С.Л. Василенко

Философия единичных тождеств

Полупустое ведро – это то же самое, что полуполное.
Но если равны половины чисел, то равны и сами числа.
Значит, пустое ведро равно полному. (Софизм)

Единица – чрезвычайно важный, широко используемый и одновременно непростой в трактовке объект математики.

От простого счёта на палочках до философского осмысления и попытки чёткого определения или идентификации единицы неизмеримо огромная дистанция.

«Часто за единицу принимается нечто целое. Образно, это вроде понятно. Но даже на абстрактном языке математики не всё так очевидно.

На самом деле единица – чрезвычайно трудный объект для формализации.

В общем случае он вводится чисто аксиоматически на уровне интуиции и здравого смысла с уже подготовленным и чуть искривлённым мышлением» [1].

Одно из первых научных определений единицы и числа можно найти у Евклида в его "Началах", которое он, приводит в транскрипции своего соотечественника Евдокса Книдского:

«Единица есть <то>, через что каждая из существующих <вещей> считается единым. Число же – множество, составленное из единиц» [2, с. 9].

В своей «Общей арифметике» (1707 г) И.Ньютон уже не столь категоричен и учитывает условность принимаемых допущений.

По его словам «под числом мы подразумеваем не столько множество единиц, сколько абстрактное отношение какой-нибудь величины к другой величине такого же рода, взятой за единицу».

Единица – родоначальница натурального (*природного* – по Никомаху) ряда.

В аксиомах Пеано, позволивших формализовать арифметику, утверждается следующее:

- 1 является натуральным числом;
- 1 не следует ни за каким натуральным числом.

Формально вроде и верно. Но недоговорённости все же остаются.

Причём в обе стороны от единицы.

В математике мы не находим понятия нисколько. Поэтому нисколько, это все-таки сколько. Решили назвать – ноль. Труд индийского математика Брахмагупты (VII век) считается самым ранним текстом, где ноль осмысливается как полноправное число.

При этом в русской математической литературе ноль не является натуральным числом, а в западной, наоборот, часто принадлежит множеству натуральных чисел.

«Переходя от 1 к 2, мы переходим к тому, что является противоположностью первоначальной единице. Двойка тоже есть некая единица, но уже за пределами первой единицы» [3, ч. 2, гл. 1, § 2] .

А вот откуда или из какой табакерки "выскакивает" сама единица, до конца не ясно.

Ведь в природе так таковых единиц нет!

Разве что присутствуют условно целостные (единые) объекты, которые мы чисто искусственно наделяем нами же придуманными свойствами единицы.

И всё-таки единица – это чрезвычайно полезная и нужная "вещь".

Но что интересно...

Несмотря на безотносительную привлекательность и подсознательную устойчивость единицы, в математике не так уж и много единичных тождеств.

Можно сказать, даже совсем мало.

Этому есть несложное объяснение.

Всё дело в том, что любое математическое равенство или физическую формулу $a = b$ можно легко переписать в эквивалентной форме $a/b = 1$ или $b/a = 1$.

Поэтому никогда и не стремятся специально придать соотношениям такой вид.

Приравнивание единице остаётся в основном там, где это действительно необходимо, наглядно или эффектно. С точки зрения отображения закономерности.

В физике подобное действо по сведению к единице используется довольно часто. В основном с целью интерпретации единиц измерения.

Например, один Паскаль (для выражения звукового давления в единицах СИ) равен давлению в один ньютон на один квадратный метр – Н/м^2.

Равенства, тождества, уравнения... Как известно, в логике и математике *равенство* – отношение взаимной заменимости объектов, которые именно в силу этой заменимости и считаются равными.

Буквенное равенство, верное для всех числовых значений входящих в него букв, называют *тождеством*.

Такое равенство справедливо для любых допустимых значений входящих в него переменных. В этом случае его именуют также формулой.

К тождествам относят и равенства, не содержащие букв, например, $2 \cdot 2 = 4$.

Равенство $x + 2 = 5$ имеет место только при $x = 3$, поэтому называется уравнением.

Уравнение обычно содержит переменную, которую требуется определить.

После нахождения решения (одного из корней) и его подстановки в уравнение оно превращается в тождество. То есть перестает быть уравнением так таковым.

Соотношение является уравнением, пока его нужно решать.

