О.А. Черепанов

МЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЧИСЕЛ ФИДИЯ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ В РАСЧЕТАХ

Господь всемогущий не знал придуманных нами уравнений и основал вселенную на тождествах, которых не знаем мы.

О.П. Реголь-Нечаев

Конечная цель, которую всегда нужно иметь в виду, состоит в том, чтобы достичь правильной точки зрения на основания… Но чтобы добиться какого-нибудь прогресса в науках, безусловно, необходимо заниматься конкретными задачами.

К. Вейерштрасс

Факты, представленные ниже, заставляют считать, что арифметика Диофанта, родившаяся из поштучного счета и вместе с геометрией Евклида выросшая до размеров первого раздела математической науки, имеет альтернативу в виде арифметики Фидия. При этом основные положения новой системы установлены тождественными преобразованиями известных формул, а теоремы сконструированной арифметики не требуют доказательства из-за их очевидности. Найденный способ решения первых задач механики и физики представляет арифмометрию как перспективный метод вычислений, а арифмометрический расчет наномолекулы фуллерена C_{60} подтверждает особую роль чисел Фидия в науке о природе.

Часть первая

ПОСТУЛАТЫ, ЕДИНИЦЫ, ТЕРМИНЫ И ТЕОРЕМЫ БИНАРНОЙ АРИФМЕТИКИ И АРИФМЕТИКИ ФИДИЯ

Число-отклонение и контрсимметрия.

В практику вычислений давно внедрены такие понятия, как

– среднее арифметическое: $CA = \dfrac{a+b}{2}$,

– среднее пропорциональное: $CП = \sqrt{ab}$,

– среднее квадратическое: $CK = \sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$,

– среднее гармоническое: $CГ = \dfrac{2ab}{a+b}$

физических величин a и b, принимающих числовые значения в результате сравнения с эталоном. При этом в измерениях реализуется метрологическое определение: «Под числом мы понимаем… отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу.» (И. Ньютон). Но арифметику, где отношение двух чисел находят делением, и геометрию, где арифметические действия выполняют с буквами, разделяет проблема сложения двух единиц, если выражение $2 = 1 + 1$ рассматривать не как бинарную операцию, а как дихотомию, то есть деление числа 2 пополам. Ведь в таком случае элемент 2 постулирован, а единицы будут вычисляемыми.

Убедимся, что в геометрии масштаб измерения, например, длины, нельзя ввести дихотомией без допущений, противоречащих формальной логике. В самом деле, если, как это принято, отождествлять геометрический образ (точку) с арифметическим элементом (числом), то отрезок $c = 2$ вообще нельзя разделить на равные части a и b единичного размера. Докажем это.

Точку *C*, как середину дистанции $AB = c = 2$, отметим числом 1. (*Рис.* 1.) При этом допустим, что $AC = a = 1$ и $CB = b = 1$. Но если $a \subseteq [0,1]$ и $b \subseteq [1,2]$, то $[a+b] > 2$, поскольку точка-число $C = 1$ входит в сумму $AC + CB$ дважды. Напротив, если $a \subseteq [0,1)$ и $b \subseteq (1,2]$, то $[a+b] < 2$, так как отмеченная точка исключена из отрезка $c = 2$. А когда $a \subseteq [0,1]$ и $b \subseteq (1,2]$ или, наоборот, $a \subseteq [0,1)$ и $b \subseteq [1,2]$, то $a \neq b$. И кроме того, *a* и *b* не аддитивны по семантике.

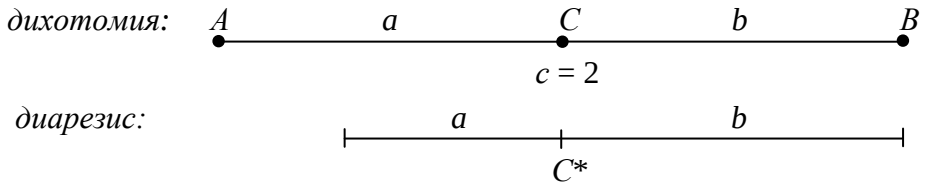


Рис. 1.

Таким образом, дихотомия отрезка $c = 2$ невозможна в принципе. А это значит, что арифметизация геометрии условна: аксиома непрерывности и отождествление точки и числа противоречивы и не позволяют установить масштаб длины, удовлетворяющий постулату $2 = 1 + 1$ диофантовой арифметики, утверждающему аддитивность долей целого. Поэтому неопределенность принадлежности точки *C* к частям *a* и *b* отрезка *c*, проигнорированная геометрией Евклида, является ее непреодолимым недостатком.

Заметим, что приведенные выше выражения *СА*, *СП*, *СК* и *СГ* содержат постулированное число 2 как в виде показателя степени (2 и ½), так и в форме множителя. На этом фоне скаляры *a* и *b* выглядят дискретными переменными. Положим, что их величины не отрицательны, а значения не превышают 2 и зафиксируем это отношением порядка $0 < a \leq b < 2$, не исключающим равенства $a = b = 1$, невозможного в геометрии. Пусть в общем случае $a + b = 2$. Тогда слагаемые *a* и *b* будут ограничены значениями $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$, контрсимметричными относительно единицы как половины числа 2.

Итак, постановлено, что $a \in [1,0)$ и $b \in [1,2)$, а число-отклонение $\delta \in [0,1)$ равняется $\frac{b-a}{2}$ при том, что $\frac{a+b}{2} = 1$, где единица является не только половиной постулированного числа 2, но и средним арифметическим (*СА*) контрсимметричных скаляров $a < 1$ и $b > 1$.

Подставляя $1 - \delta$ и $1 + \delta$ вместо *a* и *b* в цифро-буквенные выражения *СА*, *СП*, *СК* и *СГ*, получим измененные контрсимметрией, то есть модифицированные значения

– среднего арифметического: $САМ = 1$,

– среднего пропорционального: $СПМ = \sqrt{1^2 - \delta^2}$,

– среднего квадратического: $СКМ = \sqrt{1^2 + \delta^2}$,

– среднего гармонического: $СГМ = 1^2 - \delta^2$,

включающие квадроединицу 1^2 (как произведение двух единиц первой степени) и содержащие параметр δ в квадрате. При этом величина *СПМ* в степени 2 равна *СГМ*, а квадраты *СПМ* и *СКМ* контрсимметричны относительно 1^2 и при сложении удовлетворяют дихотомии $2^* = 1^2 + 1^2$ особого числа 2*, отличающегося от ранее постулированного скаляра $2 = 1^1 + 1^1$ квадратичным характером своих половин.

Число-отношение и конверсия.

В формулы *САМ*, *СПМ*, *СКМ* и *СГМ*, содержащие единицы 1^1, 1^2 и число-отклонение $\delta \in (0,1)$ как показатель контрсимметрии величин $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$ относительно их полусуммы, введем число-отношение $z = \frac{a}{b}$ и тождественными преобразованиями

САМ: $\frac{a+b}{2} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{2}{b} \Rightarrow z = \frac{2}{1+\delta} - 1 = \frac{1-\delta}{1+\delta}$,

СПМ: $ab = 1^2 - \delta^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{a}{b} = \dfrac{1^2 - \delta^2}{b^2} \;\Rightarrow\; z = \dfrac{1-\delta}{1+\delta}$,

СКМ: $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}} = \sqrt{1^2+\delta^2} \;\Rightarrow\; \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 + 1^2 = \dfrac{2(1^2+\delta^2)}{b^2} \;\Rightarrow\; z^2 = \dfrac{2(1^2+\delta^2)}{(1+\delta)^2} - 1^2 = \left(\dfrac{1-\delta}{1+\delta}\right)^2$,

СГМ: $\dfrac{2ab}{a+b} = 1^2 - \delta^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{2(a/b)}{(a/b^2)+(1/b)} = \dfrac{2zb}{z+1} = 1^2 - \delta^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{2z}{z+1} = 1-\delta \;\Rightarrow\; 2 = (z^{-1}+1)(1-\delta)$

получим существенно значимые следствия контрсимметрии чисел *a* и *b*, а именно:

1) дробно-линейную взаимозависимость числа-отношения $z = \dfrac{1-\delta}{1+\delta} \in (1{,}0)$ и числа-отклонения $\delta \in (0{,}1)$, предполагающую их конверсию $\dfrac{1-\delta}{1+\delta} = z \Leftrightarrow \delta = \dfrac{1-z}{1+z}$, то есть – обмен местами, и

2) мультипликативные представления $2^* = (1+z^{-1})(1-\delta)$ и $2' = (1+z)(1+\delta)$ скаляра 2, дополняющие его аддитивную форму $2 = a+b$, из которых следует $2^* - 1 = a$ и $2' - 1 = b$.

Как видно, первые сомножители $1+z^{-1}$ и $1+z$ особых чисел 2^* и $2'$ выражают сумму $a+b$ в долях *a* и *b* соответственно, тогда как сомножители $1-\delta = a$ и $1+\delta = b$, где $1 = \dfrac{a+b}{2}$ – это виртуальный масштаб сравнения физических величин *a* и *b*, каждую из которых можно принять за единицу, преумножая их число сверх достаточного.

Выбор среднего арифметического измеренных значений *a* и *b* единицей обозначим как *принцип виртуального масштаба*. С его помощью выше установлены бинарные связи, демонстрирующие семантическую двойственность скаляров δ, *a*, *b* и *z*, как будто бы равно-одинаковых и по отношению к 1 и по отношению к 1^2. А поскольку единичные морфизмы 1^1 и 1^2 формально отличаются вдвое (*см. ниже*), то набор 1^1, δ, *a*, *b*, *z*, $2'$ из шести чисел не эквивалентен набору 1^2, δ, *a*, *b*, *z*, 2^*. То есть, единицы и двойки бинарной арифметики различаются не абсолютно, а операционно и, значит, могут быть искомыми характеристиками того или иного физического процесса, например, связанного с движением.

Итак, в дважды модифицированных формулах *САМ*, *СПМ*, *СКМ* и *СГМ* (*см. выше*) кроме числа-отклонения $\delta \in (0{,}1)$ выделено число-отношение $z \in (1{,}0)$ и обнаружена квадроединица 1^2. Покажем, что разностепенные единицы 1^1 и 1^2 как половины постулированных двоек $2'$ и 2^*, возникают также при делении отрезка в крайнем и среднем отношении, возможного лишь с точностью до принадлежности точки деления к его частям и неоднозначного по масштабу длины.

Числа Фидия и единица.

Как известно, «золотое» сечение предполагает, что на отрезке *c* есть точка *C** (*см. рис.* 1), условно делящая его на части *a* и *b*, такие, что $\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{c}$. И если $c = a+b$, то отсюда $a^2 + ab = b^2$. Рассматривая это тождество как уравнение с неизвестным *a* и принимая $b = 1$, из $a^2 + a \cdot 1 = 1^2$ получим $a_1 = \varphi$ и $a_2 = -\Phi$, где $\varphi = 0.618...$ и $\Phi = 1.618...$ – так называемые числа Фидия. Напротив, при $a = 1$ из $1^2 + 1 \cdot b = b^2$ выходит $b_1 = \Phi$ и $b_2 = -\varphi$.

А теперь воспользуемся контрсимметричными значениями $1-\delta$ и $1+\delta$ скаляров *a* и *b*, удовлетворяющими ограничению $0 < a \le b < 2$. Тогда из $a^2 + ab = b^2$ следует $\delta^2 + 4\delta - 1^2 = 0$, где $\delta_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5} = -2 \pm (2+\varphi^3)$. То есть, $\delta_1 = \varphi^3$ и $\delta_2 = -\Phi^3$. При этом формулы *СПМ*, *СКМ* и *СГМ* предполагают существование пары чисел $1^2 - \delta^2$ и $1^2 + \delta^2$, контрсимметричных относительно квадроединицы 1^2, подстановка которых в $a^2 + ab = b^2$ дает $\delta^4 + 4\delta^2 - 1^4 = 0$ или $x^2 + 4x - (1^2)^2 = 0$, откуда $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5} = -2 \pm (2+\varphi^3)$, где $x_1 = \varphi^3$ и $x_2 = -\Phi^3$.

