В.П. Шенягин

Представление *s*-пропорций корневыми *r*-пропорциями

Содержание

s-пропорции, названные В. Шпинадель металлическими, и корневые r-пропорции [1] относятся к группе пропорций, выражаемых квадратными (младшими степенными) уравнениями, и имеют фундаментальный характер. Между ними существует многообразная взаимосвязь [2, 3].

Представление нечетных s_m-пропорций суммой целого числа $\frac{m-1}{2}$ и корневой $r_{\frac{m^2+3}{4}}$-пропорцией

Прямые s_m-пропорции, как положительные корни квадратного уравнения $s_m^2 - ms_m - 1 = 0$ определяются выражением

$$s_m = \frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2}, \qquad (1)$$

где m – любое действительное число, включая ноль.

Корневые r_m-пропорции как корни квадратного уравнения $r_m^2 - r_m - m = 0$ выражаются формулой

$$r_m = \frac{1+\sqrt{1+4m}}{2}. \qquad (2)$$

Сведем в таблицу 1 значения нескольких s- и r-пропорций (сокращенно s-пр. и r-пр.) как положительных корней уравнений с целью выявления закономерности чередования одинаковых величин их дискриминантов, т. е. чисел под знаком корня.

Заметив, что дискриминанты для нечетных s_m равны дискриминантам для соответствующих (при неодинаковых m) r_m, можно выразить s_m через r_m [2].

Найдем данное соответствие номера r_m конкретному s_m, где для s_m индекс m – нечетные целые числа $m = 1, 3, 5, \dots$, выполнив следующие преобразования:

$$s_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 0 + r_1 = 0 + \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}};$$

$$s_3 = \frac{3+\sqrt{13}}{2} = 1 + \frac{1+\sqrt{13}}{2} = 1 + r_3 = 1 + \sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3+\dots}}};$$

$$s_5 = \frac{5+\sqrt{29}}{2} = 2 + \frac{1+\sqrt{29}}{2} = 2 + r_7 = 2 + \sqrt{7+\sqrt{7+\sqrt{7+\dots}}};$$

$$s_7 = \frac{7+\sqrt{53}}{2} = 3 + \frac{1+\sqrt{53}}{2} = 3 + r_{13} = 3 + \sqrt{13+\sqrt{13+\sqrt{13+\ldots}}}\ ;$$

$$s_9 = \frac{9+\sqrt{85}}{2} = 4 + \frac{1+\sqrt{85}}{2} = 4 + r_{21} = 4 + \sqrt{21+\sqrt{21+\sqrt{21+\ldots}}}\ ;$$

$$s_{11} = \frac{11+\sqrt{125}}{2} = 5 + \frac{1+\sqrt{125}}{2} = 5 + r_{31} = 5 + \sqrt{31+\sqrt{31+\sqrt{31+\ldots}}}\ ;$$

$$s_{13} = \frac{13+\sqrt{173}}{2} = 6 + \frac{1+\sqrt{173}}{2} = 6 + r_{43} = 6 + \sqrt{43+\sqrt{43+\sqrt{43+\ldots}}}\ \text{и т. д.}$$