Например, $\Phi = \left(\sqrt{5} + 1\right)/2$:

$$x^2 = x + 1 \quad – \text{ уравнение;}$$

$$\Phi^2 = \Phi + 1 \quad – \text{ тождество.}$$

Тождества – это базовые конструкции в математике. Они несут в себе полезную информацию и часто иллюстрируют довольно неожиданные соотношения между различными математическими объектами и величинами.

Но тождество – это не только математическое понятие.

> В целом любые «высказывания тождества, истинные и имеющие применение, состоят из неподобных единичных терминов, обозначающих одну и ту же вещь».
>
> Составление тождеств – сложный умственный процесс, а настоящие «предложения тождества, соединяющие простые термины, не имеют применения до тех пор, пока не освоена схема физических объектов …
>
> Построенное предложение истинно тогда и только тогда, когда составляющие его термины указывают на один и тот же объект …
>
> Хотя понятие тождества такое простое, оно не редко вызывает путаницу. Один пример обнаруживается во фрагменте из Гераклита, согласно которому нельзя ступить в одну и ту же реку дважды из-за течения воды. Трудность разрешается, если обратиться к принципу разделения референции общего термина "река". Считать кого-то ступающим в одну и ту же реку оба раза типично как раз для того, что отличает реки, как от фаз реки, так и от воды, разделенной сохраняющими вещество способами …
>
> Тождество, очевидно, располагает к тому, чтобы люди, которые не перепутали бы знак и предмет в других контекстах, путали их в этом контексте. Среди таких людей – большинство математиков, предпочитающих смотреть на уравнения как на установления отношений между числами, которые каким-то образом равны, но различны» [4].

Формальная "казуистика". Формализованное определение и интуитивное восприятие равенства иногда конфликтуют.

Абстрактные и чувственные аспекты осмысления далеко не всегда пересекаются и могут существовать обособленно.

Запись $\pi^0 = 1$, верная с точки зрения математически-интуитивного восприятия, не означает буквальное равенство разных типов чисел: вещественного и целого.

Здесь подразумевается равенство собственно действительного числа π^0 другому действительному числу, которое соответствует нашему целому. То есть по своим свойствам оно очень близко или, можно сказать, почти идентично свойствам единицы.

В правой части равенства как бы воспроизводится «вещественная единица».

Иначе говоря, имеется в виду каноническое вложение одного типа (множества, пространства) в другое, большее.

Подсознательно очевидный факт, что целое число является рациональным, а то в свою очередь – вещественным и далее мнимым, в рамках формальных подходов становится не явным и требует отдельных дополнений-оговорок.

Единичные тождества. В математике особо выделены единичные операторы и функции: символ (дельта) Кронекера, дельта-функция, функция Хевисайда, производящая функция[1] $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$, в которой все коэффициенты равны 1, и некоторые другие формы.

В формально-интуитивной плоскости *единичное тождество* означает равенство единице или фактическое приравнивание объекта самому себе. Оно позволяет утверждать, что объект – тот самый искомый объект, признаки которого нам известны.

Уравнений или равенств, обращающихся в ноль, в достатке.

А вот на единичные выражения существует явный дефицит. В теории и практике не так уж и много единичных математических тождеств или формул.

Хотя единица – это правомерный символ любой цельной структуры естественного или абстрактного содержания, который имеет полное право на формализацию понятия гармонии.

Довольно странно иметь необозримое количество целостных образований, и одновременно такой узкий набор средств по их интерпретации.

Конечно, любое выражение типа $a = b$ может быть преобразовано к виду $a / b = 1$.

Но, как правило, подобные искусственные манипуляции не приводят к новым знаниям и больше подходят для трактовки физических единиц измерения.

Поэтому такие соотношения нами не рассматриваются, во всяком случае, пока.

В целом определяющим здесь является не приобретение новейших знаний, а их формирование и структурирование на базе уже известных под новым углом зрения, что в конечном итоге позволяет получить весьма любопытные и полезные результаты.

- Основное *тождество тригонометрии*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

с похожей формой для гиперболических функций $\mathrm{ch}^2 x - \mathrm{sh}^2 x = 1$.

- *Теорема Пифагора* для гипотенузы единичной длины

$$a^2 + b^2 = 1.$$

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Generating_Function.

В определенной мере приведенные равенства взаимосвязаны, в частности в прямоугольной декартовой системе отсчета.

Первое из них тоже выражает теорему Пифагора на единичной окружности, когда гипотенуза, будучи радиусом тригонометрического круга, равна единице.