Как видно, $x_1 = \delta_1$ и $x_2 = \delta_2$. А поскольку $x = \delta^2$, то выходит, что корни δ_1 и δ_2 как бы равнозначны (идемпотентны [1]) своим квадратам. Но это не означает равенства единиц 1^1 и 1^2, принятого в диофантовой арифметике.

Сингулярная единица и бифуркация.

К дихотомическим определениям $2' = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^2 + 1^2$ разностепенных единиц добавим еще два – мультипликативное $1 = \varphi \cdot \Phi$ и аддитивное $1 = \Phi - \varphi$. А затем примем скаляры φ и Φ основанием арифметической системы, в которой единица также является вычисляемой. При этом недиофантову арифметику с двумя единицами назовем фидиевой из-за предпринятой аксиоматизации скаляров Фидия – «большого» $\Phi = 1.618...$ и «малого» $\varphi = 0.618...$

Выше показано, что иррациональные скаляры φ и Φ являются корнями уравнений, получаемых из $a^2 + ab = b^2$ при условиях $a = 1$ или $b = 1$. Причем фидиевы подстановки $a_1 = \varphi$, $a_2 = -\Phi$ и $b_1 = \Phi$, $b_2 = -\varphi$ в уравнения $a^2 + a \cdot 1 = 1^2$ и $1^2 + 1 \cdot b = b^2$ имеют разные знаки, тогда как выражение $\delta^2 + 4\delta - 1^2 = 0$, вытекающее из $a^2 + ab = b^2$ при $a = 1 - \delta$ и $b = 1 + \delta$, становится тождеством, если $\delta_1 = \varphi^3$ и $\delta_2 = -\Phi^3 = -\varphi^{-3}$, где корни δ_1 и δ_2 отличаются не только знаком, но и знаком показателя степени. А поскольку в бинарной арифметике, основанной на *принципе виртуального масштаба* (*см. выше*) нет нуля и нет отрицательных чисел, то «плюс» и «минус» означают аддитивность однородных величин, а их смена у показателя степени предполагает инверсию основания. Например, в тождестве $\Phi^3 - \varphi^3 = 2^2$, эквивалентном $\varphi^{-3} - \varphi^3 = 2^2$, все члены положительны, а Φ^3 и φ^3 взаимно обратны, то есть инверсивны.

Пусть парные числа φ и Φ служат началом геометрической прогрессии, члены которой при $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$ образуют не содержащий единицы ряд $\{\varphi^n\}$ с иррациональным основанием, где соседние элементы при натуральном $n = \mathrm{N} = 1, 2, 3, ...$ не только связаны мультипликативно ($\varphi^{\mathrm{N}} \cdot \varphi = \varphi^{\mathrm{N}+1}$), но и сопряжены аддитивно рекурсией вида $\varphi^{\mathrm{N}} = \varphi^{\mathrm{N}+1} + \varphi^{\mathrm{N}+2}$. И хотя аддитивно-мультипликативные устройство множества $\{\varphi^n\}$ распространяется на отрицательные степени «малого» основания φ, их равенство «большому» числу Φ под тем же, но положительным показателем позволяет обходиться в конструируемой арифметике немногими натуральными значениями *n*, исполняющими две роли – показателя степени и номера элемента последовательностей $\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3, \ldots$ и $\Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \ldots$, начинающихся с фидиевых скаляров φ и Φ в первой степени. При этом существуют парные последовательности с взаимно обратными членами, начинающиеся дихотомиями единицы и двойки.

Известно, что положительные решения $\mathrm{X_N}$ уравнения А) $x + x^{\mathrm{N}} = 1$ образуют ряд $\mathrm{X}_1 = d = 0.5$, $\mathrm{X}_2 = \varphi = 0.618...$, $\mathrm{X}_3 = e = 0.682...$, $\mathrm{X}_4 = f = 0.725...$, …, $\mathrm{X_N} = 0.999...$, …, сходящийся к единице, тогда как первые корни $\mathrm{Y_{N-1}}$ уравнения Б) $y - y^{1-\mathrm{N}} = 1$, такие, что $\mathrm{Y_{N-1}} = \mathrm{X_N^{-1}}$, при $\mathrm{N} \to \infty$ стремятся к единице сверху. А это значит, что $\mathrm{X_N} \cdot \mathrm{Y_{N-1}} \to 1^2$.

Бинарные представления единицы А′) $1^1 = \mathrm{X_N} + \mathrm{X_N^N}$ и Б′) $1^1 = \mathrm{Y_{N-1}} - \mathrm{Y_{N-1}^{1-N}}$ перемножим и учитывая, что $\mathrm{X_N} \cdot \mathrm{Y_{N-1}} = 1$, получим структуру $\mathrm{X_N^{N-1}} - \mathrm{X_N^N} = \mathrm{X_N^{2N-1}}$, обобщающую ряды $\{\mathrm{X_N}\}$ и $\{\mathrm{Y_{N-1}}\}$ с взаимно обратными элементами. Убедимся, что данная структура отражает мультипликативный строй последовательности $d = 0.5$, $\varphi = 0.618...$, $e = 0.682...$, $f = 0.725...$ и т. д.

Ясно, что аддитивное обобщение $\mathrm{X_N^{N-1}} - \mathrm{X_N^N} = \mathrm{X_N^{2N-1}}$ числового ряда *d*, φ, *e*, *f* и т. д. распадается на последовательность бинарных форм, представленных в столбце таблицы 1. При этом видно, что разность членов слева от знака равенства равна их произведению. А так как показатели степени данных членов складываются в показатель степени члена справа, то мультипликативное устройство рассматриваемой последовательности отражает числовая форма $\mathrm{X_N^{N-1}} \cdot \mathrm{X_N^N} = \mathrm{X_N^{2N-1}}$ с дискретными значениями $\mathrm{X_N}$, зависящими от номера $\mathrm{N} = 1, 2, 3, ...$

Таблица 1

				$d^0 - d^1 = d^1$		
. . .	$\varphi^{-2} = \varphi^{-1} + \varphi^0$	$\varphi^{-1} = \varphi^0 + \varphi^1$	$\varphi^0 = \varphi^1 + \varphi^2$	$\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$	$\varphi^2 = \varphi^3 + \varphi^4$	. . .
	$\Phi^2 = \Phi + 1^*$	$\Phi = 1' + \varphi$	$1^0 = \varphi^1 + \varphi^2$	$e^2 - e^3 = e^5$		
				$f^3 - f^4 = f^7$		
				. . . . .		

Заметим, что в тождестве $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ показатели степени не только рекурсивны ($1+2=3$), но и последовательны как первые три члена натурального ряда. А допуская нулевое и отрицательные значения целых степеней «малого» Фидия φ, получим уходящий влево ряд тождеств, где первые три содержат единицы 1^0, $1'$ и 1^* и получаются из элемента $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ нормировками по φ^1, φ^2 и φ^3 соответственно. Однако индексированные единицы не принадлежат к фидиевой арифметике, так как нарушают аддитивно-мультипликативное устройство множества $\{\varphi^n\}$. Более того, в конструируемой арифметике единицы 1^1 и 1^2 получаются дихотомиями $2' = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^2 + 1^2$, предполагающими их формальное неравенство.

Вернемся к форме (А′) (*см. выше*), а сопряженное с ней выражение (Б′) приведем к виду Б″) $1^1 = Y_N^N - Y_N^{N-1}$. Перемножая (А′) и (Б″), получим $X_N = Y_N^{N-1} - Y_N^{N-2} = Y_N^{-1}$ и заметим, что $X_N \cdot Y_N = 1$, где $N = 1, 2, 3, \ldots$ А поскольку $X_N \to 1^1$ снизу и $Y_N \to 1^1$ сверху, то $X_N \cdot Y_N \to 1^2$ при $N \to \infty$. Но когда $N = \infty$, то (А′) принимает вид $2 \cdot 1^1 = 1^1 + 1^2$, если допустить бифуркацию $X_\infty^\infty \Rightarrow 1^2$ и сингулярное удвоение единицы 1^1 слева. При этом тождество (Б″) в виде $1^1 = (1^1)^\infty - (1^1)^{\infty-1}$, отвечающем $N = \infty$, требует сингулярного удвоения члена $(1^1)^\infty$.

Как видно, несоответствие аддитивных форм (А′) и (Б″) мультипликативному свойству $X_\infty \cdot Y_\infty = 1^2$ взаимно обратных чисел X_N и Y_N в пределе обязывает ввести в оборот квадроединицу $1^2 = 2 \cdot 1^1$ и принять дихотомию $2^* = 1^2 + 1^2$ в качестве начала некоторой последовательности бинарных выражений из чисел, чем-то отличающихся от действительных. И такие числа находятся секстетными решениями ряда задач механики и физики [2-4], хотя морфизмы 1^1 и 1^2, формально отличающиеся вдвое, изначально принадлежат недиофантовой арифметике Фидия.

Рекурсия, конверсия и контрсимметрия.

Вспомним, что рекурсия, как бинарная операция, аддитивная по форме, генерирует целочисленные последовательности Фибоначчи (1, 1, 2, …. F_N, …) и Люка (1, 3, 4, …, L_N, …), элементы которых имеют общую нумерацию и связаны перекрестной рекурсией: $L_N = F_{N-1} + F_{N+1}$, тогда как $F_N = F_{N+1} - F_{N-1}$.

Введем число-отношение $Z_N = \dfrac{F_N}{L_N} = \dfrac{1 - F_{N-1}/F_{N+1}}{1 + F_{N-1}/F_{N+1}}$, которое является дискретной функцией $\dfrac{1-\Delta_N}{1+\Delta_N}$ от дробного аргумента $\Delta_N = \dfrac{F_{N-1}}{F_{N+1}}$, такого, что $\Delta_N = \dfrac{1-Z_N}{1+Z_N}$. Выше взаимозаменяемость $\dfrac{1-\Delta_N}{1+\Delta_N} = Z_N \Leftrightarrow \Delta_N = \dfrac{1-Z_N}{1+Z_N}$ чисел $Z_N \in [1,0)$ и $\Delta_N \in [0,1)$ в рациональной дроби $\dfrac{f_N}{l_N}$ с числителем $f_N = 1 - \Delta_N$ и знаменателем $l_N = 1 + \Delta_N$, контрсимметричными относительно диофантовой единицы, названа конверсией и сокращенно обозначена как $> Z_N \Leftrightarrow \Delta_N <$.

Давно известно, что $\lim\limits_{N\to\infty} \dfrac{F_N}{F_{N+1}} = \lim\limits_{N\to\infty} \dfrac{L_N}{L_{N+1}} = \varphi$, а $\lim\limits_{N\to\infty} \dfrac{F_{N-1}}{F_{N+1}} = \varphi^2$ и $\lim\limits_{N\to\infty} \dfrac{F_N}{L_N} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$, где $\sqrt{5} = \varphi + \Phi = \Phi^2 - \varphi^2 = 2 + \varphi^3$. Кроме того, известны формулы Бине $F_N = \dfrac{1}{\sqrt{5}}[\Phi^N - (-1)^k \varphi^N]$ и $L_N = \Phi^N + (-1)^k \varphi^N$, где $k = 1$ при нечетных N и $k = 2$ при четных. Отсюда следует, что число-отношение Z_N, умноженное на $\sqrt{5}$, равняется дроби $\dfrac{\Phi^N - (-1)^k \varphi^N}{\Phi^N + (-1)^k \varphi^N} = \dfrac{1 - (-1)^k \varphi^{2N}}{1 + (-1)^k \varphi^{2N}}$ с числителем и знаменателем, контрсимметричными относительно некоторой единицы. При этом знакопеременные числа-отклонения $\lambda_N = (-1)^k \varphi^{2N}$ и иррациональные скаляры $\Lambda_N = \dfrac{F_N}{L_N}\sqrt{5}$ связаны конверсией $\dfrac{1-\Lambda_N}{1+\Lambda_N} = \lambda_N \Leftrightarrow \Lambda_N = \dfrac{1-\lambda_N}{1+\lambda_N}$.

