, с каждым шагом становясь всё меньше и меньше, пока не поделятся 8 раз, и не получится 512 клеток. Большинство учебников показывает первые четыре клетки в виде квадратика. Но многие исследователи полагают, что на самом деле они являются тетраэдрами.

Основания пятигранных пирамид (правильные пятиугольники) образуют собой внешнюю форму многогранника, имя которому – **додекаэдр.** Можно полагать, что данными пирамидами заполнено все внутреннее пространство додекаэдра. О додекаэдре Платон писал, что …его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему в качестве образца.

**Свою задачу я вижу в том, чтобы доказать, что гранями *пятигранной пирамиды*, состоящей из 5 «сакральных» *тетраэдров*, являются *равносторонние треугольники*, а ее основанием является *правильный пятиугольник*.**

Для доказательства сказанного, достаточно рассмотреть и вычислить геометрические параметры «сакрального» тетраэдра (Рис.3). При этом некоторые простые арифметические вычисления я опускаю, а даю только их численные результаты.

Длины ребер тетраэдра (Рис3): 1-2 = 1,618033988749894848204586834365 6…;

1-3 = 1-4 = 1,272019649514068964252422461737 5…;

2-3 = 2-4 = 3-4 = 2,058171027271492250321981047580 5…

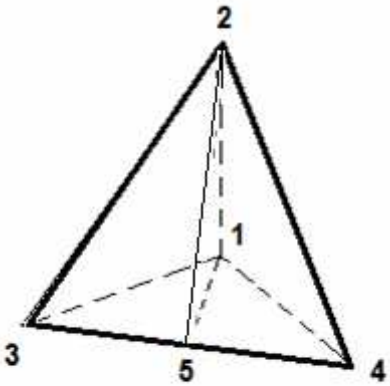

Рис.3. "Сакральный" тетраэдр.

Для доказательства того, что правильная пирамида состоит из 5 прямоугольных «сакральных» тетраэдров, основанием которой является правильный пятиугольник, с вершины 2 грани тетраэдра (Δ3,2,4) опустим перпендикуляр 2-5 на сторону 3-4 и соединим прямой линией точки 1 и 5. В итоге данного построения мы как бы разделили «сакральный» тетраэдр на два равновеликих тетраэдра. При этом грань (Δ1,3,4) делится на два равных прямоугольных треугольника, а его <3,1,4, который по условию построения правильной 5-гранной пирамиды, должен быть равен $72^o$ ($72^o$ x 5 = $360^o$), делится на два равных угла: <3,1,5 = <4,1,5 = **$36^o$**.

Таким образом, суть доказательства сводится к вычислению значения <3,1,5. В этой связи вычисляем численные значения сторон прямоугольного Δ1,5,3:

3-5 = 1,029085513635746125160990523790 3…; $(3\text{-}5)^2$ = 1,059016994374947424102293417183...

$(1\text{-}5)^2$ = 1,6180339887498948482045868343656 – 1,0590169943749474241022934171 83 = 0,5590169943749474241022934171826…;

1-5 = √0,5590169943749474241022934171826… = 0,7476743906106102709559494970703 1…

2-5 = 1,7824283949502269619376218746308;

Численное отношение катета 1-5 к гипотенузе 1-3 есть синус <3,1,5:

0,7476743906106102709559494970703 1 **:** 1,2720196495140689642524224617375 = **0,5877852522924731291687059546389 5**…

Данное значение синуса <3,1,5 соответствует величине угла **36°**, что и требовалось доказать.

Вычисляем угол наклона равносторонней грани гармоничного тетраэдра к его основанию, то есть <1,5,2. Численное отношение катета 1-2 к катету 1-5 есть тангенс <1,5,2:

1,6180339887498948482045868343656 **:** 0,7476743906106102709559494970703 1 = 2,1640890861976425659151320673999, что соответствует углу **65°11'**.

Здесь может возникнуть вопрос: как проверить, что точка 2 является вершиной гармоничного тетраэдра (Рис.2)?

Для этого необходимо длину 2-5 вычислить из прямоугольного Δ2,1,5 и убедиться, что она равна значению 2-5, вычисленному из Δ2,3,5.