Но в целом они характеризуют разные математические представления и структуры.

- Дуально-инвариантная форма с перекрестно-симметричной нумерацией *чисел Фибоначчи* F_n и степеней малой константы золотого сечения $\phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \Phi^{-1}$ (С. Алферов)

$$F_n\phi^{n+1} + F_{n+1}\phi^n = 1.$$

Кстати это типичный пример нормирования (конструирования) единичного тождества из других эквивалентных форм. В данном случае тождества $\Phi^n = F_{n-1} + F_n\Phi = F_{n+1} + F_n\phi$.

Примечательно также тождество Кассини (1680) – одно из "древних" соотношений для чисел Фибоначчи

$$F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n.$$

Оно показывает, что квадрат любого элемента F_n отличается от произведения своих ближайших соседей ровно на ± 1.

- *Константа золотого сечения* (ЗС) в её базовых соотношениях:

$$\Phi^2 - \Phi = 1, \qquad \phi^2 + \phi = 1.$$

Помимо такого квадратичного представления, выполняется также $2m$-мерное единичное равенство, вытекающее из *обобщенного тождества золотой пропорции* [5],

$$\Phi^{2m} - \sum_{j=1}^{m} \Phi^{2j-1} = 1.$$

Его отличительная особенность: независимо от количества исходных элементов (не только двух), а также их начальных значений, конечный объект на всех этапах своего становления практически всегда воссоздается по алгоритму многомерного разностного уравнения ЗС (m – натуральное число):

$$x_{n+2m} = \sum_{j=1}^{m} x_{n+2j-1} + x_n, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \Phi.$$

- Комбинаторика *бинома Ньютона* дает основу для проведения количественного анализа при исследовании отдельных сторон (элементов) целого в их гармонии.

В частности, с помощью бинома можно продемонстрировать довольно необычные свойства константы Φ.

Возможно, благодаря этому ЗС может себя проявлять в природе не в явном (легко узнаваемом) виде, а в скрытых формах через различные комбинации, которые на практике с трудом поддаются идентификации.

То есть ЗС присутствует и структурирует объект. Но мы этого просто не видим.

Представив единичную сумму двух слагаемых, возводя её в целую степень, а затем, расписав через бином Ньютона, можно получать разные тождества, например,

$$\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)^n = \sum_{j=0}^{n} C_n^j (\sin\alpha)^{2(n-j)}(\cos\alpha)^{2j} \equiv 1$$

или подобный ряд эквивалентных представлений тождеств золотого сечения (табл. 1) [6].

Таблица 1

Примеры разложений единичных тождеств по биному Ньютона

	Базовое тождество	Эквивалентные значения последовательности $\psi_{n,j}$ в элементарном разложении $1^n = (a+b)^n$ по формуле бинома Ньютона $(a+b)^n = \sum_{j=0}^{n} C_n^j a^{n-j} b^j = \sum_{j=0}^{n} C_n^j \psi_{n,j}$ с переменой мест слагаемых a и b	
1	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \equiv 1$	2^{-n}	2^{-n}
2	$\Phi^2 - \Phi \equiv 1$	$(-1)^j \Phi^{2n-j}$	$(-1)^{n-j} \Phi^{n+j}$
3	$\Phi - \Phi^{-1} \equiv 1$	$(-1)^j \Phi^{n-2j}$	$(-1)^{n-j} \Phi^{2j-n}$
4	$\Phi^{-1} + \Phi^{-2} \equiv 1$	Φ^{-n-j}	Φ^{j-2n}
5	$\Phi^3 - 2\Phi \equiv 1$	$(-2)^j \Phi^{3n-2j}$	$(-2)^{n-j} \Phi^{2j+n}$
6	$2\Phi^2 - \Phi^3 \equiv 1$	$(-1)^j 2^{n-j} \Phi^{2n+j}$	$(-1)^{n-j} 2^j \Phi^{3n-j}$

Подобных выражений на основе бинома Ньютона, равных единице, можно составить огромное множество.

Естественно без особых претензий на оригинальность.

Рассмотрим теперь проблематику единичного под углом зрения целого.

Основное внимание сосредоточим на заочном обсуждении данного вопроса с персонажами, прогуливающимися «По саду золотой пропорции»[2].