Таблица 1

Значения *s*-пропорций и *r*-пропорций

s-пр.	Уравнение	Корень уравнения	*r*-пр.	Уравнение	Корень уравнения
s_0	$s_0^2 - 1 = 0$	1	r_0	$r_0^2 - r_0 = 0$	0; 1
s_1	$s_1^2 - s_1 - 1 = 0$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	r_1	$r_1^2 - r_1 - 1 = 0$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
s_3	$s_3^2 - 3s_3 - 1 = 0$	$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$	r_3	$r_3^2 - r_3 - 3 = 0$	$\frac{1+\sqrt{13}}{2}$
s_5	$s_5^2 - 5s_5 - 1 = 0$	$\frac{5+\sqrt{29}}{2}$	r_7	$r_7^2 - r_7 - 7 = 0$	$\frac{1+\sqrt{29}}{2}$
s_7	$s_7^2 - 7s_7 - 1 = 0$	$\frac{7+\sqrt{53}}{2}$	r_{13}	$r_{13}^2 - r_{13} - 13 = 0$	$\frac{1+\sqrt{53}}{2}$
s_9	$s_9^2 - 9s_9 - 1 = 0$	$\frac{9+\sqrt{85}}{2}$	r_{21}	$r_{21}^2 - r_{21} - 21 = 0$	$\frac{1+\sqrt{85}}{2}$
s_{11}	$s_{11}^2 - 11s_{11} - 1 = 0$	$\frac{11+\sqrt{125}}{2}$	r_{31}	$r_{31}^2 - r_{31} - 31 = 0$	$\frac{1+\sqrt{125}}{2}$
s_{13}	$s_{13}^2 - 13s_{13} - 1 = 0$	$\frac{13+\sqrt{173}}{2}$	r_{43}	$r_{43}^2 - r_{43} - 43 = 0$	$\frac{1+\sqrt{173}}{2}$
s-пр.	$s_m^2 - ms_m - 1 = 0$	$\frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2}$	*r*-пр.	$r_m^2 - r_m - m = 0$	$\frac{1+\sqrt{1+4m}}{2}$

В результате

$$s_m = \frac{m+\sqrt{m^2+4}}{2} = \frac{m-1}{2} + \frac{1+\sqrt{m^2+4}}{2} = \frac{m-1}{2} + r_{\frac{m^2+3}{4}} = \\ = \frac{m-1}{2} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \ldots}}}\ , \tag{3}$$

где m – нечетные целые числа;

индекс для r определен следующим образом:

$$\frac{m-1}{2} \cdot \left(\frac{m-1}{2} + 1\right) + 1 = \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m+1}{2} + 1 = \frac{m^2-1}{4} + 1 = \frac{m^2+3}{4}.$$

Следовательно, нечетные s_m-пропорции определяются согласно (3) суммой целого числа $\frac{m-1}{2}$ и нечетной корневой $r_{\frac{m^2+3}{4}}$-пропорцией в виде:

$$s_m = \frac{m-1}{2} + \frac{1+\sqrt{m^2+4}}{2}; \tag{3а}$$

$$s_m = \frac{m-1}{2} + r_{\frac{m^2+3}{4}}; \tag{3б}$$

$$s_m = \frac{m-1}{2} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \ldots}}}\,. \tag{3в}$$

Таким образом, мы выразили нечетные *s*-пропорции через целые числа и нечетные *r*-пропорции.

Проверим формулы (3а, 3б, 3в) на примере для $m = 17$.

Пропорция s_{17} согласно (1) равна величине

$$s_{17} = \frac{17+\sqrt{17^2+4}}{2} = \frac{17+\sqrt{293}}{2} = 17{,}0586\ldots.$$

Из (3) следует

$$s_{17} = \frac{17-1}{2} + \frac{1+\sqrt{17^2+4}}{2} = 8 + \frac{1+\sqrt{293}}{2} = 8 + 9{,}0586\ldots = 17{,}0586\ldots.$$

Формула (3б) дает результат

$$s_{17} = \frac{17-1}{2} + r_{\frac{17^2+3}{4}} = 8 + r_{73} = 8 + 9{,}0586\ldots = 17{,}0586\ldots,$$

где согласно (2) $r_{73} = \frac{1+\sqrt{1+4\cdot 73}}{2} = \frac{1+\sqrt{293}}{2} = 9{,}0586\ldots.$ (3г)

Из (3в) следует

$$s_{17} = \frac{17-1}{2} + \sqrt{\frac{17^2+3}{4} + \sqrt{\frac{17^2+3}{4} + \sqrt{\frac{17^2+3}{4} + \ldots}}} = 8 + \sqrt{73 + \sqrt{73 + \sqrt{73 + \ldots}}}\,,$$

что согласуется между результатами расчетов в данном примере.

