С.Л. Василенко

Неподдающийся корень из двух

Каков корень, таковы и побеги...

Речь пойдёт о работах [1, 2], где их автор «решил низвергнуть одну теорему (об иррациональности корня из двух), истинность которой не вызывала сомнений у математиков более двух тысяч лет. Более того, она до сих пор служит хрестоматийным примером доказательства от противного. – Мощного математического метода, восходящего к величайшим мыслителям Древней Греции» [3].

Поскольку предварительный обмен мнениями уже состоялся, решили без преамбулы.

Что называется, сразу в тему.

Истоки. Из работы [2]: «Предлагаю проф. С.Л. Василенко следующее: отыскать опровержение моего шутейного опуса, опровержение теоремы Л. Брауэра... опровержение теоремы К. Геделя... теоремы А. Тарского... Э. Цермело». – Дескать, попробуйте достать, когда визави в одном ряду с великими математиками...

Так что программа-максимум у нас не вырисовывается.

Да и теоремы вроде добротные.

Чего зря напрягаться в их опровержении? – Поэтому вкратце остановимся только на изложенной просьбе, – в части не "шутейного опуса".

А в том, что он изначально составлялся довольно основательно, вполне серьёзно и вовсе не шутейно, лично у нас не вызывает сомнений.

1. Прежде всего, уместным будет признать, что мы, в самом деле, допустили досадную опечатку при написании имени Дениса Клещева в [3].

Просим его и всех читателей не судить строго.

Ничего личного. Тем более умысла.

Как говорит классика: «казнить нельзя помиловать».

Надо полагать, и в работе [2] случайно проскочили 20 ошибок-близнецов в написании ФИО – С.Л. Василенко. Плюс вынесение-фиксация опечатки в заголовок [2].

Почти стандартный возврат-реванш $1:20$.

2. Немецкий математик Л. Кронекер действительно считал исконно настоящими только натуральные числа. Но он уже 120 лет, как в мире ином. А потому чисто физически не мог подвергнуть критике *современную* (?) теорию иррациональных чисел [3]. Поэтому возражение против этого с цитированием афоризмов [2] – напрасная трата времени.

3. Напомним ещё раз изначальный посыл [4]: «Очень хотелось бы, чтобы кто-либо из известных математиков нашёл ошибки в рассуждениях Дениса Клещева. А иначе, действительно...». Далее идут слова о Григории Перельмане, которые мы не стали повторять.

Здесь затрагиваются две очень важные познавательные линии:

а) Многие поколения учёных в глубине души допускали мысль, что квадратный корень числа можно представить рациональным числом.

Например, с огромнейшим периодом в записи десятичной дроби.

Нас тоже не минула сия стезя размышлений.

Но, увы. Даже золотое сечение является целым алгебраическим, но иррациональным числом. – Таковы метаморфозы!

Мы бы и не затрагивали статьи [1, 2], если бы в состав иррациональных чисел не входили известнейшие константы: золотое сечение Φ, число π и др.

Кстати, они вычислены уже с точностью до триллионов значащих цифр. Но никакой периодичности в их следовании так и не обнаружено.

И никогда не будет. Потому как не возможно! Это уже стало математической истиной.

б) Приглашение для оппонирования адресовано знаменитым математикам. Только вряд ли они отзовутся на любительские фантазии [2].

Для них с корнем из двух всё давно доказано. Говорить об этом – зря терять время.

Да, и в отличие от других областей знаний, математика наиболее демократична.

Здесь все равны: школьники, домохозяйки, студенты, доценты, академики...

Главное мерило – не известность или титулы, а математическая корректность и точность-скрупулезность изложения материала.

Поэтому сарказм Д. Клещева на "знаменитого математика" в персонифицированной оболочке выглядит, мягко говоря, неуместным.

4. *Цитата*: «"*Глубокая патология современной математики*" – это тоже не изобретение Д. Клещева, как хотелось бы думать проф. С.Л. Василенко, а терминология Л. Брауэра» [2]. – Нам и не хотелось ничего об этом думать. Просто привели ссылку Д. Клещева. Теперь оказывается, это вовсе не его слова.

В работе [1] они были показаны без кавычек, сносок или ссылок на авторство Л.Брауэра, которого нет и в списке литературы. Довольно странное изложение текстов!

Там, правда, упоминается оценка Л. Брауэром теории бесконечных множеств, как «казуса в истории математики».

Но это из другой области. Ибо отдельный казус не означает кризис всей математики.

