Белянин В.С

Незыблемое и дилетантство

«Чем принципиальнее тщится рассуждать Мартынов, тем хуже у него выходит и тем отчетливее он показывает прорехи новоискровства, тем удачнее делает сам над собой и над своими друзьями полезную педагогическую операцию: reductio ad absurdum».

В.И. Ленин [1]

Научные битвы в большинстве своем ныне переместились их тихих аудиторий и лабораторий в Интернет. На просторах глобальной сети при отсутствии должного высокопрофессионального рецензирования статей, которое практикуется в сфере «бумажных» публикаций, приходится бороться с грозным и воистину непобедимым врагом науки – невежеством.

Думаю, что большинство авторов поймут меня правильно. Я не собираюсь пародировать кота Леопольда и лицемерно призывать: «*Ребята, давайте жить дружно!*». Наука – занятие не для белоручек и чистюль, готовых схватиться за сердце или упасть в обморок при нелицеприятной критике в их адрес.

Ошибки в научных работах не столь уж редкое явление и поэтому жизнь ученого немыслима без беспощадной критики со стороны коллег. Вопрос, как на неё реагировать. В зависимости от реакции на критику она может со стороны оппонентов ужесточаться или, наоборот, смягчаться.

Различные примеры поведения. Приведу два примера поведения людей, когда они обнаруживали сами или им указывали на ошибки в их работах.

Выдающийся французский математик Анри Пуанкаре (1854–1912) доказал невозможность представить движение в задаче трёх тел рядами, которые сходились бы на всей вещественной оси. За решение этой задачи он получил премию шведского короля. Однако решение противоречило одной доказанной ранее теореме. Поняв свою ошибку, Пуанкаре потратил всю полученную премию на скупку отпечатанных номеров шведского журнала, где была напечатана премированная статья. Затем он оплатил набор нового варианта статьи и разослал его подписчикам.

Второй пример связан с квадратурой круга. Среди тысяч людей, бившихся над решением этой задачи, выделяются двое.

Английский философ Томас Гоббс (1588–1679), сочетавший в себе высокий интеллект и глубочайшее невежество, нашёл около десятка методов решения задачи о квадратуре круга. Один остроумный способ давал превосходное приближение значения числа π, оно получалось равным 3,1419…. Чудовищное самомнение привело его к тому, что он считал свой метод точным и поэтому возомнил себя способным на великие математические открытия.

Знаменитый английский математик Джон Валлис (1616–1703) изложил ошибки Гоббса в памфлете. С этого момента началось продолжительное и нелепое словесное столкновение, в котором участвовали два блестящих ума. Спор длился с небольшими перерывами почти четверть века до самой смерти Гоббса, последовавшей на 91-м году жизни.

Стороны перемежали свои публичные выступления колким сарказмом и вызывающей бранью. Слова с обеих сторон лились самые нелицеприятные: «*абсурдная геометрия*», «*деревенский язык*», «*дремучее невежество*», «*абсурдный метод*», «*сошёл с ума*», «*не в своём уме*», «*все рехнулись*». В одной из своих филиппик против Валлиса Гоббс написал [1, с. 422]:

«*Всё сказанное вами состоит наполовину из лжи, наполовину из брани. Оно ничем не отличается от того зловония, которое испускает старая кляча, если, обкормив её овсом, мы слишком туго затянем подпругу*» [2].

Валлис продолжал бессмысленную перепалку отчасти ради собственного развлечения, отчасти чтобы выставить Гоббса в смешном свете.

Одна из главных причин всех затруднений Гоббса, по словам Валлиса его «*неспособность научиться тому, чего он не знает*». Гоббс представляет собой яркий пример человека выдающихся способностей, взявшегося решать проблемы в области науки, для которой он плохо подготовлен и расточившего свою энергию на решение бессодержательных, псевдонаучных вопросов.

---

[1] *В.И.Ленин.* Две тактики социал-демократии в демократической революции. Полн. собр. соч., т. 11, с. 114. – М.: Гос. изд-во политич. лит-ры, 1960.

[2] В свете сказанного думается не стоит драматизировать горячие споры, иногда возникающие на сайте Академии тринитаризма. В этих спорах богатый и гибкий русский язык используется едва ли на четверть.