Представление нечетных *s*-пропорций суммой двух корневых *r*-пропорций

Поскольку и целые числа выражают соответствующие *r*-пропорции, представим *s*-пропорции полностью *r*-пропорциями [2].

Для этого в таблице 2 приведем *r*-пропорции с целыми величинами.

Следовательно, можно выразить *s*-пропорции, сопровождающие вывод (3), через *r*-пропорции таким образом:

$$s_1 = r_1 = \phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}\,;$$

$$s_3 = 1 + r_3 = r_0 + r_3 = \sqrt{0+\sqrt{0+\sqrt{0+\ldots}}} + \sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3+\ldots}}}\,;$$

$$s_5 = 2 + r_7 = r_2 + r_7 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}} + \sqrt{7+\sqrt{7+\sqrt{7+\ldots}}}\,;$$

$$s_7 = 3 + r_{13} = r_6 + r_{13} = \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}} + \sqrt{13+\sqrt{13+\sqrt{13+\ldots}}}\ ;$$

$$s_9 = 4 + r_{21} = r_{12} + r_{21} = \sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\ldots}}} + \sqrt{21+\sqrt{21+\sqrt{21+\ldots}}}\ ;$$

$$s_{11} = 5 + r_{31} = r_{20} + r_{31} = \sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\ldots}}} + \sqrt{31+\sqrt{31+\sqrt{31+\ldots}}}\ ;$$

$$s_{13} = 6 + r_{43} = r_{30} + r_{43} = \sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\ldots}}} + \sqrt{43+\sqrt{43+\sqrt{43+\ldots}}}\ ;$$

$\ldots;$

$$s_m = \frac{m-1}{2} + r_{\frac{m^2+3}{4}} = r_{\frac{(m-1)(m-3)}{4}} + r_{\frac{m^2+3}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(m-1)(m-3)}{4} + \sqrt{\frac{(m-1)(m-3)}{4} + \sqrt{\frac{(m-1)(m-3)}{4} + \ldots}}} + \tag{4}$$

$$+ \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \ldots}}}.$$

Таблица 2

r-пропорции в целых числах

r-пр.	Уравнение	Фрактальный корень	Корень уравнения
r_0	$r_0^2 - r_0 - 0 = 0$	$\sqrt{0+\sqrt{0+\sqrt{0+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{1}}{2} = 1$
r_2	$r_2^2 - r_2 - 2 = 0$	$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{9}}{2} = 2$
r_6	$r_6^2 - r_6 - 6 = 0$	$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{25}}{2} = 3$
r_{12}	$r_{12}^2 - r_{12} - 12 = 0$	$\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{49}}{2} = 4$
r_{20}	$r_{20}^2 - r_{20} - 20 = 0$	$\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{81}}{2} = 5$
r_{30}	$r_{30}^2 - r_{30} - 30 = 0$	$\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{121}}{2} = 6$
r-пр.	$r_m^2 - r_m - m = 0$	$\sqrt{m+\sqrt{m+\sqrt{m+\ldots}}}$	$\frac{1+\sqrt{1+4m}}{2}$

Закономерность в чередованиях номеров *s*- и *r*-пропорций проиллюстрируем в виде следующей схемы-алгоритма:

$s_1 = r_1 = \phi$

-1 (1 – 1 = 0)

$s_3 = r_0 + r_3$ (3 + 0 = 3)

-1 (3 – 1 = 2)

$s_5 = r_2 + r_7$ (5 + 2 = 7)

-1 (7 – 1 = 6)

$$s_7 = r_6 + r_{13} \quad (7 + 6 = 13)$$

$$-1$$

$$s_9 = r_{12} + r_{21} \quad (9 + 12 = 21)$$

$$-1$$

$$s_{11} = r_{20} + r_{31} \quad (11 + 20 = 31)$$

$$-1$$

$$s_{13} = r_{30} + r_{43} \quad (13 + 30 = 43)$$

$$-1$$

$$s_m = r_{\frac{(m-1)(m-3)}{4}} + r_{\frac{m^2+3}{4}} \quad \left(m + \frac{(m-1)(m-3)}{4} = \frac{m^2+3}{4} \right).$$