Заочный диалог с И.Шевелевым. Один из центральных моментов в творчестве И.Шевелева связан с единичным структурированием в формировании первоосновы: «Миром действительно правит число, и это метафизическое число – Единица... Миром действительно правит уравнение. Это уравнение представляет Единицу как структуру, скомпонованную по особому закону симметрии» [7].

Путём последовательных вложений он конструирует следующую динамическую модель золотого сечения

$$1 = \Phi^{-1} + \Phi^{-2} = \Phi^{-1} + \left(\Phi^{-3} + \Phi^{-4}\right) = \Phi^{-1} + \Phi^{-3} + \left(\Phi^{-5} + \Phi^{-6}\right) = \ldots$$

с записью равенства "первоосновы"[3]

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi^{-(2n-1)} . \qquad (1)$$

[2] Название одноимённой книги Сергея Алфёрова.

[3] В оригинале данное соотношение И.Шевелев ошибочно называет уравнением. Однако хорошо видно, что оно не содержит каких-либо переменных. Исключительно константы.

При желании данное соотношение можно считать моделью представления единицы через константу золотой пропорции Φ.

Но лишь с долей условности.

Хорошо видно, что число 1 присутствует не только в левой, но и в правой части (1).

Причём два раза. В одном случае для организации натурального счёта, в другом – для формирования нечётной степени.

Единица (как символ целого) здесь фактически образуется через самую себя.

Да к тому же в разных смысловых нагрузках-значениях.

Такое единичное структурирование становится ещё более проблематичным в контексте обычной эквивалентной записи суммирования дробей

$$1 = \frac{1}{\Phi} + \frac{1}{\Phi^3} + \frac{1}{\Phi^5} + \frac{1}{\Phi^7} + \ldots$$

Ни о каком безупречном разложении единицы 1 через иные объекты, не содержащие операнды с единицей, в этой модели говорить не приходится.

Потому нужно более строгое толкование.

Так, в качестве исходного (опорного) "атомарного элемента" целесообразно рассматривать малую константу золотого сечения $\phi = \Phi^{-1}$.

Особо подчеркнём, что это не обычная тривиальная замена.

Константа ϕ вполне самодостаточна, и в отличие от Φ имеет чёткое геометрическое содержание и метрику. Например, она выражает длину большей части отрезка единичной длины при его делении золотым сечением.

Иначе говоря, величина ϕ допускает принятие "опознавательных знаков" или некоторых монад измерения, характеризующих отдельные части самого единичного объекта.

Что же нам даёт подобная, почти эквивалентная замена? – Очень даже интересное и логически выверенное продолжение.

Единичное тождество (1) приобретает совершенно обновлённый вид:

$$1 = \sum_{n=2}^{\infty} \phi^n . \qquad (2)$$

Теперь правая часть равенства у нас безупречна и свободна от единиц!

Счёт в суммировании начинается с двух.

Кроме того, нет обратной операции $a^{-1} = 1/a$ через единицу.

Натуральный ряд через константу ϕ "замкнулся" на единицу.

Это уже нечто. Можно сказать, настоящее «тождество первоосновы».

Понятно, что величина ϕ здесь принимается как готовый, конкретный и самостоятельный математический объект. Без его формульного сопровождения через иррациональный корень из пяти.

Таким образом, своим философским равенством первоосновы И.Шевелев был очень близок к построению числовой модели "единично-целостного" воспроизведения картины мироздания, как ему хотелось.

Однако определение единицы (целого) через самоё себя по схеме (1), к сожалению, ничего, кроме тавтологии, в интерпретационные формы не привносит.

Более того, суммирование отношений Φ, даже в их обратимом исполнении (1), не имеет сколь значимого непротиворечивого толкования.

В то время как числовая модель (2) физически реализуема, подразумевая содержательные интерпретации, например, в виде бесконечного суммирования геометрических отрезков.

Как бы там ни было, но путь к единичному тождеству (2) с его причинами и мотивами в рассматриваемой плоскости параллелен и созвучен философско-единичному конструированию И.Шевелева. Даже если миром правит не уравнение, а единичное тождество сродни формуле: «*Я есмь сущий*» (Исход 3:14). Или **1≡1**.

Нечто бессмертия духовного начала у поэта М. Волошина (1910):

И не иссякнет бытиё
Ни для меня, ни для другого.
Я был, я есмь, я буду снова!
Предвечно странствие моё!