Примеры на сообразительность. От образчиков человеческого поведения перейдем к математическим примерам. Приведу три примера для предварительных размышлений, чтобы читатели самостоятельно подумали над ответами, постепенно входя в тему статьи.

1. Все числа равны между собой. Имеется следующий вариант доказательства. Возьмём два произвольных неравных числа a и b и запишем очевидное тождество

$$a^2 – 2ab + b^2 = b^2 – 2ab + a^2.$$

Слева и справа стоят полные квадраты и можно записать

$$(a – b)^2 = (b – a)^2.$$

Извлекая из обеих частей этого равенства квадратный корень, получим a – b = b – a, или 2a = 2b, и окончательно

a = b.

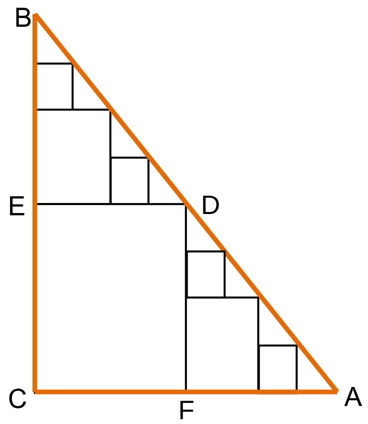
Если вам представят такое доказательство равенства произвольных чисел, вы выразите иронию улыбкой или будете объяснять ошибку автору доказательства?

2. Единица равна двум. Этот пример для самостоятельных размышлений формулируется так.

Из уравнения $x^2 – 3x + 2 = (x – 1)(x – 2) = 0$ следует, что x = 1 или x = 2. Обычно так и говорят, однако из этого уравнения может следовать и то, что x = 1, и то, что x = 2, а потому 1 = 2. А что, разве это не так?

После демонстрации такого примера вы только улыбнётесь или броситесь объяснять их автору логическую ошибку в рассуждениях?

3. Длина гипотенузы равна сумме длин катетов. Третий пример самый серьёзный, он на знания и сообразительность. Привожу доказательство.



В прямоугольном треугольнике из середины гипотенузы (точка D) опустим перпендикуляры DE и DF на катеты. Получится ломаная линия с четырьмя звеньями BEDFA. Длина этой линии равна сумме длин исходных катетов. Повторяя это построение для каждого из треугольников DBE и ADF, получим ломаную линию прежней длины из восьми звеньев.

Подобный процесс можно продолжать бесконечно долго. К гипотенузе будет последовательно приближаться ломаная пилообразная линия, состоящая из 2, 4, 8, 16, … «зубьев» и эти приближающиеся линии трудно будет отличить друг от друга. Все пилообразные линии будут иметь одинаковую длину, равную сумме длин катетов. Пределом «пилы» служит гипотенуза, то есть прямолинейный отрезок AB. Так что утверждение – длина гипотенузы равна сумме длин катетов, доказано.

После демонстрации такого убедительного примера вы по-прежнему только улыбнётесь или устремитесь объяснять автору доказательства скрытую логическую ошибку в рассуждениях?

Я придерживаюсь мнения, что не всегда, но довольно часто лучше просто улыбаться. Что я и делал, когда читал сначала статью Клещева Д. [2]. Потом, когда я читал радостную реплику Стахова А.П. [3] у меня улыбка расползлась, как говорится, до ушей. Из статьи Клещева с очевидностью следовало, что он элементарно напутался в собственном методе, а из реплики Стахова – что Клещев, оказывается, «*показывает, что используя этот метод, можно доказать несоизмеримость целых чисел!*».

Свои улыбки захотелось сделать достоянием читателей, поэтому и написал эту статью.

Речь в ней пойдет о древнейшем способе доказательств – *reductio ad absurdum* [3].

Задача измерения величин. Длина отрезка является примером непрерывной скалярно-аддитивной величины [4, с. 42]. Примерами подобных непрерывных величин являются площади фигур, массы физических тел и т.п.

Допустим, что для длин отрезков существует система измерения, то есть однозначное, строго монотонное и аддитивное *отображение* в некоторую упорядоченную числовую систему. В качестве такой числовой системы возьмем систему действительных (вещественных) чисел.

Отрезки будем обозначать малыми латинскими буквами *a, b, c*, …; меру значения величин отрезков – через λ_a, λ_b, …; систему измерения – через $a \to \lambda_a$, ….