5. *Цитата*: «Если бы проф. С.Л. Василенко имел возможность ознакомиться с идеями Л. Брауэра, то он бы не стал доказывать Д. Клещеву, что «*несоизмеримости целых чисел в математике не бывает, потому что ... не бывает*». Мне об этом известно не хуже С.Л. Василенко» [2]. – Может и так. Только чёрным по белому написано: «Более того, "*классические*" пифагорейские методы позволяют доказать <u>несоизмеримость целых чисел</u>» [1]. То есть на деле он вполне ответственно допускает алогичную «*несоизмеримость целых чисел*». Зачем же тогда лукавить?

6. *Цитата*: «Вся критика проф. С.Л. Василенко сводится к тому, что я и сам прекрасно знаю, а именно к тому, что в доказательстве иррациональности $\sqrt{2}$ и целого числа 2 не учтено само существование дробей» [2].

Да нет же, Денис Сергеевич Де Нирвакин[1]. Желательно зреть в корень.

Критиковать Вас, нет нужды. Было лишь указано на принципиальные ошибки.

Как об этом и просили [4].

А вместо принятого в науке одобрительного реагирования на подсказки, которые могли бы и не прозвучать, появляются отписки с маловыразительным КПД.

Вот и с дробями визави до конца, похоже, не разобрался, хотя что-то и сочинял ранее по этому вопросу[2]. Упоминание рациональной несократимой дроби нами приводилось исключительно в контексте нынешнего звучания данной темы. Что вовсе и не обязательно.

В этом и состоял гений античных математиков. При доказательстве иррациональности корня из двух они спокойно обходились без дробей. Но на основе пропорциональных отношений, пользование которыми они довели до высочайшей степени искусства.

Именно знание пропорций позволяло им проводить отменные математические исследования. Арифметическая, геометрическая, гармоническая и ещё добрый десяток пропорций – всё это выдающиеся изобретения античных учёных.

---

[1] Де Нирвакин. Студенческий роман. – http://samlib.ru/k/kleshew_d_s/romangenij.shtml.
[2] Десятичное исчисление иррациональных чисел. – http://www.exponenta.ru/educat/news/art.asp.

Они довольно быстро нашли логически строгое доказательство иррациональности числа $\sqrt{2}$ путём сведения аргументации к формальному противоречию.

Вслед за этим были открыты многие другие иррациональности.

7. Весьма необычно выглядит ситуация, когда постфактум автор [2] неожиданно даёт такие характеристики собственной работе: "сатирический опус", "потешная инверсия", "шутейный опус". – Хотя в исходном тексте [1] на это не было и намёка.

Все утверждения озвучены вполне серьёзно. Без тени сомнения.

Это подтверждается и подобной статьёй [5] на эту тему в разделе "философия" от 15.03.2011 г. – Без всяких там ироний.

Более того, появилось новое звучание решаемой задачи [2]: «смысл миниатюры "Reductio ad absurdum", действительно, состоял отнюдь не в том, чтобы убедить математиков, будто число 2 – иррациональное, а в том, чтобы показать, что из "*классического*" пифагорейского доказательства еще не следует вывод о непериодичности десятичной дроби $\sqrt{2}$». – Возможно и так. Но это следствие изначально поставленной цели о низвержении теоремы об иррациональности корня из двух.

Пифагорейское доказательство аргументирует лишь то, что оно аргументирует. И заметим, весьма успешно.

Перевод темы в область десятичных дробей нисколько не влияет на строгость данного доказательства, хотя и способен приоткрыть новые детали-нюансы этой области знаний.

Но именно теорема об иррациональности корня из двух и многих других чисел, позволяет выстраивать новые теоретические линии в нужных направлениях, освещаемых нетленным факелом древнегреческих умов!

8. *Цитата*: «Ему <Василенко> нужно приложить гораздо больше усилий для того, чтобы убедить в этом "людей мудрых и правдивых", так как **его четное $n \geq 2$** я счел даже не слабым аргументом, а просто *смехотворным* аргументом» [2]. – Убеждать нужно не нам, а Д. Клещеву–Нирвакину. Это его тема.

Мы не вели разговоров об априорной чётности.

Из приводимого неравенства $n \geq 2$ вовсе не следует чётность числа n, как в очередной раз ошибается визави. – Правильно говорят на Руси: «В чём смех, в том и грех».

То, что при доказательстве иррациональности $\sqrt{2}$ в исходном отношении $m:n$ число n не равно единице $n \neq 1$, это очевидно. Иначе отношение становится целым положительным.