Очевидно, что при перемене знака числа-отклонения λ_N контрсимметричные скаляры $\psi_N = 1-\lambda_N$ и $\Psi_N = 1+\lambda_N$, такие, что $\frac{\psi_N}{\Psi_N} = \Lambda_N$, обмениваются позициями относительно единицы и при $N \to \infty$ скачкообразно приближаются к ней с соблюдением тождества $\psi_N + \Psi_N = 2$. При этом число 2 выражается мультипликативно произведением $(1+\lambda_N)(1+\Lambda_N) = 2$, а единица представляется аддитивно как $1 = \psi_N + \lambda_N = \Psi_N - \lambda_N$. И возвращаясь к конверсии $> Z_N \Leftrightarrow \Delta_N <$ и контрсимметрии $f_N = 1-\Delta_N$ и $l_N = 1+\Delta_N$ четырех рациональных дробей как отношений целых членов множеств $\{F_N\}$ и $\{L_N\}$ отметим, что $f_N + l_N = 2$ и $(1+\Delta_N)(1+Z_N) = 2$.

Таким образом, оказывается, что ряды $\{F_N\}$, $\{L_N\}$ и $\{\varphi^n\}$ перекрестно структурированы. При этом объединяющие их структурные элементы выглядят наборами ♦ $1 \backslash \Delta_N \backslash f_N \backslash l_N \backslash Z_N \backslash 2$ ♦ и ◊ $1 \backslash \lambda_N \backslash \psi_N \backslash \Psi_N \backslash \Lambda_N \backslash 2$ ◊ из шести взаимосвязанных чисел каждый и отличаются содержанием операционных связей: у членов секстета \◊\ они несколько иные, чем у секстета \♦\. Но общими качествами математических объектов \♦\ и \◊\ являются контрсимметрия и конверсия, а общими элементами кажутся целые числа 1 и 2.

Функциональные секстеты и непрерывность.

Итак, условие порядка $0 < a \le b < 2$ и требование аддитивности $a + b = 2$ предполагают, что вещественные (или действительные) слагаемые a и b одинаковы ($a = b = 1$) или контрсимметричны ($a = 1-\delta$ и $b = 1+\delta$) относительно единицы как половины числа 2.

Определение. *Функциональный секстет* – это шесть неотрицательных скаляров 1, δ, *a*, *b*, χ и 2, связанных математически:

а) бинарными операциями $a + \delta = b - \delta = 1$ и $a + b = (1+\delta)(1+\chi) = 2$ относительно целых 1 и 2;

б) порядком $a < b$ и отношением $\frac{a}{b} = \chi < 1$ дробных элементов – малого $a < 1$ и большого $b > 1$;

в) их контрсимметрией $a = 1-\delta$ и $b = 1+\delta$, т. е. равным, но противоположным по знаку отстоянием от единицы;

г) конверсией $\frac{1-\delta}{1+\delta} = \chi \Leftrightarrow \delta = \frac{1-\chi}{1+\chi}$ или взаимозаменяемостью числа-отношения $\chi = \frac{a}{b}$ и числа-отклонения $\delta = \frac{b-a}{2}$ в конвертируемой дроби с контрсимметрией числителя и знаменателя.

Заметим, что конверсия выглядит пятой арифметической операцией после действий сложения, вычитания, умножения и деления, привычно осуществляемых с действительными числами 1, δ, *a*, *b*, χ и 2 арифметики Диофанта.

Структурные связи (*а*), (*б*), (*в*) и (*г*) шести членов *функционального секстета* $\circ 1 \backslash \delta \backslash a \backslash b \backslash \chi \backslash 2 \circ$ проиллюстрируем графически. (*Рис*. 2.)

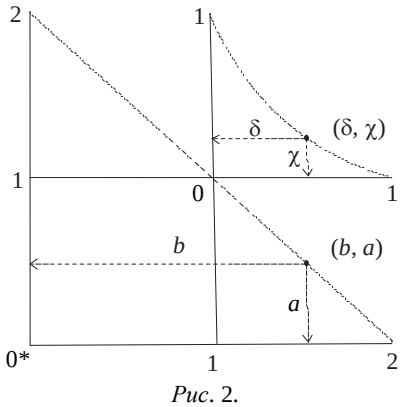


Рис. 2.

По определению дробно-линейной функции $\chi = \frac{1-\delta}{1+\delta}$ с аргументом $0 < \delta < 1$ точка (δ,χ) принадлежит симметричной дуге равнобочной гиперболы между пунктами (0,1) и (1,0) декартовых осей с началом 0. И этим обусловлены прямая конверсия (*г*) и бинарная операция $(1+\chi)(1+\delta) = 2$ по (*а*). А совпадение проекций точек (δ,χ) и (*b*,*a*) на отрезок 0*2 горизонтальной оси декартовой системы с началом 0* обеспечивает контрсимметрию (*в*) координат $a = 1-\delta$ и $b = 1+\delta$ точки (*b*,*a*) и их бинарную связь $a + b = 2$ по (*а*). При этом $\delta \in (0,1)$, $a \in (1,0)$, $b \in (1,2)$ и $\chi \in (1,0)$ по условиям (*а*), (*б*), (*в*) и (*г*), определяющим *функциональный секстет* $\circ 1 \backslash \delta \backslash a \backslash b \backslash \chi \backslash 2 \circ$ общего вида из действительных чисел, слитых в континуум геометрической аксиомой непрерывности. Но выше в устройстве рекурсивных рядов Фибоначчи и Люка, члены которых связаны с системообразующими числами Фидия φ и Ф формулами Бине, выявлены

гармонические секстеты $\blacklozenge 1\backslash \Delta_N \backslash f_N \backslash l_N \backslash Z_N \backslash 2 \blacklozenge$ и $\lozenge 1\backslash \lambda_N \backslash \psi_N \backslash \Psi_N \backslash \Lambda_N \backslash 2 \lozenge$ из скаляров, выделяющихся из континуума действительных чисел своими связями с так называемой «золотой пропорцией». А эти и подобные им *совершенные секстеты* (они представлены ниже) встроены в «золотую арифметику», по сути недиофантову из-за наличия в ней двух единиц, формально отличающихся в два раза. Данные единицы ниже интерпретированы геометрически как площади с отношением 1:2. При этом конверсионные связи $>\Delta_N \Leftrightarrow Z_N<$ и $>\lambda_N \Leftrightarrow \Lambda_N<$ между числами-отклонениями и числами-отношениями *гармонических секстетов* \♦\ и \◊\ иллюстрируются графически как распределения I и II точек (Δ_N, Z_N) и (λ_N, Λ_N), по разному сходящихся к пунктам $T(5^{-0.5},\varphi^2)$ и $S(1,0)$ симметричной дуги равнобочной гиперболы. (*Рис*. 3 *и* 4.)

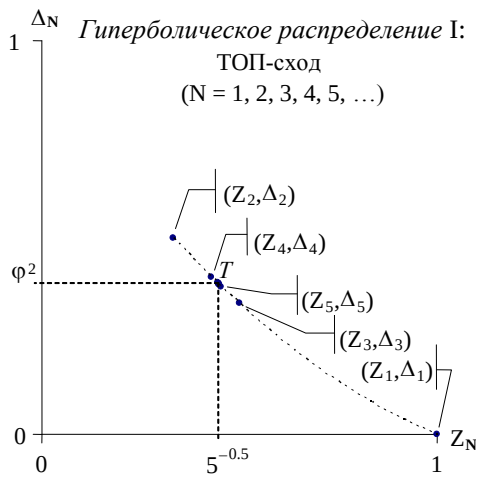


Рис. 3.

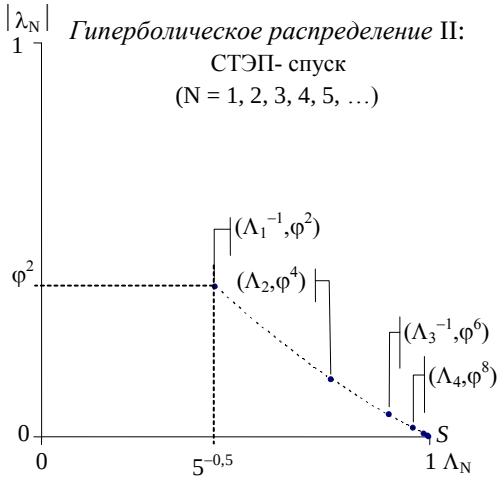


Рис. 4.

Таким образом, контрсимметричные члены *a* и *b* *функционального секстета* \∘\ как двумерные точки принадлежат отрезку прямой, а его элементы δ и χ представлены бинарными точками кривой, отображающей конверсию дугой гиперболы (*см. рис.* 2). Напротив, конверсивные элементы *гармонических секстетов* \♦\ и \◊\ представляются двумерными точками, положения которых на дуге той же гиперболы зависят от индекса $N = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$ и подчиняются ТОП-сходу к пункту *T* и СТЭП-спуску к пункту *S* соответственно (*см. рис.* 3 и 4).

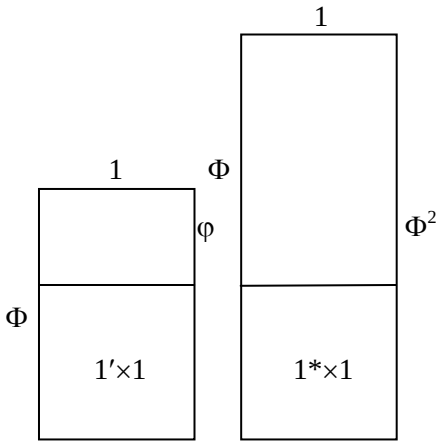
Двойственность одиозного скаляра $\sqrt{5}$.

Отсутствие нулевых степеней чисел-оснований φ и Φ в бинарной арифметике Фидия порождает проблему выбора ее единицы. Тем более, что выбор есть: $1 = \varphi \cdot \Phi$, $1 = \Phi - \varphi$, $1 = \Phi^2 - \Phi$, $1 = \Phi^3 - 2\Phi$, $1 = \varphi + \varphi^2$, $1 = 2\varphi - \varphi^3$ и $1 = 2\varphi^2 + \varphi^3$. При этом выше отмечено, что нормировка триплета $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ (*см. таблицу* 1) каким-либо из его членов дает одну из трех единиц ($1^* = \Phi^2 - \Phi$, $1' = \Phi - \varphi$ и $1^0 = \varphi + \varphi^2$) того же ряда, отличающихся не только символикой.

Понимая морфизм 1^0, получаемый делением «бриллиантового ключа» $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ на φ^1, как площадь квадрата 1×1, будем считать последнюю суммой прямоугольников $\varphi \times 1$ и $\varphi^2 \times 1$.

Затем равенство $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ разделим на φ^2, а нормированную единицу $1' = \Phi - \varphi$ умножим на 1. Тогда произведение $1' \times 1 = (\Phi \times 1) - (\varphi \times 1)$ приобретает смысл единичного квадрата, вычитание которого из прямоугольника $\Phi \times 1$ дает прямоугольник площадью $\varphi \times 1$, подобный фигуре $\Phi \times 1$. (*Рис*. 5.) И, наконец, пронормируем «бриллиантовый ключ» $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ по φ^3, а единицу $1^* = \Phi^2 - \Phi$ также умножим на 1. Тогда вычитание единичного квадрата $1^* \times 1$ из площади $\Phi^2 \times 1$ оставит от нее площадь $\Phi \times 1$. И выходит, что площади φ и Φ^2 одинаково (на -1 и на $+1$ соответственно) отличаются от площади Φ, то есть контрсимметричны относительно нее. При этом выделяются две единицы: положительная $[+1] = \Phi^2 - \Phi$ и отрицательная $[-1] = \Phi - \varphi$.