Из многочисленных следствий, вытекающих из однозначности, монотонности и аддитивности отображения выделим следующие:

если $a = b$, то $\lambda_a = \lambda_b$, и если $\lambda_a = \lambda_b$, то $a = b$,

[3] *Reductio ad absurdum* (лат., сведение к абсурду, доведение до абсурда). Этим термином в логике называется способ доказательства, состоящий в условном допущении положения, противоречащего тому, что требуется доказать, и в демонстрации того, что это допущение приводит к нелепому следствию (так называемое «*доказательство от противного*»). Способ неоднократно встречается в «Началах» Евклида, например, предложение 1.19.

если $a \le b$, то $\lambda_a \le \lambda_b$, и если $\lambda_a \le \lambda_b$, то $a \le b$,

если $a > b$, то $\lambda_a > \lambda_b$, и если $\lambda_a > \lambda_b$, то $a > b$.

Перечисленные без доказательства свойства показывают, что рассматриваемая система измерения является взаимно однозначным отображением.

Добавим ещё одно предложение: для любого отрезка a и любого натурального числа n справедливо равенство

$$\lambda_{an} = n \cdot \lambda_a.$$

Единица измерения. Систем отображения может быть несколько. Действительно, если отображение $a \to \lambda_a$ является системой измерения, то

$$a \to \lambda'_a = k\lambda_a,$$

где k – произвольное положительное число, также является системой измерения.

Значение отрезка, мера которого равна 1, называется единицей измерения: $\lambda_e = 1$. Единичный отрезок будем обозначать буквой *e*.

Система измерения в случае соизмеримости отрезков. На измерении длин отрезков будем иллюстрировать общие выводы.

1. Рассмотрим случай, когда значение величины отрезка a кратно единице измерения *e*. В этом случае

$$\lambda_a = n, \qquad a = n \cdot e, \qquad a \to n$$

и система измерения существует.

Мера значения величины отрезка отображается однозначно вполне определенным натуральным числом n.

2. Теперь сравним два произвольных прямолинейных отрезка a и b, например, два катета произвольного прямоугольного треугольника. Возможен вариант, когда катет a содержится в катете b целое число r раз. Другими словами, длина отрезка b выражается через длину отрезка a: длина b в r раз больше, чем длина a. Тогда система измерения существует и

$$a = e, \qquad \lambda_b = r, \qquad b = \lambda_b \cdot a = r \cdot a, \qquad b \to r.$$

В этом случае говорят, – отрезки a и b *соизмеримы*. Словосочетание «соизмеримые отрезки» используется в этом варианте для описания двух длин, отношение которых есть целое число r.

Отрезок a был принят за единицу ($a = e$) и поэтому этот случай свёлся к случаю 1.

3. Возможен вариант, когда целого числа r, которое обладало бы указанным свойством, найти не удаётся. Но при этом имеется возможность разделить отрезок a на некоторое число, скажем n, равных частей (каждая длины a/n), число которых в точности m раз укладывается в отрезке b. Тогда мерой значения отрезка b может быть только число $\lambda_b = m/n$ и

$$b = \frac{m}{n}\,a. \tag{1}$$

В этом случае так же говорят, что отрезки a и b *соизмеримы*. Отрезок длины a/n является некоторой общей мерой отрезков a и b.

Отрезок a/n может быть принят за единицу измерения e, тогда

$$\lambda_a = n, \qquad a = ne, \qquad a \to n, \qquad \lambda_b = m, \qquad b = me, \qquad b \to m.$$

Отображение в случае 2 является частным по отношению к случаю 3, так как если b кратно e, то b и e имеют общую долю, равную e.

Система измерения в случае несоизмеримых отрезков. Выше было найдено, что если система измерения существует, то мерой значения величин отрезков должно быть некоторое положительное рациональное число. Результат измерения выражался в виде натурального числа, или в виде отношения двух таких чисел, то есть дроби.

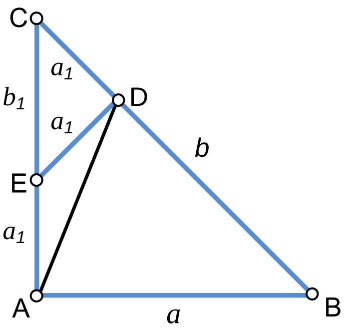
Продолжим сравнивать по величине два произвольных прямолинейных отрезка a и b.