Это и есть одна из существенных погрешностей визави, когда он переходит на заведомо не приемлемый случай $n = 1$.

Неравенство $n \geq 2$ как раз означает, что знаменатель является натуральным числом, не равным единице. Если $n = 1$, то и допускать о соизмеримости m и n ничего не нужно. Они и так соизмеримы[3].

Подобно тому, как фраза «Допустим, Волга течёт в Каспийское море» теряет смысл.

Здесь нужно не допускать-предполагать, а просто констатировать на уровне аксиом.

Например, так: «хорошо известно, что Волга...».

На худой конец, подойдёт менее жёсткое условие «Принято считать, что Волга...».

Весьма интересно похожий случай отражается у Евклида. Всего одним вводным словом «*Говорят*...» [6]. – Это один из показательных случаев красоты античной логики и слога.

Краткость – не только сестра, но и родоначальница таланта.

---

[3] Как отмечает Виктор Белянин «Д. Клещев не понял элементарного равенства АС/АВ$=m/n$, в котором число n означает, сколько равных частей длиной АВ/n содержится в отрезке АВ. Если отрезки АС и АВ соизмеримы, то в отрезке АС таких частей содержится m. Если АВ$=n=1$, то АС$=m$, т.е. целому числу. Отрезки в этом случае соизмеримы!!» – 11.12.2012. – http://www.a3d.ru/disput/61.

9. Нам ничего не стоит озвучить вариант доказательства иррациональности корня из двух в частном случае чётности знаменателя n.

Причём без использования дробей, которых в Древней Греции не применяли.

Допустим, что диагональ квадрата (√2) с единичной стороной выражается несократимым отношением $m:n$.

И пусть для определённости n – чётное число (в частном случае в [2] $n = 2$). Естественно, m – нечётное.

Свойства пропорций и теорема Пифагора дают $2 = m^2:n^2$ или $m^2 = 2n^2$.

Значит, m^2 – чётно и m – чётно. Что приводит к противоречию

Следовательно, согласно способу доказательства от противного исходное предположение неверно.

То есть диагональ квадрата (√2) с единичной стороной нельзя выразить в виде несократимого отношения $m:n$ с чётным n.

Аналогично можно обосновать случай нечётного значения n. В с ё !

10. *Цитата*: «Пифагорейское доказательство иррациональности √2 на протяжении веков используется вовсе не потому, что в его корректности ни у кого никогда не возникало сомнений..., а потому, что другого доказательства иррациональности √2 привести невозможно» [2]. – Весьма опрометчивое и безосновательное заявление.

Возможны и другие доказательства.

Например, в обзоре А. Щетникова [7] рассмотрены «*два главных метода*, с помощью которых математики древней Греции доказывали несоизмеримость диагонали и стороны квадрата».

Заметим, что в данном историческом контексте понятия «иррациональности и несоизмеримости» выступают практическими синонимами, ибо речь, по сути, идёт об одном и том же объекте.

Для доказательства иррациональности √2, кроме метода от противного, могут быть использованы и другие подходы: метод бесконечного спуска, а также напрямую метод индукции [8].

11. На одну из указанных нами ошибок появился такой ответ [2]: «Теперь о крайней поспешности, которая была мной допущена. Действительно, $4(t^2/4)$ нельзя записать как $2(t^2/4)/2$ – здесь я наставил лишних скобок. Поэтому строчку, где встречается это преобразование, следует читать так: Очевидно, что $4t^2/4$ можно записать как $2t^2/4/2$».

Конечно же, дело не в скобках. Они в математике как палочка-выручалочка.

Весь смысл в их грамотной и тщательной расстановке, чего как раз и не хватает визави:

$$4\cdot(t^2/4) \neq 2\cdot(t^2/4)/2, \qquad 4\cdot(t^2/4) = 2\cdot t^2/(4/2).$$

А вот записанное им выражение $2t^2/4/2$ совсем без скобок стало не менее абсурдным.

В арифметике операции умножения и деления выполняются последовательно.

То есть в записи $2t^2/4/2$ (со знаком деления в виде косой черты) величину $2t^2$ сначала делим на 4. Затем полученное частное ещё раз делим на 2.

В результате получается абракадабра: $t^2 = 4t^2/4 = 2t^2/4/2 = 2t^2/8 = t^2/4$ (**?**).

Например, $8/4/2 = 2/2 = 1$. В то же время $8/(4/2) = 8/2 = 4$.