$(2\text{-}5)^2$ = $(1\text{-}2)^2$ + $(1\text{-}5)^2$ = 2,6180339887498948482045868343656 + 0,5590169943749474241022934171826 = 3,1770509831248422723068802515482…;

2-5 = √3,1770509831248422723068802515482 = 1,7824283949502269619376218746308…

**Вычисление параметров гармоничного прямоугольного тетраэдра по произвольно заданным мерам числа и длине ребра.**

Выше уже отмечалось, что функция «сакрального» прямоугольного треугольника, (*произведение катетов численно равно гипотенузе)*, не масштабируется. Масштабируется функция стабильности (численная константа √K) отношений: *большая сторона (гипотенуза) так относится к средней стороне (большему катету), как средняя сторона – к меньшей стороне (меньшему катету)*. Аналогично масштабируются численные параметры прямоугольных тетраэдров. В этой связи они получили имя – **прямоугольные гармоничные тетраэдры**. Иллюстрируем сказанное парой примеров. То есть вычислим параметры гармоничных тетраэдров, заданных например, по числу = 137, по длине ребра икосаэдра = 12,35 и по длине ребра = 1,1755705045849462583374119092781…, в согласии с Рис.3 и простейшими формулами, вышеуказанной моей книги.

**По числу 137:**

1-3 = 1-4 = 10,3779930021544623409790225471 24…; $(1\text{-}3)^2$ = 107,7027387527669901915295262604 9

1-2 = 13,2010110212599795443922873418 58…;

Отношение: 1-2/1-3 = 10,3779930021544623409790225471 24/10,3779930021544623409790225471 24 = 1,2720196495140689642524224617375…;

2-3 = 2-4 = 3-4 = 16,7919454124944807805889886213 55…;

3-5 = 8,3959727062472403902944943106773…; $(3\text{-}5)^2$ = 70,4923576840486095735278508796 31…;

$(1\text{-}5)^2$ = 107,7027387527669901915295262604 9 – 70,4923576840486095735278508796 31 = 37,2103810687183806180016753808 59…;

√37,2103810687183806180016753808 59… = 6,1000312350608812778479132534201…

Вычисляем отношение катета 1-5 к гипотенузе 1-3 (синус <3,1,5) и значение угла:

6,1000312350608812778479132534201 **:** 10,3779930021544623409790225471 24 = 0,5877852522924731291687059546391…, что соответствует углу = **36°**.

Здесь может возникнуть вопрос: как проверить, что точка 2 является вершиной гармоничного тетраэдра (Рис.2)?

Для этого вычисляем длину общей стороны 2-5 двух смежных треугольников, Δ2,5,3 и Δ2,1,5 раздельно по параметрам каждого из них. Если оба численные значения равны, следовательно точка вершины 2 едина для трех граней прямоугольного тетраэдра.

**У Δ2,5,3**: $(2\text{-}5)^2$ = $(2\text{-}3)^2$ – $(3\text{-}5)^2$ = 281,9694307361944382941114035185 4 – 211,4770730521458287205835526389 1;

**2-5** = √211,4770730521458287205835526389 1 = 14,542251306181784889192813227 71…

**У Δ2,1,5:** $(2\text{-}5)^2$ = $(1\text{-}2)^2$ + $(1\text{-}5)^2$ = 174,26669198342744810258187725803 + 37,21038106871838061800167538085 9 = 211,47707305214582872058355263889…;

**2-5** = √211,4770730521458287205835526388 9 = 14,542251306181784889192813227 71…, что и требовалось доказать.

**По длине ребра:** 2-3 = 2-4 = 3-4 = **12,35**:
1-2 = 9,7089695153041775829590485351605…;
1-3 = 7,6327197610612013753266474044155…; $(1\text{-}3)^2$ = 58,25841095089416301471590455 5465…;
Отношение: 1-2/1-3 = 9,7089695153041775829590485351605/7,6327197610612013753266474044155 = 1,2720196495140689642524224617375…;
3-5 = 6,175; $(3\text{-}5)^2$ = 38,130625;
$(1\text{-}5)^2$ = 58,25841095089416301471590455 5465 – 38,130625 = 20,12778595089416301471590455 5465…;
√20,12778595089416301471590455 5465 = 4,486400110433103470404507227 4426…;

Вычисляем отношение катета 1-5 к гипотенузе 1-3 (синус <3,1,5) и значение угла:

4,486400110433103470404507227 4426 **:** 7,6327197610612013753266474044155 = 0,587785252292473129168705954 63905…, что соответствует углу = **36°.**

**По длине ребра:** 2-3 = 2-4 = 3-4 =**1,17557050458494625833741190927 81**:
1-2 = 0,9241763718304447890521331860761 4…;
1-3 = 0,7265425280053608858954667574806…;
Отношение: 1-2/1-3=0,9241763718304447890521331860761 4/0,7265425280053608858954667574806 = 1,2720196495140689642524224617375…;
$(1\text{-}3)^2$ = 0,5278640450004206071816526625374 1…;
3-5 = 0,587785252292473129168705954639 05…;
$(3\text{-}5)^2$ = 0,3454915028125262879488532914085 6…;
$(1\text{-}5)^2$ = 0,5278640450004206071816526625374 1 – 0,3454915028125262879488532914085 6 = 0,1823725421878943192327993711288 5…;

1-5 = √0,1823725421878943192327993711288 5 = 0,4270509831248422723068802515484 5…

Вычисляем отношение катета 1-5 к гипотенузе 1-3 (синус <3,1,5) и значение угла:

0,4270509831248422723068802515484 5 **:** 0,7265425280053608858954667574806 = 0,587785252292473129168705954639 08…, что соответствует углу = **36°**.