Заочный диалог с В. Шенягиным. Тема синтеза единично-золотого тождества продолжает привлекать внимание современных исследователей.

Причём в основе лежат всё те же квадратичные соотношения для констант золотого сечения (Φ, ϕ).

Так, многократное применение базового тождества для константы золотого сечения $\Phi - \Phi^{-1} = 1$ формально приводит к такой записи или представлению единицы [8]:

$$1 = \Phi - \frac{1}{\Phi} = \Phi - \frac{\Phi - \frac{1}{\Phi}}{\Phi} = \Phi - \frac{\Phi - \frac{\Phi - \frac{1}{\Phi}}{\Phi}}{\Phi} = \Phi - \frac{\Phi - \frac{\Phi - \frac{\Phi - \ldots}{\Phi}}{\Phi}}{\Phi}.$$

Трудно сразу сказать, что означает эта структура, больше похожая на красивый архитектурный Φ-ансамбль.

Во всяком случае, воспроизведена не цепная дробь в её принятом понятийном представлении.

Тем не менее, по своему отображению форма В.Шенягина достаточно строга.

В отличие от равенства (1) она не содержит единиц в правой части.

Главный смысл этой необычной "лестницы в небо" кроется в очевидной "расшифровке-перезаписи" простейшей итерационной процедуры, которая заключается в следующем.

Выберем любое ограниченное число a, в общем случае комплексное.

Выполним многократно рекурсию $a \leftarrow \Phi - \frac{a}{\Phi}$ или $a_n = \Phi - \frac{a_{n-1}}{\Phi}$.

В прошествии многих шагов n величина a станет приблизительно равной единице.

Всё зависит от числа итераций и представления самой константы Φ в виде количества значащих цифр.

В частности, сколь бы долго мы не применяли рекурсию, точность приближения к единице не превысит точности отображения числа Φ.

Чтобы добиться мало-мальски "абсолютного" равенства, нужно константу Φ задать бесконечно большим числом знаков после запятой.

Так что вся изюминка "многоэтажного" равенства сводится к его экзотической форме-записи, за которой самостоятельное математическое предназначение практически не просматривается. Не говоря уже о философско-космологических пробах в интерпретации.

Пусть даже в виде гипотез.

А вот обратная процедура разложения иррациональной константы Φ в цепную дробь, содержащую только единицы

$$\Phi = 1+\frac{1}{\Phi} = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{\Phi}} = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\ldots}},$$

имеет чётко обусловленный смысл.

Включая и практический аспект.

С помощью обычной единицы, мы можем рассчитать константу Φ со сколь угодно длинной ограниченной записью.

Допустимо, конечно, перейти к позиционной системе счисления с иррациональным основанием Φ.

Но тогда единица элементарно записывается через начальный разряд, как $1 = \Phi^0$.

Во всём этом нет ничего удивительного.

Онтологически *золотое сечение изначально подразумевает анализ* или разбиение (деление) на взаимосвязанные части.

Обратная операция синтеза или сборки, строго говоря, здесь вовсе не очевидна.

В равной мере, это касается и нестрогого единичного тождества (1).

Таким образом, возвращаясь к исходной записи В.Шенягина, можно констатировать её слабую информативность.

Вместе с тем она красива, образна и необычна.

На наш взгляд, ей более приемлема художественно-символическая оценка, что вообще-то не менее значимо познавательного смысла.

Она воспроизводит (генерирует) "лестницу в небо", Φ-ступеньки которой ведут, но никогда не приведут к единице – божественному абсолюту.

Это и есть её главная фишка.

Или в "склеенном" симметричном варианте двух констант (Φ, ϕ):

$$\Phi-\frac{\Phi-\frac{\Phi-\frac{\Phi-\ldots}{\Phi}}{\Phi}}{\Phi} \approx 1 \approx \frac{\frac{\frac{\ldots-\phi}{\phi}-\phi}{\phi}-\phi}{\phi}-\phi.$$

Подводные камни. В связи с затронутой темой формального и бездоказательного развития некоторой конечной записи на её бесконечный вид целесообразно напомнить, к чему приводит рассеянное обращение при построении обобщённых цепных дробей.

Особенно в их исполнении-трансформации с применением единицы.