4. Возможен вариант, когда нельзя подобрать два таких *натуральных* числа m и n ($n \ne 0$), что имеет место равенство (1). Подчеркнем – нельзя подобрать два натуральных числа, так как других чисел в нашем распоряжении пока нет [4].

Для расширения понятия отображения длин отрезков в некоторую упорядоченную числовую систему обратимся к отрезкам геометрических фигур. Для простоты рассмотрим классический пример – гипотенузу и катет равнобедренного прямоугольного треугольника. Этот пример покажет, что нельзя подобрать два натуральных числа m и n, чтобы имело место равенство (1). Древнее доказательство *reductio ad absurdum* блеснет своим чарующим светом.

Для нахождения наибольшей общей меры катета и гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника применим алгоритм Евклида.

[4] Отношение положительных рациональных дробей есть отношение натуральных чисел.



Для того, чтобы найти наибольшую общую меру катета AB (или AC) и гипотенузы BC, нужно меньший отрезок AB = a отложить на большем отрезке BC = b исходного треугольника Q = ΔABC (см. рис). Получим отрезок BD = AB = a. Так как каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон, то BC < AB +AC = 2AB. Поэтому отрезок BD, равный катету AB, уложится на гипотенузе BC один раз с остатком CD = a_1, то есть $a_1 = b - a$.

Рассмотрим меньший из имеющихся отрезков a и a_1. Вычтем на стороне AC из большего меньший: $a - a_1 = b_1$. Отрезки a_1 и b_1 представляют собой соответственно катет и гипотенузу меньшего равнобедренного прямоугольного треугольника Q_1 = ΔCDE (подобного данному ΔABC), причем $a = a_1 + b_1$ и $b = 2a_1 + b_1$. Применяя к Q_1 туже конструкцию, получим равнобедренный прямоугольный треугольник Q_2 с ещё более коротким катетом. К треугольнику Q_2 снова применим ту же конструкцию и т.д.

Отсюда понятно, что процесс применения алгоритма Евклида к катету и гипотенузе равнобедренного прямоугольного треугольника никогда не может завершиться. Непрерывная дробь, изображающая этот процесс, бесконечная:

$$\frac{b}{a} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cdots}}} = [1; 2, 2, 2, \ldots]. \qquad (2)$$

Это и доказывает, что катет a и гипотенуза b равнобедренного прямоугольного треугольника не имеют общей меры. В этом случае говорят, – отрезки a и b *несоизмеримы.*

По отдельности и катет и гипотенуза могут иметь единицы измерения, а совместно – нет. Катет a может иметь некоторую единицу измерения, допустим e_a, и тогда мера его значения будет λ_a; система его измерения – $a \to \lambda_a$. Гипотенуза b не может иметь единицу измерения e_a, таковой может быть только некоторая единица $e_b \neq e_a$. Мера значения гипотенузы будет λ_b; система её измерения – $a \to \lambda_b$.

Чтобы ещё раз удостовериться в сказанном вернемся к способу доказательства *reductio ad absurdum* и допустим, что единица измерения e_a катета a является и единицей измерения гипотенузы b исходного треугольника Q. Тогда эта единица измерения является общей мерой для катета и гипотенузы каждого из треугольников Q_1, Q_2, Q_3,…. Докажем это.

Пусть отображение $a \to \lambda_a$ является однозначной системой измерения катета, а отображение $b \to \lambda_b$ той же системой измерения гипотенузы треугольника Q. Тогда λ_a будет мерой значения равного катету отрезка BD, а разность $\lambda_b - \lambda_a$ будет мерой значения отрезка CD. Поскольку отрезки CD и AE равны, то и мерой значения отрезка AE будет разность $\lambda_b - \lambda_a$. А раз так, то мера значения отрезка CE равна $\lambda_a - (\lambda_b - \lambda_a)$. Значит, единица измерения e_a укладывается целое число раз и в катете CD и в гипотенузе CE треугольника Q_1, то есть является общей мерой не только треугольника Q, но и треугольника Q_1.