Ясно, что контрсимметричные числа φ и Φ^2 входят в структуру $\bullet 1 \backslash \Phi \backslash -\varphi \backslash \Phi^2 \backslash -\varphi^3 \backslash 2 \bullet$, отвечающую условиям (*а*), (*б*), (*в*) и (*г*), определяющим *функциональный секстет* обычной арифметики. И структуре $\backslash \bullet \backslash$ (назовем ее *совершенным секстетом*) свойственны аналогичные связи $2 = \Phi^2 - \varphi = (1-\varphi^3)(1+\Phi)$ и $\frac{1-(-\varphi^3)}{1+(-\varphi^3)} = \Phi \Leftrightarrow -\varphi^3 = \frac{1-\Phi}{1+\Phi}$ между постулированными числами Фидия и целыми 1 и 2. То есть, *совершенный секстет* $\backslash \bullet \backslash$ объединяет лишь те числа, что принадлежат системе Фидия.



$1' = \Phi - \varphi$ $\quad$ $1^* = \Phi^2 - \Phi$

контрсимметрия

$\varphi + [-1] = \Phi^2 - [+1] = \Phi$

Рис. 5.

А теперь «бриллиантовым ключом» откроем еще одну контрсимметрию в ограниченной выборке чисел ряда $\{\varphi^n\}$. Но сначала рассмотрим диаграмму, показывающую аддитивные («плюс» и «минус») связи взаимно обратных скаляров φ и Φ в степенях 1, 2 и 3. (*Рис*. 6.)

Заметим, что попарные сочетания «остепененных» чисел Фидия в ряде случаев дают результат, содержащий скаляр $\sqrt{5}$, одиозность которого в «золотой арифметике» можно преодолеть, зная, что $\sqrt{5} = \varphi + \Phi = \Phi^2 - \varphi^2 = 2 + \varphi^3$. То есть, сам по себе иррациональный член $\sqrt{5}$ не интересен, но важны его представления суммой чисел φ и Φ и разностью их квадратов. И, что важно, дробная часть числа $5^{0,5}$ равняется φ^3, поскольку $\sqrt{5} - 2 = 0{,}236...$

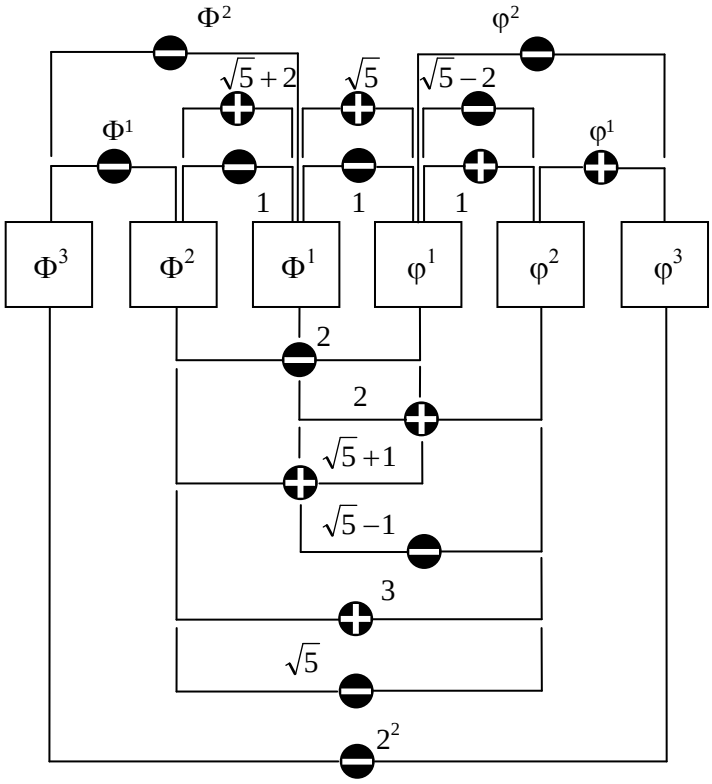


Рис. 6.

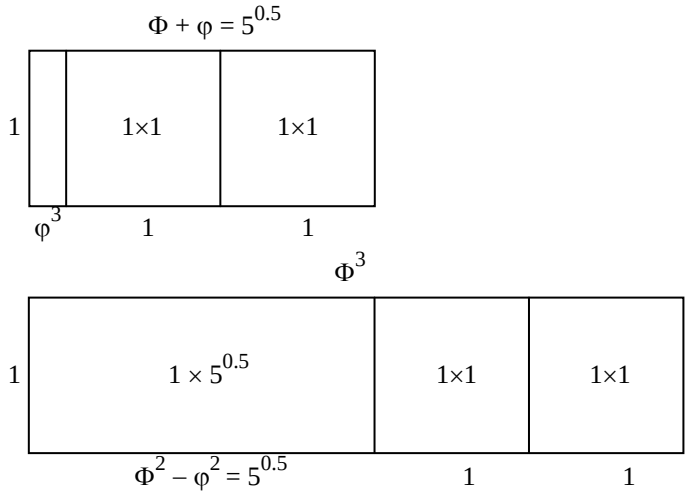
Пусть переобозначение скаляра $\sqrt{5} = 2 + \varphi^3$ в $5^{0,5}$ выражает тот факт, что корень квадратный из пяти в бинарной арифметике Фидия не играет самостоятельной роли. То есть, это скорее символ, выражающий двойственность числа $5^{0,5}$, поскольку его значение $\varphi + \Phi$ есть скаляр первой степени, тогда как равная ему величина $\Phi^2 - \varphi^2$ квадратична, что дает повод вспомнить о единице 1^1 и о квадроединице 1^2, определенной выше как сингулярность.

Левую и правую части тождества $\varphi^1 - \varphi^2 = \varphi^3$ увеличим на 2 и получим $\varphi^3 = 5^{0,5} - 2$. Затем к равным частям «бриллиантового ключа» прибавим по 2^2, после чего будем иметь $\Phi^3 = 5^{0,5} + 2$.

Ясно, что двойки [–2] и [+2] выражают отклонения чисел φ^3 и Φ^3, таких, что $\Phi^3 - \varphi^3 = 2^2$, от числа $5^{0.5} = \varphi + \Phi = \Phi^2 - \varphi^2$. При этом взаимно обратные скаляры φ^3 и Φ^3, как и скаляры 2 и $5^{0.5}$, имеют смысл площади. (*Рис*. 7.)

Совершенные секстеты с числом $5^{0.5}$.

Итак, тождества $[-1] = \Phi - \varphi$ и $[+1] = \Phi^2 - \Phi$ с контрсимметрией чисел φ и Φ^2 относительно «большого Фидия» Φ получаются нормировкой равенства $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ по φ^2 и по φ^3 соответственно. А выражения $[-2] = \varphi^3 - (\Phi^2 - \varphi^2)$ и $[+2] = \Phi^3 - (\varphi + \Phi)$ сводятся к $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$ подстановками $2 + \varphi$ вместо Φ^2 и $4 + \varphi^3$ вместо Φ^3.



контрсимметрия

$$\varphi^3 + [-2] = \Phi^3 - [+2] = \Phi + \varphi = \Phi^2 - \varphi^2$$

Рис. 7.

Таким образом, первые три степени Фидиевых скаляров φ и Φ образуют твердое ядро «золотой арифметики» с основанием в виде «бриллиантового ключа» $\varphi^1 = \varphi^2 + \varphi^3$. А так как $\varphi^3 = 1 - 2\varphi^2$ и $\varphi^3 = 2\varphi - 1$, откуда $\varphi^2 = \dfrac{1-\varphi^3}{2}$ и $\varphi = \dfrac{1+\varphi^3}{2}$, то $\varphi = \dfrac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$, где φ и φ^3 связаны прямой конверсией $\dfrac{1-\varphi}{1+\varphi} = \varphi^3 \Leftrightarrow \varphi = \dfrac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$. Кроме того, $2 = (1+\varphi)(1+\varphi^3) = (\Phi+1)(1-\varphi^3)$ и $2 = (\dfrac{5^{0.5}}{2} + 1)(1 - \varphi^6)$. И еще $\varphi^3 = 5^{0.5} - 2$ и $\varphi^{-3} = \Phi^3 = 5^{0.5} + 2$, что выше интерпретировано геометрически (*см. рис*. 7).

Уникальные связи первых трех степеней чисел Фидия обозначим понятием *совершенного секстета*, как частного случая *функционального секстета* $\circ 1 \backslash \delta \backslash a \backslash b \backslash \chi \backslash 2 \circ$, дробные члены δ, *a*, *b* и χ которого принимают значения элементов «золотой арифметики».

Выше (*см. рис.* 6) найден секстет $\bullet 1 \backslash \Phi \backslash -\varphi \backslash \Phi^2 \backslash -\varphi^3 \backslash 2 \bullet$ из чисел Фидия в степенях 1, 2 и 3, содержащий прямую конверсию $\dfrac{1-\varphi}{1+\varphi} = \varphi^3 \Leftrightarrow \varphi = \dfrac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$. При этом выявлена контрсимметрия чисел φ^3 и Φ^3 (*см. рис.* 7), предполагающая конверсию $\dfrac{2-5^{0,5}}{2+5^{0,5}} = -(-\varphi^3)^2 \Leftrightarrow \dfrac{5^{0,5}}{2} = \dfrac{1+(-\varphi^3)^2}{1-(-\varphi^3)^2}$

членов $-\varphi^6$ и $\frac{5^{0,5}}{2}$ секстета $\lhd 2 \backslash 5^{0,5} \backslash -\varphi^3 \backslash \Phi^3 \backslash -\varphi^6 \backslash 2^2 \rhd$ с удвоенными целыми 1 и 2. Другие примеры контрсимметрии и конверсии Фидиевых скаляров в степенях 1, 2, 3, …, важные для бинарной арифметики, сведены в таблицу 2.

Таблица 2

степень	*контрсимметрия относительно* $\sqrt{5}$	*конверсия*
первая *вторая*	$\sqrt{5}+0=\varphi^1+\Phi^1=2+\varphi^3$ $\sqrt{5}-0=\Phi^2-\varphi^2=2+\varphi^3$	*прямая*: $\frac{1-\varphi^1}{1+\varphi^1}=\varphi^3 \Leftrightarrow \varphi^1=\frac{1-\varphi^3}{1+\varphi^3}$
N = 1	$\sqrt{5}+1=\Phi^2+\varphi^1=2\Phi^1=3+\varphi^3$ $\sqrt{5}-1=\Phi^1-\varphi^2=2\varphi^1=1+\varphi^3$	$\frac{1+\varphi^2}{1-\varphi^2}=\sqrt{5} \Leftrightarrow -\ \varphi^2=\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}=-\frac{1+\varphi^3}{1-\Phi^3}$
N = 2	$\sqrt{5}+3=2\Phi^2=5+\varphi^3$ $\sqrt{5}-3=-2\varphi^2=-2\varphi^1+2\varphi^3$	$\frac{1-\varphi^4}{1+\varphi^4}=\frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \varphi^4=\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{1-\varphi^3}{1+\Phi^3}$
N = 3	$\sqrt{5}+2=\Phi^2+\Phi^1=4+\varphi^3=\Phi^3$ $\sqrt{5}-2=\varphi^1-\varphi^2=\varphi^3$	$\frac{1+\varphi^6}{1-\varphi^6}=\frac{\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow -\ \varphi^6=\frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=-\frac{\varphi^3}{\Phi^3}$

Заметим, что аддитивные («плюс» и «минус») сочетания $\sqrt{5}$ с целыми числами $N=1,2,3$ образуют отношения $\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}=-\frac{1+\varphi^3}{1-\Phi^3}$, $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{1-\varphi^3}{1+\Phi^3}$ и $\frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=-\frac{\varphi^3}{\Phi^3}$, где $\frac{-\varphi^3}{\Phi^3}=\frac{1-2\varphi}{1+2\Phi}=-(\varphi^2)^3$ является числом из конвертируемой дроби *) $\frac{F_N}{L_N}\sqrt{5}=\frac{1-\ (-1)^k\varphi^{2N}}{1+\ (-1)^k\varphi^{2N}}$ при $N=3$, а целые $F_3=2$ и $L_3=4$. При этом скаляр $-\varphi^6$ можно считать числом-отношением в *совершенном секстете* $\lhd 2 \backslash 5^{0,5} \backslash -\varphi^3 \backslash \Phi^3 \backslash -\varphi^6 \backslash 2^2 \rhd$. Причем уменьшение на единицу числителя и знаменателя дроби $-\frac{\varphi^3}{\Phi^3}$ дает число $-\varphi^2=\frac{1+\varphi^3}{1-\Phi^3}$ из (*) при $N=1$, соответствующее числу-отношению в *совершенном секстете* $\Theta\ 1 \backslash 5^{0,5} \backslash -(1+\varphi^3) \backslash (\Phi^3-1) \backslash -\varphi^2 \backslash 2\ \Theta$.