Проверяем, что точка 2 является вершиной тетраэдра с длиной данного ребра:

**У Δ2,5,3**: $(2\text{-}5)^2$ = $(2\text{-}3)^2$ – $(3\text{-}5)^2$ = 1,3819660112501051517954131656343 – 0,3454915028125262879488532914085 6 = 1,0364745084375788638465598742257;

**2-5** = √1,0364745084375788638465598742257 = 1,0180739209102543669019617267878…

**У Δ2,1,5**: $(2\text{-}5)^2$ = $(1\text{-}2)^2$ + $(1\text{-}5)^2$ = 0,8541019662496845446137605030968 7 + 0,1823725421878943192327993711288 5 = 1,0364745084375788638465598742257;

**2-5** = √1,0364745084375788638465598742257 = 1,0180739209102543669019617267878…, что и требовалось доказать.

Вычисляем угол наклона равносторонней грани 5-гранной пирамиды к ее 5-угольному основанию, то есть <1,5,2 (Рис.3), где численное отношение катета 1-2 к катету 1-5 есть тангенс <1,5,2:

0,9241763718304447890521331860761 4 **:** 0,4270509831248422723068802515484 5 = 2,1640890861976425659151320673995, что соответствует углу **65°11'**…

Из иллюстрируемых выше примеров построения гармоничных тетраэдров доказано, что **у пятигранной пирамиды любого масштаба, гранями которой являются правильные треугольники, не может быть отношение ее высоты к радиусу окружности, в которую вписано основание пирамиды, отличным от численного значения, равного 1,2720196495140689642524224617375…** Разумеется, автор проверил данное утверждение на множестве других примеров (чисел).

Резюме. Таким образом, **гармоничный тетраэдр по геометрическому построению своих частей (ребер и граней) являет собой гармоничное единство симметрии-асимметрии, первичную, наименьшую объемную фигуру структурной гармонии многообразия масштабного мироустройства действительности.** Воистину (по Пифагору), дайте мне число, как начало меры (измерения), и я создам математическую модель предустановленной гармонии мироустройства Вселенной.

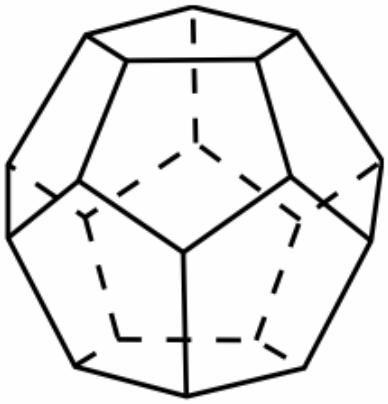

**Рис. 4. Додекаэдр**

**Додекаэдр**

Двенадцатигранник (от греч. δώδεκα — двенадцать и εδρον — грань), составленный из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.
Таким образом, додекаэдр имеет 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходятся 3 ребра). Сумма плоских углов при каждой из 20 вершин равна 324°.

О додекаэдре Платон писал, что …его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему в качестве образца.

Можно вообразить, что *континуум* внутреннего пространства **додекаэдра** заполнен двенадцатью *правильными* 5-гранными пирамидами, а основания этих пирамид – 12 *правильных* пятиугольников образующих собой внешнюю поверхность формы додекаэдра.

**Об ошибках в расчетах числовых параметров икосаэдра предшествующими геометрами.**

1. Если посмотреть внимательно на Рис.1 икосаэдра и на Рис.4 додекаэдра и сравнить их геометрические пространства, становится очевидным, что икосаэдр – это додекаэдр, на каждую грань которого как бы установлена 5-гранная пирамида (Рис.5), каждая грань которой – равносторонний треугольник, при условии, что длина ребер икосаэдра равна длине ребер додекаэдра. То есть можно утверждать, что додекаэдр является половинной частью пространства *правильного звёздчатого икосаэдра*. Как доказано выше, пятигранная правильная пирамида, не может быть собрана (построена) из 5 тетраэдров с параметрами, отличными от параметров гармоничного тетраэдра.