Таким образом, нечетные s_m-пропорции определяются суммой двух корневых пропорций с индексами $\frac{(m-1)(m-3)}{4}$ и $\frac{m^2+3}{4}$, причем четных и нечетных:

$$s_m = \frac{m-1}{2} + r_{\frac{m^2+3}{4}}; \qquad (4а) = (3б)$$

$$s_m = r_{\frac{(m-1)(m-3)}{4}} + r_{\frac{m^2+3}{4}}; \qquad (4б)$$

$$s_m = \sqrt{\frac{(m-1)(m-3)}{4} + \sqrt{\frac{(m-1)(m-3)}{4} + \sqrt{\frac{(m-1)(m-3)}{4} + \ldots}}} +$$

$$+ \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \sqrt{\frac{m^2+3}{4} + \ldots}}}. \qquad (4в)$$

Вычислим значение (4а) для $m = 0$:

$$s_0 = \frac{0-1}{2} + r_{\frac{0^2+3}{4}} = -\frac{1}{2} + r_{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1,$$

поскольку согласно (2) $r_{\frac{3}{4}} = \dfrac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{3}{4}}}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Найдем выражение пропорции (1) для $m = 0$:

$$s_0 = \frac{0 + \sqrt{0^2 + 4}}{2} = 1 = \sqrt{0 + \sqrt{0 + \sqrt{0 + \ldots}}} = r_0,$$

что не нарушает системы, соответствуя

$$r_0 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot 0}}{2} = 1.$$

Кстати, $s_1 = \phi$ можно записать в виде суммы *r*-пропорций:

$$s_1 = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 0 + \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \sqrt{0 + \sqrt{0 + \sqrt{0 + \ldots}}} + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}} = r_0 + r_1,$$

где $r_0 = r_{1-1}$, $r_1 = r_{0+1}$.

Таким образом нечетные s_m-пропорции выражаются *суммой четной и нечетной r-пропорций*.

Проверим формулы (4б, 4в) на примере для $m=17$.

Пропорция s_{17} согласно (4б) и с учетом (3г) определится как

$$s_{17} = r_{\frac{(17-1)(17-3)}{4}} + r_{\frac{17^2+3}{4}} = r_{56} + r_{73} = 8 + 9{,}0586\ldots = 17{,}0856\ldots,$$

где $$r_{56} = \frac{1+\sqrt{1+4\cdot 56}}{2} = \frac{1+\sqrt{225}}{2} = 8.$$

Из (4в) следует

$$s_{17} = \sqrt{56+\sqrt{56+\sqrt{56+\ldots}}} + \sqrt{73+\sqrt{73+\sqrt{73+\ldots}}}.$$

Представление нечетных *s*-пропорций корневыми *r*-пропорциями с преобразованным индексом *k*

Поскольку в (3, 3а, 3б, 3в) s_m представлено суммой, одним из слагаемых которой является целое число, и поскольку само число m является нечетным целым числом, целесообразно формулы (3а, 3б, 3в) и (4б, 4в) преобразовать, сделав замену [2]:

$\frac{m-1}{2} = k$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$.

Тогда

$$m = 2k+1. \tag{5}$$

Уравнения (1) и (3а, 3б, 3в) с учетом (5) запишутся в виде:

$$s_{2k+1} = \frac{2k+1+\sqrt{(2k+1)^2+4}}{2}; \tag{6}$$

$$s_{2k+1} = k + \frac{1+\sqrt{(2k+1)^2+4}}{2}; \tag{6а}$$

$$s_{2k+1} = k + r_{k^2+k+1}, \tag{6б}$$

поскольку

$$\frac{m^2+3}{4} = \frac{(2k+1)^2+3}{4} = \frac{4k^2+4k+4}{4} = k^2+k+1;$$

$$s_{2k+1} = k + \sqrt{k^2+k+1+\sqrt{k^2+k+1+\sqrt{k^2+k+1+\ldots}}}. \tag{6в}$$

Выражения (4б, 4в) соответственно примут вид:

$$s_{2k+1} = r_{k^2-k} + r_{k^2+k+1}, \tag{7}$$

поскольку

$$\frac{(m-1)(m-3)}{4} = \frac{(2k+1-1)(2k+1-3)}{4} = \frac{2k(2k-2)}{4} = k(k-1) = k^2-k;$$

$$s_{2k+1} = \sqrt{k^2-k+\sqrt{k^2-k+\sqrt{k^2-k+\ldots}}} + \sqrt{k^2+k+1+\sqrt{k^2+k+1+\sqrt{k^2+k+1+\ldots}}}. \tag{7а}$$

Выражения (6б, 7) можно записать в виде

$s_{2k+1} = k + r_{k(k+1)+1}$, $s_{2k+1} = r_{k(k-1)} + r_{k(k+1)+1}$, что более наглядно выявляет конструкцию индексов в r-пропорции при рассмотрении вышеприведенных числовых примеров.

Проверка формул (6б, 7) при $k=8$, эквивалентном $m=17$, дает:

$s_{17}=8+r_{8^2+8+1}=8+r_{73}$;

$s_{17}=r_{8^2-8}+r_{8^2+8+1}=r_{56}+r_{73}$,

что соответствует расчетам, приведенным выше.

Представление четных s-пропорций, кратным четырем, и s_2-пропорции корневыми r-пропорциями

В [2] показано:

$$s_4=2+\sqrt{5}=1+2\frac{1+\sqrt{5}}{2}=2r_1+1=r_2r_1+r_0;$$

$$s_4=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}\cdot\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}+\sqrt{0+\sqrt{0+\sqrt{0+\dots}}};$$

$$s_8=4+\sqrt{17}=3+2\frac{1+\sqrt{17}}{2}=2r_4+3=r_2r_4+r_6;$$

$$s_8=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}\cdot\sqrt{4+\sqrt{4+\sqrt{4+\dots}}}+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}};$$

$$s_{12}=6+\sqrt{37}=5+2\frac{1+\sqrt{37}}{2}=2r_9+5=r_2r_9+r_{20};$$

$$s_{12}=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}\cdot\sqrt{9+\sqrt{9+\sqrt{9+\dots}}}+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\dots}}};$$

$$s_{16}=8+\sqrt{65}=7+2\frac{1+\sqrt{65}}{2}=2r_{16}+7=r_2r_{16}+r_{42};$$

$$s_{16}=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}\cdot\sqrt{16+\sqrt{16+\sqrt{16+\dots}}}+\sqrt{42+\sqrt{42+\sqrt{42+\dots}}}.$$

В общем виде

$$s_m=\frac{m}{2}+\sqrt{\frac{m^2}{4}+1}=\frac{m}{2}-1+2\frac{1+\sqrt{\frac{m^2}{4}+1}}{2}=2r_{\frac{m^2}{16}}+\frac{m-2}{2}=r_2r_{\frac{m^2}{16}}+r_{\frac{(m-2)(m-4)}{2}},\quad (8)$$

где $m=4i$, $i=\overline{1,n}$.

При $m=0$

$$s_0=1=2\cdot 1-1=r_2r_0+(-1)=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\dots}}}\cdot\sqrt{0+\sqrt{0+\sqrt{0+\dots}}}+\sqrt[3]{0+\sqrt[3]{0+\sqrt[3]{0+\dots}}},$$

где $$\sqrt[3]{0+\sqrt[3]{0+\sqrt[3]{0+\dots}}}=\begin{cases}-1,\\ 0,\\ 1.\end{cases}$$