Напротив, прибавление по единице к числителю и к знаменателю дроби $\frac{-\varphi^3}{\Phi^3}$ дает число $(\varphi^2)^2=\frac{1-\varphi^3}{1+\Phi^3}$, встроенное в *совершенный секстет* $\oplus 3 \backslash 5^{0,5} \backslash (1-\varphi^3) \backslash (1+\Phi^3) \backslash (\varphi^2)^2 \backslash 2\cdot 3 \oplus$, для которого показатель N в конвертируемой дроби (*) равен 2, а $F_2=1$ и $L_2=3$. Но при этом числитель и знаменатель в $\frac{1-\varphi^3}{1+\Phi^3}$ не контрсимметричны относительно единицы. А это значит, что степени 1, 2 и 3 фидиева числа φ^2 в равенствах $(\varphi^2)^1=-\frac{1+\varphi^3}{1-\Phi^3}$, $(\varphi^2)^2=\frac{1-\varphi^3}{1+\Phi^3}$ и $(\varphi^2)^3=\frac{1-2\varphi}{1+2\Phi}$, свободных от одиозного скаляра $\sqrt{5}$, мультипликативно связаны так, что $(\varphi^2)^1\cdot(\varphi^2)^2=(\varphi^2)^3$, тогда как аддитивно $(\varphi^2)^1-(\varphi^2)^2=\varphi^3$, откуда $\varphi^2=\varphi^3+\varphi^4$. И последнее тождество отличается от «бриллиантового ключа» $\varphi^1=\varphi^2+\varphi^3$ двумя четными степенями «малого» Фидия φ.

Теперь остается найти применение метрическим свойствам морфизмов 1^1 и 1^2 «золотой арифметики» в какой либо из точных наук и указать, где и как в живой и неживой природе реализуются операционные связи *совершенных секстетов* $\backslash\bullet\backslash$, $\backslash\Theta\backslash$, $\backslash\lhd\rhd\backslash$, $\backslash\oplus\backslash$ и их «остепененных» элементов.

Часть вторая

АРИФМОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД В МЕХАНИКЕ, ФИЗИКЕ И ХИМИИ

Итак, «золотое сечение», наглядно представленное точкой C^* деления отрезка AB в крайнем и среднем отношении (*см. рис.* 1), арифметически выражается пропорцией $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$, которая при $c=a+b$ дает уравнение $a^2+a\cdot 1=1^2$, если $b=1$, и уравнение $1^2+1\cdot b=b^2$, если $a=1$. Их решениями являются числа $\Phi=1{,}618...$ и $\varphi=0{,}618...$, такие, что $\Phi-\varphi=1$ и $\varphi\cdot\Phi=1$. Это позволяет принять пару Фидиевых скаляров главным постулатом бинарной арифметики, единицы которой определены дихотомиями $2'=1^1+1^1$ и $2^*=1^2+1^2$. При этом квадроединица 1^2, как второй морфизм недиофантовой системы, введена через сингулярность.

Сингулярная квадроединица в кинематике.

Убедимся, что сингулярную квадроедицицу можно обнаружить в простейшей задаче относительного движения, решаемой арифмометрическим методом без расстояний и времени.

Представим, что точечные объекты 1 и 2 сближаются по прямой с относительной скоростью $\mathrm{V}=const$. Пусть при этом искомыми являются скорости v_1 и v_2 точек 1 и 2, определение которых как долей величины V выглядит задачей, обратной их сложению. (*Рис.* 8.) А теперь покажем, что масштабы пути и времени можно не связывать с единичной скоростью.

Ясно, что при $v_1=v_2$ квазичастицы 1 и 2 встретятся в середине E дистанции L между ними в момент начала отсчета времени $t=0$. При этом каждый из объектов преодолеет путь длиной $\frac{L}{2}=l$, возможно единичной, за период $t=T$, может быть равный единице. Но если $v_1<v_2$, то встреча частиц 1 и 2 случится в пункте N, ближе к стартовой позиции «медленной» точки 1. Пусть это произойдет в тот же момент $T=1$ с начала движения. Тогда $v_1=\frac{l_1}{T}$ и $v_2=\frac{l_2}{T}$, где скорости v_1 и v_2, такие, что $v_1+v_2=\mathrm{V}$, *хроно-подобны*, а перемещения l_1 и l_2 условно аддитивны: $l_1+l_2=2l$.

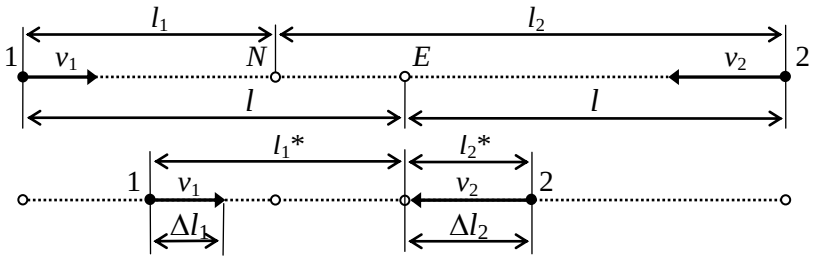


Рис. 8.

Заметим, что *равнодлительная* (за период T) оценка величин v_1 и v_2 основана на *одновременном* прибытии частиц 1 и 2 в промежуточный пункт N, с которым свяжем наблюдателя по фамилии *Newton*. А середину E дистанции $L=l_1+l_2=2l$ пусть занимает наблюдатель по фамилии *Einstein*. И если точечный наблюдатель E, вооруженный часами, сначала отметит момент $t=T_2$, когда с ним поравняется «быстрая» частица 2, а затем засечет время $t=T_1$ прибытия частицы 1, то он вычислит и сравнит их скорости $v_1=\frac{l}{T_1}$ и $v_2=\frac{l}{T_2}$ *равнодлинно*, то есть по пробегу $l=1$. При этом физики-наблюдатели N и E, покоящиеся на расстоянии $l_1-l_2=\Delta L$, должны признать три различия своих позиций:

1) *Newton* ловит сигналы 1 и 2 *одномоментно*, а *Einstein* фиксирует их через время $T_1-T_2=\Delta T$;

2) *Newton* сравнивает скорости v_1 и v_2 *хроно-подобно*, а *Einstein* оценивает их *длино-подобно*;

3) для *Ньютона* переменные расстояния $l_1(t)=l_1-v_1t$ и $l_2(t)=l_2-v_2t$ между ним и объектами 1 и 2 таковы, что $\frac{l_1(t)}{l_2(t)}=const$, тогда как для *Эйнштейна* дистанции $l_1{*}(t)=l-v_1t$ и $l_2{*}(t)=l-v_2t$ до них со временем изменяются по гиперболическому (дробно-линейному) закону $\frac{l_1{*}(t)}{l_2{*}(t)}=var$.

Отмеченных различий хватит, чтобы усомниться в универсальности Галилеева правила $v_1+v_2=\mathrm{V}$ для неподвижных наблюдателей *N* и *E*, но их мало для адекватных представлений об относительности в точечных триплетах 1*N*2 и 1*E*2, не одинаково трансформирующихся во времени. Хотя в вырожденном треугольнике 1*N*2 с синхронным прибытием объектов 1 и 2 в вершину *N* можно воспользоваться *принципом виртуального масштаба* и оценить аддитивные скорости v_1 и v_2 в долях $\frac{\mathrm{V}}{2}$ контрсимметричными числами $\alpha=\underline{v}_1<1$ и $\mathrm{A}=\underline{v}_2>1$. И эти числа входят в гармонический секстет $\heartsuit\, 1^1\backslash\Delta\backslash\alpha\backslash\mathrm{A}\backslash Z\backslash 2'\,\heartsuit$, где $1^1=\frac{v_1+v_2}{2}$, а $2'=\underline{\mathrm{V}}$ – относительная скорость частиц 1 и 2, половина которой принята масштабом.

Заметим, что через период $\frac{T}{2}$ с начала движения объекты 1 и 2 оказываются от наблюдателя *E* на расстояниях $l_1{*}$ и $l_2{*}$, таких, что $\frac{l_1{*}}{l_2{*}}=\frac{l_2}{l_1}$, а затем, спустя время $\Delta T{*}$, «быстрый» объект 2 прибывает в пункт *E*. То есть, $T_2=\frac{T}{2}+\Delta T{*}$. Причем за период $\Delta T{*}$ «медленная» точка 1 преодолеет расстояние $\Delta l_1=v_1\Delta T{*}$, а точка 2 совершит пробег $l_2{*}=\Delta l_2=v_2\Delta T{*}$. В таком случае аддитивный закон $v_1+v_2=\mathrm{V}$ кроме хроно-геометрической формы 1) $\frac{l_1}{T}+\frac{l_2}{T}=\frac{2l}{T}$ допускает аналогичную запись 2) $\frac{\Delta l_1}{\Delta T{*}}+\frac{\Delta l_2}{\Delta T{*}}=\frac{2l}{T}$. И выражения (1) и (2) при $l=1$ и $T=1$ модифицируются арифмометрически как $\alpha+\mathrm{A}=2'$. Но при этом хроно-подобные оценки $\frac{\Delta l_1}{\Delta T{*}}=v_1$ и $\frac{\Delta l_2}{\Delta T{*}}=v_2$ скоростей v_1 и v_2 геометрически привязаны к наблюдателю по фамилии *Einstein*.

Придерживаясь тенденции находить кинематические величины v_1 и v_2 в долях третьей скорости, разделим формулу (2) на $\frac{l_1{*}}{\Delta T{*}}=v{*}$ и получим 2′) $\frac{\Delta l_1}{l_1{*}}+\frac{\Delta l_2}{l_1{*}}=\frac{\mathrm{V}}{v{*}}$, где $\mathrm{V}=2'$, если $l=1$ и $T=1$. А поскольку $\frac{\Delta l_2}{l_1{*}}=\frac{v_1}{v_2}$, откуда $l_1{*}=\Delta l_2\frac{v_2}{v_1}$, и кроме того $\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2}=\frac{v_1}{v_2}$, то из (2′) следует 2*) $\left(\frac{\alpha^2}{\mathrm{A}^2}+\frac{\alpha}{\mathrm{A}}\right)v{*}=2'$, где $\alpha=\underline{v}_1<1^1$ и $\mathrm{A}=\underline{v}_2>1^1$ – значения скоростей v_1 и v_2 по отношению к их полусумме $1^1=\frac{v_1+v_2}{2}$, что выше предъявлено как *принцип виртуального масштаба* (ПВМ).

Убедимся, что в сближении квазичастиц 1 и 2 единица 1^1 [V] не единственна.