**Рис.5. Правильный звёздчатый икосаэдр.**

Таким образом, поверхность икосаэдра будет состоять не из 20 равносторонних треугольных граней, а – из 60. Ребер же будет: 5 х 12 + 30 = 90, а – не 30. Такой икосаэдр будет иметь форму правильного многогранника Кеплера-Пуансо [8], или **звёздчатого икосаэдра** (Рис.5). Соответственно и все остальные параметры, приписываемые выше правильному выпуклому икосаэдру (Рис.1), не соответствуют его геометрическому построению и их вычислению. Напрашивается вывод о том, что выпуклого правильного икосаэдра (по определению) не существует. Коротко говоря, правильный додекаэдр собран (делится на) из 5 х 12 = 60 гармоничных тетраэдров, а правильный звёздчатый икосаэдр собран (делится на) 120 гармоничных тетраэдров.

2. Самое важное качество Платоновых тел: *каждая форма совершенно должна вписываться в сферу* так, что все их внешние вершины точно сливаются с внешней поверхностью

сферы. Все прямые линии, составляющие эти объекты, должны быть одинаковой длины, а все геометрические точки на сфере равноудалены от своих соседей. В согласии, например, с предлагаемой в энциклопедиях формулой радиуса описанной сферы икосаэдра, если принять длину его ребра равной 1,17557050458494625833741190927 81…, то радиус описанной сферы вокруг икосаэдра должен быть равен 1,1180339887498948482045868343656… Соответственно, угол наклона треугольной грани к оси пирамиды в произведенном расчете получается значительно меньше **65°11'…** и тогда нарушается равенство ребер икосаэдра. Грани икосаэдра будут не равносторонними треугольниками, а – равнобедренными. Следовательно, в действительности радиус описанной сферы вокруг *звездчатого* икосаэдра будет равен:

2 х 1,1180339887498948482045868343656…= 2,2360679774997896964091736687313… = √**5**.

Я не стану в связи с выше доказуемым продолжать дальнейшие исследования и уточнения выявленных не корректных математических формул икосаэдра и додекаэдра. Думается, здесь есть еще над чем поработать.

Таким образом, с открытием алгоритмов построения и вычисления параметров «сакрального» и *гармоничного* тетраэдров, **мы вышли на уровень математического моделирования структурной гармонии объектов трехмерного пространства.** Все произведенные выше расчеты гармоничных параметров: тетраэдра, пирамиды, икосаэдра и додекаэдра произведены с использованием открытых автором компактных формул, изложенных в выше упоминаемом Учебном пособии автора 2013 года.

Все мои математические доказательства по поводу сборки (устройства) икосаэдра и додекаэдра из гармоничных тетраэдров и 5-гранных правильных пирамид являются теоретически исключительно точными. Собственно выводом формул и этими доказательствами заканчивается формирование теоретических начал Математики гармонии в варианте «Русского проекта» провозглашенного автором в начале 2007 года.

Целью «Русского проекта» было выявление порядка, лежащего в основе предустановленной гармонии мироздания посредством моделирования геометрических объектов, прежде всего Платоновых тел. И эта цель, думается, была достигнута. Параллельно была решена другая задача, связанная с проблемой развития точной компьютерной математики на основе арифметики больших чисел и теории моделирования численно идеальных геометрических объектов. То есть изобретения вычислительных алгоритмов для моделирования сложных систем. Это отдельная тема, которую могут квалифицированно объяснить только теоретики компьютерной математики.

В заключение хочу выразить надежду, что добытые мной фундаментальные знания в конечном итоге будут востребованы естествоиспытателями, а так же математиками и принесут практическую пользу человечеству.

Используемая литература:


1. Готт В.С. Удивительный неисчерпаемый познаваемый мир. - М.: Знание, 1974. - 224 с
2. Овчинников Н.Ф. Философские проблемы классической и некласической физики. Современная интерпретация. М.: ИФРАН, 1998. С. 79 – 98.
3. Холманский А. С. Дихотомия правого и левого. http://sgma.alpha-design.ru/MMORPH/N-14-html/holmansky-1/holmansky-1.htm
4. Зенин С.В. Биологические и энергоинформационные свойства воды.
5. Сергиенко П.Я. Новые знания математики гармоничного мироустройства. Учебное пособие. Москва – 2013. «Книга по требованию», стр. 37.
6. Сергиенко П.Я., Алгоритм построения «золотых» мер и пропорций пирамиды Хеопса. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001b/00161302.htm
7. В.П. Шенягин, Оптимальность в гармонии. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321266.htm
8. Википедия.