Таким образом, четные s-пропорции, кратные четырем, определяются произведением и суммой трех корневых r-пропорций, причем в основе их индекса лежит номер m и число 2:

$$s_m=2r_{\frac{m^2}{16}}+\frac{m-2}{2};\quad s_m=2r_{\frac{m^2}{2^{2^2}}}+\frac{m-2}{2};\qquad (8a)$$

$$s_m = r_2 r_{\frac{m^2}{16}} + r_{\frac{(m-2)(m-4)}{2}}; \tag{8б}$$

$$s_m = 2\sqrt{\frac{m^2}{16} + \sqrt{\frac{m^2}{16} + \sqrt{\frac{m^2}{16} + \ldots}}} + \frac{m-2}{2};$$

$$s_m = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}} \cdot \sqrt{\frac{m^2}{16} + \sqrt{\frac{m^2}{16} + \sqrt{\frac{m^2}{16} + \ldots}}} + \\ + \sqrt{\frac{(m-2)(m-4)}{2} + \sqrt{\frac{(m-2)(m-4)}{2} + \sqrt{\frac{(m-2)(m-4)}{2} + \ldots}}}. \tag{8в}$$

Подчеркнем ярко выраженную *квадратичную сущность* уравнений (8а, 8б, 8в).

Проверка формулы (8а) при $m = 20$ приводит к значению:

$$s_{20} = 2r_{\frac{20^2}{16}} + \frac{20-2}{2} = 2r_{25} + 9 = 2 \cdot 5{,}5249\ldots + 9 = 20{,}0498\ldots,$$

где $r_{25} = \dfrac{1+\sqrt{1+4\cdot 25}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{101}}{2} = 5{,}5249\ldots.$

Пропорция s_{20}, рассчитанная по формуле (1), равна

$$s_{20} = \frac{20+\sqrt{20^2+4}}{2} = \frac{20+\sqrt{404}}{2} = 20{,}0498\ldots.$$

Проверка формулы (8б) при $m = 20$ приводит к результату:

$$s_{20} = r_2 r_{\frac{20^2}{16}} + r_{\frac{(20-2)(20-4)}{2}} = r_2 r_{25} + r_{72} = 2 \cdot 5{,}5249\ldots + 9 = 20{,}0498\ldots,$$

где $r_2 = 2$; $r_{72} = \dfrac{1+\sqrt{1+4\cdot 72}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{289}}{2} = 9.$

Примечание.

$$s_2 = r_2 r_{\frac{2^2}{16}} + r_{\frac{(2-2)(2-4)}{2}} = r_2 r_{\frac{1}{4}} + r_0 = 2 \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{2} + 0 = 1+\sqrt{2},$$

т. к. $r_{\frac{1}{4}} = \dfrac{1+\sqrt{1+4\frac{1}{4}}}{2} = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2} = 1{,}20710678\ldots.$

Таким образом

$$s_2 = r_2 r_{\frac{1}{4}} + r_0 = r_2 r_{\frac{1}{4}} = 2r_{\frac{1}{4}}.$$

Предел устойчивости сфероида в терминах *r*-пропорции

А.П. Стахов в [5] аргументировал доминирование золотых p-пропорций и «металлических пропорций» (в нашем обозначении s-пропорций), своим проявлением в многочисленных прикладных аспектах, исследованных различными авторами. И это не случайно, ведь данные пропорции, как отмечается в [5], удовлетворяют разнообразным критериям-принципам для оценки результативности математического результата, которым следовали и следуют видные ведущие ученые.

Именно их критерии присутствуют в «математике гармонии» – новой отрасли знаний, своевременно предложенной Алексеем Петровичем научному миру и специалистам и с благодарностью принятой ими для совместного развития и пользования. Что и происходит с позитивным восприятием, завидной динамичностью, результативностью, полезностью и влиятельностью.