Из (2*) с очевидностью следует, что $v{*}=\frac{\mathrm{A}^2}{\alpha}$ или $\mathrm{A}^2=\alpha\cdot v{*}$. То есть, число-скорость $\mathrm{A}=\underline{v}_2$ является средним геометрическим скоростей $\alpha=\underline{v}_1$ и $v{*}$. Причем $v{*}=1^1$, когда $\underline{v}_1=\underline{v}_2=1^1$ (дихотомия!), и $v{*}=\frac{l_1{*}}{\Delta T{*}}\to\infty$, если $\alpha=\underline{v}_1\to 0$ в случае $\mathrm{A}=\underline{v}_2\to 2'=\underline{\mathrm{V}}$. И при $\underline{v}_1=0$ и $\underline{v}_2=2'$ из (2*) выходит $(0+0)\infty=2$, что не исключено, если $0\cdot\infty=1$. Более того, сингулярной единице надо присвоить вторую степень, поскольку из $\alpha\cdot v{*}=\mathrm{A}^2$ при $\alpha=0$ и $v{*}=\infty$ должно быть $0\cdot\infty=1^2$. Между тем $\underline{v}_2=\mathrm{A}$ в формуле $\alpha+\mathrm{A}=2'$ равняется $2'$ при $\underline{v}_1=0$. И это противоречие можно понимать в том смысле, что $\mathrm{V}\equiv 2'$ по модели $2'=\alpha+\mathrm{A}$ и $\mathrm{V}\equiv 1^2$ по иной модели деления

относительной скорости частиц 1 и 2 пополам. Таким образом, квадроскорость $\mathrm{W}=1^2$ формально отличается от скорости $\frac{\mathrm{V}}{2}=1^1$ в два раза: $1^2=2\cdot 1^1$. И есть две дихотомии встречного движения частиц 1 и 2: $2'=1^1+1^1$ и $2^*=1^2+1^2$.

В итоге квадроединица 1^2 оказывается масштабной величиной множества аддитивных квадроскоростей, объективность которых доказуема арифмометрической модификацией третьего закона Кеплера [5] и утверждается опытом Физо в мультипараметрической постановке [6]. А теперь от сближающихся точек 1 и 2 перейдем к арифмометрическому описанию лобового столкновения двух шаров с разными массами.

Прямой упругий удар.

Как известно, упругие сферы 1 и 2 образуют бинарную механическую систему (m_1+m_2), если указана гипотетическая точка 0, называемая центром их масс m_1 и m_2. А положение данного центра между двумя шарами, одинаковыми по плотности, определяет пропорция $\frac{l_1}{l_2}=\frac{m_2}{m_1}$. (*Рис*. 9.) При этом постулировано отношение $\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_2}{m_1}$, задающее доударные скорости v_1 и v_2 встречного движения шаров, столкновение которых независимо от системы отсчета происходит при относительной скорости $\mathrm{V}=v_1+v_2$ материальных компонент материальной системы $\mathrm{M}=m_1+m_2$.

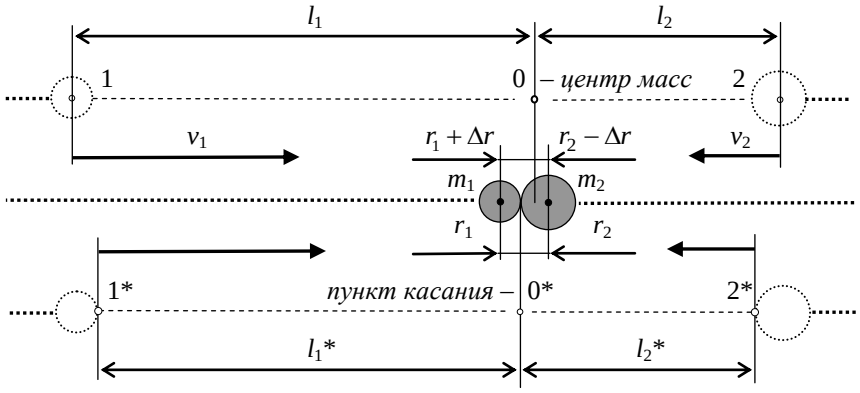


Рис. 9.

Пусть $\frac{\mathrm{M}}{2}=1\ [\mathrm{M}]$ и $\frac{\mathrm{V}}{2}=1\ [\mathrm{V}]$. Это значит, что $\underline{v}_1=\Gamma$ и $\underline{v}_2=\gamma$, где скорости шаров 1 и 2 относительно их центра масс 0 определены скалярами $\gamma\in[1{,}0)$ и $\Gamma\in[1{,}2)$. При этом теми же числами будут оценены массы $\underline{m}_1=\gamma$ и $\underline{m}_2=\Gamma$ сталкиваемых тел. Здесь подчеркиванием символов отмечены числовые (арифмометрические) значения физических параметров.

Таким образом, совместный выбор единиц массы и скорости обобщает аддитивные правила $\mathrm{V}=v_1+v_2$ и $\mathrm{M}=m_1+m_2$ скалярной формой $2^*=\Gamma+\gamma$ с контрсимметричными слагаемыми $\gamma=1-\Delta$ и $\Gamma=1+\Delta$, одинаково (на величину $\Delta=\frac{\Gamma-\gamma}{2}$) отличающимися от единицы. Тем самым определено число-отклонение $\Delta=\frac{1-\gamma/\Gamma}{1+\gamma/\Gamma}$, где $\frac{\gamma}{\Gamma}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{m_1}{m_2}=Z$ – число-отношение. Причем $Z=\frac{1-\Delta}{1+\Delta}\in[1{,}0)$ и $\Delta=\frac{1-Z}{1+Z}\in[0{,}1)$, если $m_1\le m_2$. То есть, скаляры Δ и Z взаимозаменяемы или, иначе говоря, связаны конверсией.

Выбор среднего арифметического количеств m_1 и m_2 единицей сравнения назван *принципом виртуального масштаба*. Ясно, что тот же принцип позволяет скалярно оценить их скорости v_1 и v_2 относительно пункта 0. И с ним же подойдем к оценке послеударных скоростей упругих тел 1 и 2 в лабораторных системах отсчета, где одно из них первоначально покоилось.

Согласно теоремы о движении центра масс системы (m_1+m_2) гипотетическая точка 0 до удара и после него перемещается со скоростью $\underline{v}_1=\Gamma$ в системе отсчета, где первоначально покоился малый шар 1. Поэтому его послеударная скорость $\underline{\mathrm{v}}_1$ равна 2Γ, тогда как налетающий шар 2 после столкновения продолжит движение со скоростью $\mathrm{v}_2=\mathrm{v}_1-\mathrm{V}=2v_1-\mathrm{V}$, равной $2\Gamma-2=2\Delta$ в долях $\frac{\mathrm{V}}{2}=1\ [\mathrm{V}]$. В результате нормировки закон сохранения импульса примет вид $\Gamma\cdot 2^*=\gamma\cdot 2\Gamma+\Gamma\cdot 2\Delta$, а сохранение энергии приобретет форму $\frac{1}{2}\Gamma\cdot(2^*)^2=\frac{1}{2}\gamma\cdot(2\Gamma)^2+\frac{1}{2}\Gamma\cdot(2\Delta)^2$. И очевидно, что приложение *принципа виртуального масштаба* к бинарной системе (m_1+m_2) делает законы сохранения вторичными.

Пусть теперь малый шар 1 налетает на покоящийся шар 2 с нормированной скоростью $\underline{\mathrm{V}}=2^*$, инвариантной для инерциальных систем отсчета. Так как при этом центр масс 0 имеет скорость $\underline{v}_2=\gamma$, то от толчка шар 2 приобретет скорость $\underline{\mathrm{V}}_2=2\underline{v}_2=2\gamma$, а тело 1 продолжит движение со скоростью $\underline{\mathrm{V}}_1=\underline{\mathrm{V}}-\underline{\mathrm{V}}_2=2^*-2\gamma=2\Delta$, что позволяет представить законы сохранения импульса и энергии тождествами $\gamma\cdot 2^*=\Gamma\cdot 2\gamma-\gamma\cdot 2\Delta$ и $\frac{1}{2}\gamma\cdot(2^*)^2=\frac{1}{2}\Gamma\cdot(2\gamma)^2+\frac{1}{2}\gamma\cdot(2\Delta)^2$ соответственно. И в данном случае эти законы так же не являются первичными. А в итоге центральный удар моделируется шестью числами 1, $\Delta\in[0,1)$, $\Gamma\in[1,2)$, $\gamma\in[1,0)$, $Z\in[1,0)$ и 2*, образующими секстет, скалярные элементы которого гармонизированы

а) бинарными операциями $\gamma+\Delta=\Gamma-\Delta=1$ и $\gamma+\Gamma=(1+Z)(1+\Delta)=2$ относительно целых 1 и 2;

б) порядком $\gamma<\Gamma$ и отношением $\frac{\gamma}{\Gamma}=Z<1$ дробных величин $\gamma<1$ и $\Gamma>1$;

в) их контрсимметрией $\gamma=1-\Delta$ и $\Gamma=1+\Delta$, то есть равным отличием от единицы;

г) конверсией $\frac{1-\Delta}{1+\Delta}=Z\Leftrightarrow\Delta=\frac{1-Z}{1+Z}$ или взаимной перестановкой числа-отношения $Z=\frac{\gamma}{\Gamma}$ и числа-отклонения $\Delta=\frac{\Gamma-\gamma}{2}$ в дроби с контрсимметрией числителя и знаменателя.

Математическая структура $\spadesuit\ 1\setminus\Delta\setminus\gamma\setminus\Gamma\setminus Z\setminus 2^*\ \spadesuit$ со свойствами (*а*), (*б*), (*в*) и (*г*) выше названа функциональным секстетом. Его единицу определяет *принцип виртуального масштаба*. И эта единица имеет две размерности – массы и скорости. Причем кинематические характеристики v_1, v_2 и количества вещества m_1, m_2 после оценки равенств $\mathrm{V}=v_1+v_2$ и $\mathrm{M}=m_1+m_2$ виртуальными эталонами $\frac{\mathrm{M}}{2}=1\ [\mathrm{M}]$ и $\frac{\mathrm{V}}{2}=1\ [\mathrm{V}]$ контркоммутативны ($\underline{v}_1=\Gamma=\underline{m}_2$ и $\underline{v}_2=\gamma=\underline{m}_1$) в рамках тождества $2^*=\Gamma+\gamma$ из-за обратной пропорциональности масс и скоростей вида $\frac{v_1}{v_2}=\frac{m_2}{m_1}$. При этом арифмометрические значения $\underline{\mathrm{v}}_1=2\Gamma$, $\underline{\mathrm{v}}_2=\underline{\mathrm{v}}_1-\underline{\mathrm{V}}=2\Gamma-2^*=2\Delta$, $\underline{\mathrm{V}}_1=\underline{\mathrm{V}}-\underline{\mathrm{V}}_2=2^*-2\gamma=2\Delta$ и $\underline{\mathrm{V}}_2=2\underline{v}_2=2\gamma$ послеударных скоростей шаров 1 и 2 получаются из обычных решений $\mathrm{v}_1=\frac{2m_2}{m_1+m_2}\mathrm{V}$, $\mathrm{v}_2=\mathrm{V}_1=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\mathrm{V}$ и $\mathrm{V}_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\mathrm{V}$ задачи о лобовом столкновении путем замены V и $m_1+m_2=\mathrm{M}$ особым числом 2*.

Модификацию общепринятой теории [7] прямого удара посредством метрологического *принципа виртуального масштаба* дополним наблюдениями косого столкновения шаров, обязывающими отказаться от законов сохранения импульса и энергии как математических артефактов механики, связывающих скорости и их квадраты с массами умножением.

Сохранение в косом столкновении.

Для того, чтобы векторный $m_1\mathbf{V}=m_1\mathbf{v}_1+m_2\mathbf{v}_2$ и скалярный $\frac{1}{2}m_1\mathrm{V}^2=\frac{1}{2}m_1\mathrm{v}_1^{\ 2}+\frac{1}{2}m_2\mathrm{v}_2^{\ 2}$ законы классической физики выполнялись при $m_1=m_2=m$ послеударные скорости v_1 и v_2

бильярдных шаров (налетающего 1 и покоившегося 2) должны быть ориентированы под прямым углом друг к другу. При этом как бы само собой разумеется, что векторные величины $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ складываются по теореме Пифагора в относительную скорость $\mathrm{V} = const$ сфер 1 и 2, что исключено, поскольку и до удара и после него эта скорость не постоянна и по величине и по направлению ($\mathrm{V}^* = \mathrm{v}ar$), если рассматривать движение их геометрических центров 1 и 2 как материальных точек, сохраняющих инерционные скорости v_1 и v_2 до бесконечности. (*Рис*. 10.)