Итак, отображение $a \to \lambda_a$ является однозначной системой измерения катета любого треугольника Q_k и изображается вполне определенным набором натуральных чисел n_k. Поскольку длины катетов неограниченно уменьшаются, то целые числа $n > n_1 > n_2 > \ldots$ образуют бесконечную последовательность убывающих натуральных чисел, что невозможно. Это означает противоречие с исходным предположением о наличии у катета и гипотенузы треугольника Q общей меры.

Тем самым доказана несоизмеримость катета и гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника.

Арифметический анализ несоизмеримости отрезков. Продолжим анализировать полученный результат. Катет и гипотенуза в рассматриваемом прямоугольном треугольнике связаны теоремой Пифагора: $2a^2 = b^2$ или $(b/a)^2 = 2$. Обозначим число, квадрат которого равен двум, через $\sqrt{2}$, тогда

$$\frac{b}{a} = \sqrt{2}.$$

«Обрывая» последовательно приведенную выше непрерывную дробь (2) можно подсчитать несколько приблизительных значений нового числа $\sqrt{2}$. Однако гораздо более интересен общий вопрос о рациональности этого нового числа.

Иррациональность квадратного корня из двух. Классическое (традиционное) доказательство. Докажем способом *reductio ad absurdum*, что не существует рационального числа, квадрат которого равен числу 2.

Вначале проанализируем натуральные числа. Имеем $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, а если натуральное число $n \geq 2$, то $n^2 \geq 4$, откуда $n \neq 2$. Тогда логично допустить, что число $\sqrt{2}$ должно выражаться не натуральным числом, а рациональной дробью.

Число $\sqrt{2}$ можно определить различными дробями, среди которых существует дробь с наименьшим знаменателем, то есть дробь, выраженная в нормальном виде p/q, где p и q числа взаимно простые и q, естественно, отлично от 1. Числа p и q не могут иметь общего множителя, так как в противном случае дробь можно было бы сократить и получить дробь с меньшим знаменателем, определяющую то же число $\sqrt{2}$.

Допустим, что $(p/q)^2 = 2$, тогда $p^2 = 2q^2$. Это значит, что число p^2 чётно. А так как множество чётных чисел замкнуто относительно умножения, то отсюда следует, что p делится на 2. Из $p = 2k$ следует $p^2 = 4k^2$ и $q^2 = 2k^2$. Отсюда получаем, что q^2, а потому и q делятся на 2.

Таким образом, натуральные числа p и q имеют общий множитель 2, что противоречит принятому выше отсутствию у них общего множителя. Значит, способом *reductio ad absurdum* исходное допущение отвергнуто, $(p/q)^2 \neq 2$.

Число $\sqrt{2}$ не может быть рациональным, оно иррационально.

Иррациональность квадратного корня из двух. Арифметическое (не традиционное) доказательство. Докажем, что

$$\sqrt{2} \neq \frac{p}{q},$$

при любых целых p и q, $q \neq 1$.

При рассмотрении используем следующие свойства чётных и нечётных чисел:

– чётное число записывается в виде $2k$, где k – целое число;

– нечётное число записывается в виде $2k + 1$.

Помимо этого, отметим, что множество четных чисел, в равной мере как и множество нечетных чисел, замкнуто относительно умножения.

Пусть $\sqrt{2} = p/q$. Возможны в общем случае четыре варианта:

а) p и q чётные числа;

б) p и q нечётные числа;

в) p чётное, q нечётное число;

г) p нечётное, q чётное число.

Вариант а) не рассматривается, так как в этом случае дробь p/q сократима и приводится к одному из случаев б) – г).

Вариант б) $\sqrt{2} = \frac{2k+1}{2l+1}$,

$$\left(\frac{2k+1}{2l+1}\right)^2 = 2,$$

$$(2k+1)^2 = 2(2l+1)^2,$$
$$4k^2 + 4k + 1 = 2(2l+1)^2.$$

Противоречие: (чётное число) + 1 = (чётное число).

Вариант в) $\sqrt{2} = \frac{2k}{2l+1}$,

$$\left(\frac{2k}{2l+1}\right)^2 = 2,$$

$$(2k)^2 = 2(2l+1)^2,$$
$$2k^2 = 4l^2 + 4l + 1.$$

Противоречие: (чётное число) = (чётное число) + 1.