Так, заменяя единицу в знаменателе очевидного равенства $1=\frac{2}{3-1}$ на его правую часть бесконечное число раз, получаем

$$1=\frac{2}{3-\frac{2}{3-\frac{2}{3-\frac{2}{3-\ldots}}}}.$$

Выполняя аналогичные действия с равенством $2=\frac{2}{3-2}$ с заменой двойки, имеем

$$2 = \cfrac{2}{3 - \cfrac{2}{3 - \cfrac{2}{3 - \cfrac{2}{3 - \ldots}}}} .$$

Полученные цепные дроби в своей записи совершенно одинаковы.

Следовательно, равны и левые части: 1 = 2.

Можно далее вычесть 1.

В результате приходим к равенству из гипотетической страны[4] "абсурдистан" $0 = 1$.

С разными отвлечёнными интерпретациями:

- ничего (0) – есть всё (1);
- бога (1) нет (0);
- натуральный (природный) ряд не существует и т.п.

В качестве компенсации затруднений по разрешению, скажем, непростого математического софизма приведём его более лёгкий аналог[5].

> Запишем числовое тождество $4:4 = 5:5$.
> Вынесем за скобки общий множитель $4(1:1) = 5(1:1)$.
> Числа в скобках равны, поэтому $4 = 5$ или "дважды два – пять".
> Усилим обоснование. Следует действительно принять $2 \cdot 2 = 5$ хотя бы потому, что это намного ближе к истине, чем $2 \cdot 2 = 10$.

Легковесные тождества. Конечно, не все тождества одинаково интересны и представительны в познавательном отношении.

Некоторые из них являются обычной перезаписью очевидных равенств или формульных преобразований. Как показано в работе [9], они заурядно соединят разные тождественные (по определению) записи, например,

$$\Phi = e^{\ln \frac{1+\sqrt{5}}{2}} = e^{\operatorname{arsh} 1/2};$$

$$a \equiv \int_0^{a \ln 2} e^{\frac{x}{a}} dx \;\Rightarrow\; \Phi \equiv \int_0^{\Phi \ln 2} e^{\frac{x}{\Phi}} dx ,$$

с неожиданным объявлением об ... установлении аналитических (?) связей $\pi(e)$ и $\Phi(e)$.

Подобные числовые манипуляции похожи на буквенно-цифровую эквилибристику, благо абстрактный аппарат дает большой арсенал чисел и операций.

Аналогичные кульбиты возможны и с единичными тождествами.

Например, в математике хорошо известны красивые соотношения, содержащие степени и логарифмы для любого числа $x \neq 0$:

$$x^x = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{x \ln x}{n}\right)^n , \qquad x^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x \ln x)^n}{n!} .$$

Формальное "внедрение" констант золотого сечения (Φ, ϕ) приводит к тождествам:

---

[4] Первый президент Чехии Вацлав Гавел в своих произведениях часто использовал придуманное им слово "абсурдистан" – ироническое название гипотетической страны, в которой абсурдные вещи становятся нормой.

[5] Абсурдопедия – http://absurdopedia.net/wiki/0%3D1. Математические софизмы – http://sofizmy.blogspot.com/.

$$1 = \Phi^{-\Phi} \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n + \Phi \ln \Phi}{n} \right)^n, \qquad \Phi^{-\Phi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\Phi \ln \Phi)^n}{n!} = 1;$$

$$1 = \phi^{-\phi} \lim_{n \to \infty} \left(\frac{n + \phi \ln \phi}{n} \right)^n, \qquad \phi^{-\phi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\phi \ln \phi)^n}{n!} = 1.$$

Впечатляет... Изумляет... Однако ни о какой единичной целостности, порождаемой феноменом золотого сечения, говорить не приходится.

Здесь никоим образом не оттеняется золотоносная специфика, характерная для неё и только для неё. Но выражаются совершенно иные закономерности с точки зрения эквивалентности (равнозначности) математических структур в их тождественных представлениях, верных для любого численного значения буквы x.

В противовес этому можно продемонстрировать совершенно уникальное и единственное в своём роде свойство экспоненты $\frac{d}{dx}e^x = \int e^x = e^x$.

Ибо, кроме e, другого числа с такими свойствами нет!

Космологические интерпретации. Единично-философская сущность золотого сечения часто становится предметом осмысления в его разных транскрипциях.

Выше уже упоминалось тождество "первоосновы" (1) и его непротиворечивая и логически безупречная контрформа (2).

В статье [1] сформулирован *закон неидеальной идеальности*: геномом Вселенной является аддитивная рекурсия золотой пропорции, как проявление идеального числа в неидеальной системе.