В самом деле, из-за того, что при ударе точки 1 и 2 не совпадают с пунктом касания и поэтому не были в одном месте одновременно, соединяющая их ось перемещается над поверхностью бильярдного стола с поворотом, что можно зафиксировать стробоскопической киносъемкой косого столкновения, хотя это и так ясно из геометрических построений на бумаге. Но вновь обнаруженный «эффект флюгера» важен тем, что не позволяет складывать скорости v_1 и v_2 как векторы даже после переноса по линиям действия и соединения их начал в точке пересечения траекторий. А это не только препятствует сохранению импульса и энергии, но и может означать, что косое столкновение бильярдных шаров не подчиняется евклидовой геометрии.

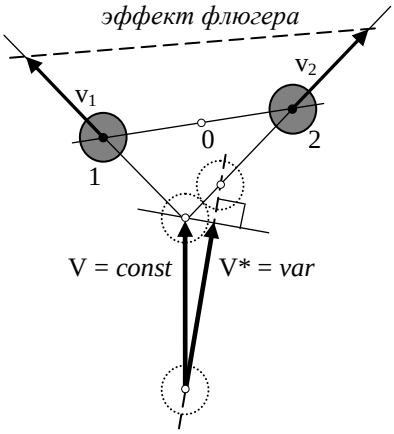


Рис. 10.

И действительно, ось 1-2 стремится к перемещению параллельно самой себе на бесконечном удалении от места упругого соприкосновения массивных сфер, тогда как сложение векторов $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ предполагает, что их концы в любом положении шаров соединяют прямые, параллельные друг другу. То есть, кинематика косого столкновения с флюгер-эффектом и без него подразумевает два вида параллелизма прямых на плоскости.

Убедимся, что двойственность, порождаемая противоестественной заменой сферических объемов материальными точками, также свойственна их лобовому столкновению.

Заметим (*см. рис*. 9), что равные по плотности шары 1 и 2 с радиусами r_1 и r_2 касаются друг друга в точке 0*, отстоящей от центра масс 0 на расстояние $\Delta r = r_2 \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$, где $m_1 < m_2$. При этом фронтальные точки 1* и 2* сближающихся сфер оказываются в пункте 0* одновременно. А если бы и дальше (чисто теоретически!) они продолжали свои движения со скоростями v_1 и v_2, то центр тяжести 0 системы $(m_1 + m_2)$ пролетели бы порознь через время $\Delta T = \dfrac{\Delta r}{v_1} + \dfrac{\Delta r}{v_2}$, то есть не синхронно. Причем моменты предполагаемого прибытия геометрических центров 1 и 2 массивных сфер в пункт 0* разделял бы период $\Delta T' = \dfrac{r_2}{v_2} - \dfrac{r_1}{v_1}$. При этом одновременность их попадания в центр масс 0 также условна. Но тогда условной будет предъистория лобового столкновения, основанная на хроно-подобной оценке аддитивных скоростей $v_1 = \dfrac{l_1}{T} = \dfrac{l_1^*}{T^*}$ и $v_2 = \dfrac{l_2}{T} = \dfrac{l_2^*}{T^*}$ по периодам $T = \dfrac{l_1}{v_1} = \dfrac{l_2}{v_2}$ и $T^* = \dfrac{l_1^*}{v_1} = \dfrac{l_2^*}{v_2}$, отличающимся на $\dfrac{r_1 + \Delta r}{v_1} = \dfrac{r_2 - \Delta r}{v_2}$.

Итак, ни абсолютность асинхронности, свойственная классической механике, ни относительность одновременности, провозглашенная специальной теорией относительности, не существенны с той позиции, которая не представляет сферические объемы материальными точками, а подходит к описанию центрального удара на основе *принципа виртуального масштаба*, заменяющего две равные хроно-геометрические оценки скоростей $v_1 = \dfrac{l_1}{T} = \dfrac{l}{T_1}$ и $v_2 = \dfrac{l_2}{T} = \dfrac{l}{T_2}$, где $l_1 + l_2 = 2l$, двумя разными представлениями суммы $v_1 + v_2 = \mathrm{V}$, которая арифмометрически сводится к дихотомиям вида $2' = 1^1 + 1^1$ и $2^* = 1^2 + 1^2$.

Фуллерен C_{60}: арифмометрический расчет.

По упрощенным представлениям атомы углерода ^{13}C в молекуле C_{60} бакминстерфуллерена [8] координированы в вершинах усеченного икосаэдра [9]. Но в таком случае расстояние между соседними атомами должно равняться длине A^*, одинаковой у всех его ребер. (*Рис.* 11.) Однако измерения показали, что дистанция между атомами на концах ребра, общего для пары шестиугольных ячеек, составляет 1.39 Å, тогда как такие же атомы на стыке пяти- и шестиугольных граней разделены расстоянием 1.44 Å.

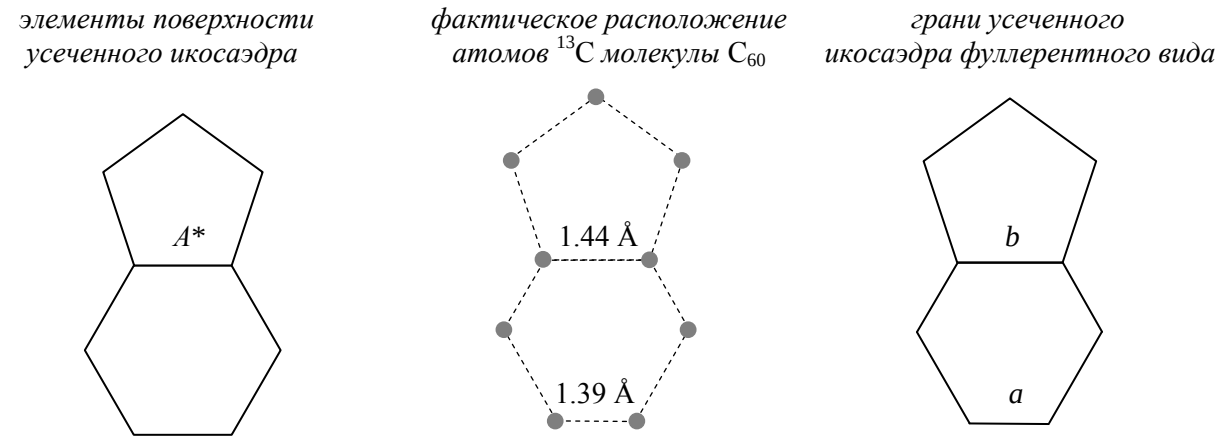


Рис. 11.

Как видно, плоская фигура с шестью вершинами из атомов углерода не является правильной и, следовательно, усеченный икосаэдр отображает структурное устройство молекулы C_{60} не совсем точно. Ведь три стороны любого шестиугольника, примыкающие к пятиугольным площадкам, по длине равны стороне правильного пятиугольника, тогда как три другие короче нее на $1.44-1.39=0.05$ Å. То есть, реальная физика не следует геометрии буквально и неидеальность шестиугольных образований из атомов углерода надо бы отобразить количественно, начиная с выбора масштаба оценки межатомных промежутков способом, альтернативным геометрическому.

Допустим, что ребра двойственных многогранников – додекаэдра (R) и икосаэдра (r) – одинаковы по длине, равной единице: $A=1$. Тогда вписанные и описанные сферы платоновых тел (R) и (r) будут иметь радиусы, величины которых выражены через большое число Фидия $\Phi=1.618...$ и приведены в таблице 3.

Таблица 3

сфера / тело	вписанная	описанная
икосаэдр	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3}}$	$\frac{\Phi\sqrt{3-\Phi}}{2}$
додекаэдр	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}$	$\frac{\Phi\sqrt{3}}{2}$

Заметим, что $\frac{\Phi^2/2\sqrt{3}}{\Phi^2/2\sqrt{3-\Phi}}=\frac{\Phi\sqrt{3-\Phi}/2}{\Phi\sqrt{3}/2}=\sqrt{\frac{3-\Phi}{3}}$. Поэтому растяжение каждого из тридцати ребер исходного икосаэдра (r) в $\sqrt{\frac{3}{3-\Phi}}$ раз увеличит его вписанную и описанную сферы до размеров соответствующих сфер додекаэдра (R). Но при этом ребра A и a' правильных многогранников (R) и (r′) уже не будут равны между собой.

А теперь усечём икосаэдры (r) и (r′), отделяя от этих тел, подобных с коэффициентом $k=\sqrt{\frac{3}{3-\Phi}}$, объемы в виде пятигранных пирамид определенной высоты с пятиугольным основанием. Ясно, что ребра усеченного икосаэдра (r_1*), полученного из (r), равняются одной трети его ребра $A=1$, тогда как ребра фигуры (r_2*), оставшейся от (r′), будут иметь длину $A^*=\frac{A}{3}k=\frac{1}{\sqrt{3(3-\Phi)}}=\frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6}}=\frac{1}{\sqrt{4+\varphi^4}}=[2(2+\varphi^4/2]^{-1/2}=0.491...$ в $k=1.473...$ раз больше. Здесь $\varphi=0.618...$ – малое число Фидия, такое, что $\varphi=\Phi^{-1}$ и $\varphi=\Phi-1$.

И, наконец, усеченный икосаэдр (r_2*) увеличим так, чтобы его ребра стали единичными по длине, для чего умножим их размер $[2(2+\varphi^4/2]^{-1/2}$ на $\sqrt{4+\varphi^4}$. В итоге получены три усеченных икосаэдра: (r_1*) с ребром $a_1=\frac{1}{3}$, (r_2*) с ребром $a_2=\frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6}}=A^*$ и (r_3*) с ребром $a_3=A=1$. Пусть описывающие их сферы имеют общий центр и, значит, расположены одна в другой. При этом у каждого из многогранников выделяются две вписанные сферы, одна из которых (большая) касается пятиугольных граней, а другая – меньшая по размеру – контактирует с шестиугольными.

Числовые выражения радиусов ${}^5r_i$ и ${}^6r_i$ вписанных сфер и радиальных размеров сфер, описанных возле усеченных икосаэдров (r_1*), (r_2*) и (r_3*), приведены в таблице 4.

Таблица 4

радиус сферы \ ребро (r_i*)	$a_3=1$	$a_2=0.491...$	$a_1=0.333...$
описанной	$\frac{\Phi^3}{2}\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}$	$\frac{\Phi^3}{2}\frac{\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$	$\frac{\Phi^3}{2}\frac{\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}}{3}$
вписанной в 5-угольные грани	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}$	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\frac{\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3}}\frac{\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$
вписанной в 6-угольные грани	$\frac{\Phi^2}{2}\sqrt{3}$	$\frac{\Phi^2}{2}\frac{1}{\sqrt{3-\Phi}}$	$\frac{\Phi^2}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}$

Как видно, выбор длины ребра декаэдра (R) единицей сравнения характерных размеров усеченных икосаэдров (r_1*), (r_2*) и (r_3*) обнаруживает их зависимость от целых степеней чисел Фидия φ и Φ. При этом средний из трех полуправильных многогранников имеет ребро длиной $[2(2+\varphi^4/2]^{-1/2}$, где слагаемое $\frac{\varphi^4}{2}=0.072949..$ по значению близко к величине постоянной тонкой структуры $\alpha=0.0072973..$ [10], увеличенной в десять раз. При таком совпадении (случайном или не случайном?) числовой модуль $A^*=[3(3-\Phi)]^{-1/2}=\varphi(1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6)^{-1/2}=(4+\varphi^4)^{-1/2}=[2(2+\varphi^4/2]^{-1/2}$ можно рассматривать как арифмометрическое расстояние между атомами ${}^{13}C$ молекулы C_{60}, соответствующее измеренному интервалу в 1.44 Å. Но тогда три стороны шестиугольной площадки из таких же атомов должны иметь тот же размер при том, что дистанция между соседними атомами на стыке двух шестиугольников меньше на 0.05 Å (*см. выше*).