Вариант г) $\sqrt{2} = \frac{2k+1}{2l}$,

$$\left(\frac{2k+1}{2l}\right)^2 = 2,$$

$$(2k+1)^2 = 2(2l)^2,$$
$$4k^2 + 4k + 1 = 2(2l)^2.$$

Противоречие: (чётное число) + 1 = (чётное число).

Итак, все рассмотренные четыре варианта имеют своим следствием невозможность представить число $\sqrt{2}$ в виде рациональной дроби p/q.

Таким образом, число $\sqrt{2}$ иррационально.

Иррациональность корней с целыми показателями. Рассмотренные примеры позволяют аналогичным способом легко доказать иррациональность числа $\sqrt{3}$ или, например, числа $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

Вообще говоря, метод доказательства существования иррациональных чисел легко обобщается. Если n и R означают произвольные числа, то вообще говоря, нет целого числа, которое равнялось бы $\sqrt[n]{R}$, за исключением очевидных случаев. Если нет такого целого числа, n-ая степень которого равна R, то нет и дроби такого целого числа, обладающей тем же свойством.

Если бы подобная дробь существовала, то при помощи сокращения на наибольший общий делитель числителя и знаменателя, её можно привести к нормальной форме p/q, где p и q числа взаимно простые, q отлично от 1. Тогда и p^n и q^n должны быть числами взаимно простыми, а из $p^n/q^n = R$ следовало бы, что p^n и q^n имеют общий, отличный от единицы делитель. Поэтому, сделанное выше предположение о существовании рациональной дроби приводит к противоречию. Следовательно, введение дробей не расширяет области извлекаемых корней.

Историческое замечание. Представление о сущности иррациональных чисел и чисто арифметическое обоснование их теории было сформировано лишь в новейшей истории. Хотя, различие между соизмеримыми и несоизмеримыми отношениями было известно уже древним грекам – открытие несоизмеримости диагонали и стороны квадрата приписывают Пифагору – понимание же несоизмеримых отношений, как чисел, было чуждо грекам.

Поэтому утверждения, подобные тому, что «*пифагорейское доказательство иррациональности $\sqrt{2}$ на протяжении веков используется*…» [6] лишены каких-либо исторических оснований.

В средние века математики знали, что корни из рациональных чисел, вообще говоря, не являются числами рациональными, и часто выполняли приближенные вычисления корней. Отчетливое же различие между рациональными и иррациональными числами впервые возникло у арабов в конце первого, начале второго тысячелетия. И приблизительно в середине XVI века понимание этого различия пришло в Европу. Математики уяснили, что между двумя последовательными целыми числами заключается с одной стороны бесчисленное количество рациональных чисел, с другой стороны бесчисленно много иррациональных чисел, и ни одно из этих чисел не может перейти из одной категории в другую.

Заключительная часть. Предлагаю читателям небольшой эпиграф, отражающий сущность заключительной части.

> *«Запутывая вопрос своими потугами «углубить» его, он почти всегда «додумывается» при этом до новых формулировок, которые великолепно освещают всю фальшь занятой им позиции».*
>
> В.И. Ленин [5]

Часто приходится читать и слышать, как неизвестные никому авторы заявляют о своих прорывах исключительно в глобальных вопросах. Если они пишут своё «*новое*» о физических законах, то только о законах всеобщих, если о теории, то только о единой теории для всего и вся. Если они решили на калькуляторе сочиненное ими же самими уравнение, то решение объявляется константой природных процессов, а то и целого мироздания.

В настоящей статье выше приведены хорошо известные в математике рассуждения о невозможности представления несоизмеримых величин и иррациональных чисел рациональными дробями. Вдумчивый читатель мог убедиться, что изъянов в рассуждениях нет. Они строгие, логичные и как были незыблемы тысячи лет, так и останутся таковыми ещё на тысячи лет.

Однако время от времени появляются любители низвергнуть азбучные истины, но потом их неожиданное появление сменяется столь же внезапным исчезновением, а истины остаются на своих почетных местах.

В упомянутой выше работе [2] Клещев изящно демонстрирует и пренебрежение математическими правилами и недостаточность логического мышления. Самую одиозную ошибку можно сформулировать в виде нового авторского софизма и добавить её к примерам на сообразительность, которые приведены в начале статьи (продолжим их нумерацию).