В пользу развития математики гармонии свидетельствуют и r-пропорции. В работе [1] показана их связь с некоторыми фундаментальными константами. А.П. Стахов прокомментировал материал следующим образом [6]: «приведенные … примеры использования корневых r-пропорций для уточнения ряда физических констант, в частности, числа Фейгенбаума F=4,669201609, характеризующего закономерность в чередовании бифуркаций, дают основание полагать, что корневые r-пропорции … имеют глубокие физические корни и, несомненно, представляют фундаментальный интерес».

Данное утверждение укрепляет и такой пример.

Корневая r-пропорция выявляет истинную сущность числа 240 – одной, вероятно, из фундаментальных величин как предела устойчивости сфероида, теоретическое значение которого по Б.В. Гладкову [7] составляет значение 240,2402, модифицированное по С.А. Ясинскому на базе «золотого ядра» [8] 240,159536…:

$$r_{240} = \sqrt{240 + \sqrt{240 + \sqrt{240 + \dots}}} = 16 = 2^{2^2}. \qquad (*)$$

Результат-число $r_{240} = 16$ содержит *дважды-квадратичную сущность с участием* 2 в виде 2^{2^2}.

Действительно, для соответствия этого числа величине 16 оно должно быть равно x такому, чтобы

$$r_x = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots}}} = 16.$$

Откуда $r_x = \sqrt{x + r_x} = 16$, $16 = \sqrt{x+16}$, $x = 16^2 - 16 = 240$, что соответствует (*).

Кстати, $240 = 2^{2^{2^2}} - 2^{2^2}$.

Изложенное в очередной раз свидетельствует о глубоких и многосторонних квадратичных свойствах самих квадратных уравнений, в данном случае характеризующих r-пропорции.

Ранее [4] мы подчеркивали углубленную квадратичную сущность s-пропорций, выраженную следующей моделью:

$$s_m = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2 - 2\right)^2 - 2\right)^2 - \dots\right)^2 - 2},$$

где количество квадратных корней n равно количеству степеней-двоек, входящих в формулу s-пропорции, включая степень числа m; или, что то же, количество скобок равно $n-1$.

Важность r-пропорций и в том, что *корневые r-пропорции представляют собой как предмет исследования, так и метод познания*.

И то, и другое вместе.

Источники: печатные и электронные публикации

1. *Шенягин В.П.* Корневые *r*-пропорции // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17112, 17.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322086.htm.

2. *Шенягин В.П.* Сущность чисел и их взаимосвязь с золотой *ф*-пропорцией. Intermatic-2004: Материалы Международной научно-практической конференции «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения», Москва, 7-10 сент., 2004. Ч. 2. – М.: Изд-во МИРЭА; Изд-во ЦНИИ «Электроника», 2004, с. 26-31.

3. 07.04-13А.26. Сущность чисел и их взаимосвязь с золотой *ф*-пропорцией. Шенягин В.П. Intermatic-2004: Материалы Международной научно-практической конференции «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения», Москва, 7-10 сент., 2004. Ч. 2. – М.: Изд-во МИРЭА; Изд-во ЦНИИ «Электроника», 2004, с. 26-31. Библ. 7. Рус. – М.: РАН, Всероссийский институт научной и технической информации (ВИНИТИ), Реферативный журнал, 13. Математика. Сводный том. 4, 2007. – с. 6.

4. *Шенягин В.П.* Механизм формирования *s*-пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17194, 08.01.2012. – (Институт золотого сечения – Семинары online). – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322112.htm.

5. *Стахов А.П.* Почему золотые *p*-сечения и «металлические пропорции» представляют наибольший интерес для развития «математики гармонии»? // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ.17388, 26.03.2012. – http://trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321112.htm.

6. *Стахов А.П.* «Золотая» гониометрия и теоретическое естествознание // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17136, 22.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322098.htm.

7. *Гладков Б.В.* «Сферодинамика. Математические начала объёмного мышления», исправления и коррекция Царев В.А. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322111.htm.

8. *Ясинский С.А.* Прикладная «золотая» математика и ее приложения в электросвязи. – М.: Горячая линия–Телеком, 2004. – 239 с, с. 158-160.