Но даже если представить правильно: $t^2 = 4(t^2/4) = 2\cdot t^2/(4/2) = 2k$, где $k = t^2/(4/2)$, то из этого вовсе не следует, что здесь t^2 – чётное.

Правило чётности удвоенного числа справедливо лишь для целых чисел.

Самоочевидно, **из того что тройку можно представить как произведение 3 = 2·(3/2), бессмысленно и нелогично говорить о чётности числа "три".**

Это есть ещё одна (уже сбился со счёта какая) погрешность Клещева–Нирвакина.

Да и в самом тексте [2] хватает смешения смыслов:

– «понятие "*иррациональность*" как раз подразумевает рассмотрение дробей»;

– «абсурден сам метод "классического" доказательства иррациональности √2»;

– «поиск целых чисел m/n для десятичной дроби»;

– «перенос результатов Л. Брауэра из топологии в арифметику позволяет обнаружить у большого класса иррациональных чисел десятичные периоды»;

– «относительно "*классических*" доказательств иррациональности несоизмеримых отрезков» и др.

Следует особо подчеркнуть [9], что «"*понятие иррациональности*" не имеет никакого отношения к вопросу "*десятичного приближения иррациональных чисел*". "*Проблема иррациональности*" – это общая логическая проблема, которая проявляет себя в любых логических (физических и математических) объектах. Это могут быть функции, матрицы, вектора, измеряемые величины, описание физических процессов, решения уравнений и систем и т.д.»

12. В заключение напомним одну фразу из своей статьи [3]: «Действительно используя доказательство от противного, Евклид сумел доказать существование иррациональных чисел в конце X книги! Это одна из жемчужин человеческого гения в абстрактном мышлении, несмотря на чьи-либо "пыхтелки-нехотелки"».

А вот как используется последнее словосочетание в работе [2]: «какие бы "*пыхтелки-нехотелки*" не применял проф. С.Л. Василенко. А применяет он вот какие "*пыхтелки*"...».

Как видно, визави не только нарушает авторство самобытного словесного выражения.

Он ещё и непочтительно переходит на персоналии. В отличие от оригинала, где применена обезличенная форма. Включая возможность её отнесения на самого говорящего.

Есть достаточное количество и других некорректных форм-обращений, повторять которые не считаем уместным.

Приведено всё это, дабы обратить внимание на то, что общение в подобных ракурсах-тональностях не формирует необходимое и тем более достаточное условие (как в математике) для взаимного обмена информацией и не способствует читабельному изложению результатов научных исследований.

А потому:

продолжение не следует.

Да, и какой смысл? – Если от абсурда до абсурда тёрли-тёрли в ступе пудру [1, 2]...

Литература:

1. *Клещев Д.* Reductio ad absurdum // Академия Тринитаризма. – М., Эл. № 77-6567, публ.17055, 04.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161907.htm.

2. *Клещев Д.* Абсурд? Или шедевр с опечаткой? // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17100, 13.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322081.htm.

3. *Василенко С.Л.* От шедевра до абсурда один шаг // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17079, 10.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322069.htm.

4. *Стахов А.П.* Реплика по поводу публикаций... // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17060, 06.12.201. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322063.htm.

5. *Клещев Д.С.* О природе аксиоматических противоречий в математике // ПлатонаНет. Философия без границ. – 15.03.2011. – http://platonanet.org.ua/publ/stati_po_filosofii/2-2-2.

6. *Начала Евклида*. Книги I–VI: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1948. – 448 с.

7. *Щетников А.И.* Как древнегреческие математики доказывали иррациональность $\sqrt{N}:1$. – http://www.nsu.ru/classics/Alogoi.pdf.

8. *Воробей А.* О доказательствах. – 11.10.2006. – http://avva.livejournal.com/1659617.html.

9. *Что такое* «проблема иррациональности»? – 2004. – http://physics-files.narod.ru/matboard/themes/11917.html.

Приложение

«Рассмеши комика»

Новый проект на украинском
телеканале "Интер", 19.02.2011

Пусть $a = b$.
Умножим обе части равенства на a:

$$a^2 = ab.$$

Добавив к обеим частям равенства по $a^2 - 2ab$:

$$a^2 + a^2 - 2ab = ab + a^2 - 2ab.$$

Соотношение можно упростить:

$$2(a^2 - ab) = a^2 - ab.$$

Сокращая это выражение на $a^2 - ab$, <u>получаем равенство **2 = 1**</u> (!).

В чем же ошибка? – Из начального утверждения известно, что $a = b$.
Значит, деление на $a^2 - ab$ эквивалентно делению на нуль.