В работе [8] высказывается более общая гипотеза, правда без пояснений: «в основе мироздания лежит сохранение целого путем его функционирования на базе золотой пропорции и по закону золотой пропорции». То есть речь идёт о сохранении целого.

Хотя для чего используется двойное усиление утверждения «на базе» и «по закону» не совсем ясно.

Невольно всплывает в памяти библейская идея воспроизводимого творения-формирования «по образу и подобию».

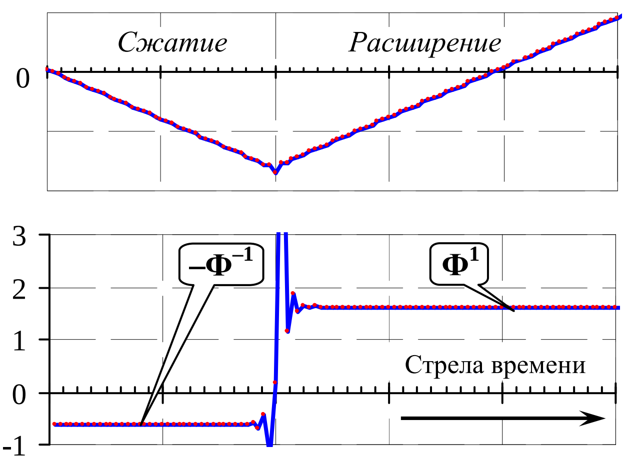

Рис. 1. Аттракторы золотого сечения (модель Большого взрыва)
$-\Phi^{-1} + \Phi^{+1} = \Phi^0$ – основной закон сохранения Вселенной и её образующих

Причём, что характерно, образ таки достигается. В том же творчестве-сотворчестве.

А вот подобие нет. Так и оставаясь недостижимой целью. Сколько бы образ (человек) не раскрывался, не развивался и не совершенствовался. Независимо от достигнутой степени святости-праведности. Но это уже другая тема...

В целом космологические догадки-построения на основе единичных тождеств золотого сечения пока больше тяготеют в сторону эмоционального отражения.

Подобное чувственное восприятие было свойственно ещё античной эстетике.

Изначально понятные и здравые построения из области разумного осмысления она обязательно хотела объединить в нечто единое и целое *чувственным* способом.

В то время, по словам А.Лосева «чувственность вовсе не является единственным критерием познания, а требуются еще и рассудочные, абстрактные и разумные критерии. Как мы теперь знаем, солнце вовсе не заходит и не всходит. Но если исходить из чувственных данных, то солнце именно и всходит и заходит» [3, ч. 2, гл. 1, § 2].

Вместе с тем именно ограниченность представления константы золотого сечения становится первоосновой в игровом алгоритме "сотворения мира" [1] (рис. 1).

Причём, число Ф порождается самим целым (основой 1) без применения другого "строительного" материала.

Этим самым существенно повышает доверительный уровень правдоподобности для модели единичного тождества.

Литература:

1. *Василенко С.Л.* Золотая пропорция как ядро генома мироздания // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 12.07.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=30&sm=2 // Научно-техническая библиотека SciTecLibrary. – 13.07.2011. – http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11214.html // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17099, 13.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322080.htm.

2. *Начала Евклида*. Книги VII–X: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я. Выгодского и И.Н. Веселовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1949. – 512 с.

3. *Лосев А.Ф.* История античной эстетики. Т.1. Ранняя классика. – М.: Фолио; АСТ, 2000. – 688 с. – http://psylib.org.ua/books/lose001/index.htm... /lose001/index.htm.

4. *Куайн Уиллард Ван Орман*. Слово и объект: Пер. с англ. – М.: Логос, Праксис, 2000. – 386 с. – http://quine-ocr.narod.ru/.

5. *Василенко С.Л.* Обобщенное уравнение гармонической пропорции. Теория и приложения. – Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15325, 06.06.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321110.htm.

6. *Василенко С.Л.* Базовые тождества гармонии // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15474, 15.08.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321147.htm.

7. *Шевелев И.Ш.* Метаязык живой природы. – М.: Воскресенье, 2000. – 352 с.

8. *Шенягин В.П.* Модели представления единицы золотой пропорцией // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17480, 26.05.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321254.htm.

9. *Василенко С.Л.* Числовые совпадения // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17477, 23.05.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161960.htm.