4. <u>Все числа чётные (автор софизма Клещев).</u> Возьмем произвольное положительное число n. Очевидно, его можно записать как $n = t$ или, что эквивалентно, $n^2 = t^2 = 4(t^2/4) = 2(2t^2/4)$. Поскольку в пифагорейской арифметике не существует дробей, без зазрения совести можно выражение $(2t^2/4)$ приравнять к некоторому числу k, тогда окажется, что $n^2 = 2k$. Число $2k$ – четное, следовательно, число n^2 – тоже четное и окончательно, число n – четное. Итак, все числа чётные.

К удивительному изысканию Клещева, переворачивающему наш взгляд на застарелую тысячелетнюю математику, к тому же «раздираемую кризисами», можно добавить ещё один, более сильный приводимый ниже результат.

5. <u>Всякое число чётное и равно своему удвоенному значению.</u> Запишем очевидное для любого числа a тождество

$$a^2 - a^2 = a^2 - a^2.$$

---

[5] *В.И.Ленин*. Там же, с. 113.

В левой части вынесем a за скобку, а правую часть разложим на множители. Тогда

$$a(a-a) = (a+a)(a-a).$$

Разделив обе части равенства на одинаковые значения $a - a$, получим $a = a + a$, или

$$\boldsymbol{a = 2a}.$$

Итак, любое число *«без зазрения совести»* в своих изысканиях можно удвоить и сделать чётным.

Думается, что пункты примеров 4 и 5 помогут в дальнейшем последователям Клещева ниспровергнуть не одну теорему математики.

В статье [2] Клещев своими манипуляциями с числами незаметно для самого себя перевёл ясное тысячелетнее доказательство иррациональности $\sqrt{2}$ в разряд софизма.

В статье Василенко С.Л. [5] все ошибки и заблуждения были вскрыты.

Однако Клещев выставляет новую забавно-забойную работу [6], в которой спрашивает сам себя о своем произведении: «*Абсурд*?». Отвечаю – вне всякого сомнения.

Однако автору, судя по всему с абсурдом не по дороге, и он оценивает свой труд не иначе, как шедевр, маскируя это сомнением: «*Или шедевр с опечаткой*?». Отвечаю – статье место только в сборниках легко разгадываемых софизмов.

Думаю, что проф. Стахов мог бы посодействовать публикации «*достаточно мощной*» работы Клещева в международных журналах, и математический мир узнал бы «*что в российской науке появился философ-математик и историк математики мирового уровня*» [7].

И, наконец, в работе [5] Василенко заметил Клещеву на недопустимость оскорбительных высказываний в адрес Григория Перельмана [6].

Своеобразно поняв это замечание, Клещев доводит до читателей, что никто не смеет отнимать у него маленькое удовольствие, походя оскорблять выдающегося ученого современности.

Остается только констатировать, что Клещев не только с математической точки зрения, но и с моральной «…*в полном ауте*».

The End!

ЛИТЕРАТУРА

1. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. – М.: «Оникс», 1994.
2. Клещев Д. REDUCTIO AD ABSURDUM // Академия Тринитаризма. – М., Эл. № 77-6567, публ.17055, 04.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161907.htm.
3. Стахов А.П. Реплика по поводу публикаций Дениса Клещева, Валериана Владимирова и Николая Сменюты // «Академия Тринитаризма» – М., Эл № 77-6567, публ.17060, 06.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322063.htm.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1. – М.: Наука, 1970.
5. Василенко С.Л. От шедевра до абсурда один шаг // «Академия Тринитаризма» – М., Эл № 77-6567, публ.17079, 10.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/2069-vs.pdf.
6. Клещев Д. Абсурд? Или шедевр с опечаткой?// «Академия Тринитаризма» – М., Эл № 77-6567, публ.17100, 13.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/2081-kl.pdf.
7. Стахов А.П. Реплика на статьи Ивана Ткаченко, Олега Боднара, Сергея Василенко, Дениса Клещева // «Академия Тринитаризма» – М., Эл № 77-6567, публ.17104, 14.12.2011. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322083.htm.

[6] К счастью выдающийся математик современности не читает софистические опусы.