Итак, усеченный икосаэдр является формой, занимающей место между икосаэдром с его треугольными гранями и додекаэдром, грани которого пятиугольны. А усеченный икосаэдр из правильных пятиугольников и деформированных шестиугольников выглядит телом, приближенным к реальной структуре бакминстерфуллерена.

Учтем фактическое различие расстояний между атомами ${}^{13}C$ молекулы C_{60}, пользуясь виртуальным масштабом. А исходным телом дальнейших построений примем усеченный икосаэдр (r_2*) с ребрами одинаковой длины $a_2=0.491...$ (*см. таблицу* 4). Ясно, что трансформация баки-

бола (r_2*) в структуру, подобную молекуле бакминстерфуллерена, предполагает такую конфигурацию шестиугольников, при которой три большие стороны каждого по длине равны стороне правильного пятиугольника по соседству. При этом меньшая сторона должна относиться к большей как $1.39:1.44=0.97$.

То есть, для полного соответствия формы геометрического тела пространственному расположению атомов ^{13}C молекулы C_{60} надо, чтобы его шестиугольники имели три стороны длиной $a^*\equiv 1.39$ Å и три стороны с длинами $b^*\equiv 1.44$ Å. Причем большие стороны b*, как ребра искомого тела, одновременно принадлежат его пятиугольным граням.

Заметим, что вершины усеченного икосаэдра фуллерентного вида, смещенные относительно вершин геометрического тела (r_2*), лежат на окружностях с радиусами ρ_5 и ρ_6, описанных возле пятиугольника со стороной b и шестиугольника с неравными сторонами a и b (*см. рис.* 11).

Как известно [11], $\rho_5 = b\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}$, откуда $\frac{\rho_5}{b}=\sqrt{\frac{1}{1+\varphi^2}}=\sqrt{\frac{\varphi}{1-\varphi^4}}=0.85...$ При этом $\rho_6 = b\sqrt{\frac{(a/b)^2+(a/b)+1^2}{3}}$, где число-отношение $\frac{a}{b}=\frac{a^*}{b^*}=0.97$ соответствует данным измерений. С учетом этого $\frac{\rho_6}{b}=0.98...$ Понятно, что радиусы $\rho_5=0.85...$ и $\rho_6=0.98...$ выражены в долях стороны b деформированного шестиугольника, принятой промежуточным масштабом и общей для двух многоугольников. Но есть более значимый масштаб числового представления сравниваемых отрезков a и b – виртуальный. Его привлечение вскрывает прежде невидимые арифмометрические связи характерных размеров геометрических фигур, казалось бы производных от платоновых многогранников – додекаэдра (R) и икосаэдра (r) с одинаковыми ребрами.

Допустим, что отрезки a и b контрсимметричны, то есть связаны числом $\delta\in(0,1)$ так, что $a=1-\delta$ и $b=1+\delta$, где за единицей стоит размер ребра $a_2=A^*=\frac{A}{3}k=0.491...$ фигуры (r_2*) из правильных пятиугольников и шестиугольников, представленный в масштабе, равном длине $A=1$ ребра додекаэдра (R). Тогда $\rho_6{}^*=\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2}{3}}=\sqrt{\frac{3+\delta^2}{3}}$ будет в $1+\delta$ раз больше $\rho_6=0.98...$ за счет замены промежуточного масштаба $b=1$ виртуальной единицей $\frac{a+b}{2}=1^*$. При этом радиус $\rho_5=0.85...$ также надо формально увеличить в $1+\delta$ раз. А так как из $\frac{1^*}{1}=\frac{a+b}{2b}=\frac{1}{2}(\frac{a}{b}+1)$ следует $2\cdot 1^*=(z+1)(1+\delta)$, то $2^*=a+b$, где числа a и b, контрсимметричные относительно единичного морфизма 1*, задают число-отношение $z=\frac{a}{b}$, связанное с числом-отклонением $\delta=\frac{b-a}{a+b}$ прямой конверсией $\frac{1^*-z}{1^*+z}=\delta \Leftrightarrow z=\frac{1^*-\delta}{1^*+\delta}$.

Таким образом, оказывается, что дробные (в общем случае) числа $\delta\in(0,1)$, $z\in(1,0)$, $a\in(1,0)$ и $b\in(1,2)$ вместе с целыми 1 и 2 образуют *функциональный секстет* (*см.* **Определение**) и принимают конкретные значения, отвечающие расположению атомов углерода в молекуле бакминстерфуллерена. Определим эти значения в виртуальном масштабе, зная, что $z=\frac{a}{b}=\frac{1.39}{1.44}=0.97$, откуда по свойству конверсии $>\delta \Leftrightarrow z<$ получим $\delta=\frac{1-0.97}{1+0.97}=0.03$.

Далее по известному числу-отклонению $\delta=0.03$ найдем, что $a=0.97$ и $b=1.03$ в виртуальном масштабе $1^*=\frac{a+b}{2}$. Но за ним стоит длина A* ребра усеченного икосаэдра (r_2*), вписанные сферы которого в числах Фидия имеют радиусы $^5r_2=\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\ \frac{\sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}}{\sqrt{4+\varphi^4}}$ и

${}^{6}r_2 = \frac{\Phi^2}{2}\ \frac{1}{\sqrt{3-\Phi}}$ соответственно (*см. таблицу* 4). Поэтому ${}^{5}r_2{*} = \frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\ \sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6}$ и ${}^{6}r_2{*} = \frac{\Phi^2}{2}\ \frac{\sqrt{4+\varphi^4}}{\sqrt{3-\Phi}}$ в долях длины $A{*} = \frac{1}{\sqrt{3(3-\Phi)}} = \frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6}} = \frac{1}{\sqrt{4+\varphi^4}}$ любого из его ребер. И арифмометрически (то есть, независимо от масштаба) размеры вписанных сфер отличаются в $\sqrt{\frac{4+\varphi^4+4\varphi^6}{4+\varphi^4}} = 1.026531..$ раза. Но пока неясно, обладает ли усеченный икосаэдр специальной формы, соответствующей структуре бакминстерфуллерена, таким же или иным отношением радиусов сфер, вписанных в пяти- и шестиугольные грани. Ведь первые расширены, а вторые деформированы из-за контрсимметричной разницы сторон *a* и *b*.

А теперь вспомним (*см. выше*), что в безмасштабные выражения математических средних (арифметического – *СА*, пропорционального – *СП*, квадратического – *СК* и гармонического – *СГ*) была внедрена необычная единица: ею принята полусумма однородных величин *a* и *b*. И в результате *a* и *b*, такие, что $0 < a \le b < 2$, приобрели числовые значения $a = 1-\delta$ и $b = 1+\delta$, контрсимметричные относительно их среднего арифметического. Используем арифмометрический *принцип виртуального масштаба* и понятие контрсимметрии в описании молекулы C_{60}.

Итак, усеченный икосаэдр (r_2*) имеет грани в виде правильных пятиугольников и шестиугольников, стороны которых одинаковы. Но пространственное расположение атомов углерода не следует форме (r_2*) буквально. И тем не менее, можно найти радиусы ${}^{5}r{*}$ и ${}^{6}r{*}$ сфер, вписанных в пятиугольные и в шестиугольные ячейки молекулы C_{60} в виртуальном масштабе, а затем перевести полученные значения в ангстремы.

Вспомним (*см. выше*), что радиус ρ_6* окружности, описанной возле разностороннего шестиугольника с большими сторонами $b = 1+\delta = 1.03 \equiv 1.44$ Å, равен $\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2}{3}} = \sqrt{\frac{3+\delta^2}{3}}$ в виртуальном масштабе $1{*} = \frac{a+b}{2}$, который геометрически тождественен арифмометрическому модулю $A{*} = \frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6}} = 0.491123..$, каковым служит ребро a_2 усеченного икосаэдра (r_2*). Тогда в результате перенормировки величина ρ_6* возрастет в $k = 3A{*} = \sqrt{\frac{3}{3-\Phi}} = 1.473370..$ раз и приобретет значение $\sqrt{\frac{3+\delta^2}{3-\Phi}} \approx 1.47$. Причем сфера, вписанная в деформированные грани с шестью углами, в том же масштабе *A** имеет радиус ${}^{6}r_2{*} = \frac{\Phi^2}{2}\sqrt{\frac{4+\varphi^4}{3-\Phi}} = \frac{\Phi^2}{2}\sqrt{3} \approx 2.267284$, тогда как сфера, вписанная в пятиугольники, несколько сократит свой размер ${}^{5}r_2{*} = \frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}\ \sqrt{4+\varphi^4+4\varphi^6} \approx 2.327438$ за счет их смещения к центру усеченного икосаэдра (r_2*), обусловленного удлинением определенной части его ребер в $b = 1+\delta$ раз и сокращением остальных до контрсимметричного размера $a = 1-\delta$.

Мимоходом отметим, что значения радиусов ${}^{5}r_2{*}$ и ${}^{6}r_2{*}$, полученные стандартными операциями с остепененными числами Фидия Φ и φ, нисколько не отличаются от их величин $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{10}\left(125+41\sqrt{5}\right)} = 2.327438..$ и $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}\left(7+3\sqrt{5}\right)} = 2.267284..$, найденных другими авторами иным способом [12]. То есть, два пути – традиционный (геометрический) и нестандартный (арифмометрический) – пересекаются при том, что их логики различны. А теперь в виртуальном масштабе найдем радиусы ${}^{5}R{*}$ и ${}^{5}r{*}$ сфер, описанной и вписанной в пятиугольники из атомов ${}^{13}C$ молекулы C_{60} и определим ее арифмометрический размер, который переведем в ангстремы.

По способу [12] получается, что радиус ${}^5R$ сферы, описанной возле усеченного икосаэдра (r_3*), равен $\frac{1}{4}\sqrt{58+18\sqrt{5}} = 2.478019..$ в долях длины $A=1$, одинаковой для всех его ребер. И точно такой же результат дает его вычисление по формуле ${}^5R = \sqrt{({}^5r_2{}^*)^2 + (\rho_5{}^*)^2}$, где ${}^5r_2{}^* \approx 2.327438$, а $\rho_5{}^* = \frac{\rho_5}{b} = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{1}{1+\varphi^2}} = \sqrt{\frac{\varphi}{1-\varphi^4}} \approx 0.850651$ – радиус окружности, описанной вокруг пятиугольника со стороной b, принятой за единицу. Причем данный пятиугольник является основанием пятигранной пирамиды с одинаковыми ребрами.

Как известно, усеченный икосаэдр обычно получается отделением 12-ти пирамид высотой ${}^5h = \sqrt{b^2 - (\rho_5{}^*)^2}$ от правильного икосаэдра с ребрами длиной $3b$. И если $b=1$, то ${}^5h = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} = \sqrt{\frac{\varphi}{1+\varphi^2}} = \sqrt{\frac{\varphi^3}{1-\varphi^4}} = \sqrt{\frac{1-\varphi^3}{2(1+\varphi^2)}} = \sqrt{\frac{\varphi(1-\varphi^3)}{2(1-\varphi^4)}} \approx 0.525731$. А поскольку поверхность платонова тела (r) состоит из равносторонних треугольников, то после его усекновения от каждого из них останется площадь в виде шестиугольника, стороны которого равны b. Но если высота ${}^5h$* пирамидальных объемов будет больше ${}^5h$ в $1+\delta$ раз, то остаточный шестиугольник не будет правильным. Ведь три его стороны удлинятся до $b=1+\delta$, тогда как три другие сократятся до контрсимметричного значения $a=1-\delta$.

Пусть превышение ${}^5h$* вершины усекаемого икосаэдра над плоскостью сечения равняется ${}^5h\ (1+\delta)$. В таком случае сфера, вписанная в пятиугольные грани усеченной фигуры (r*) фуллерентного вида, имеет радиус ${}^5r^* = R^* - {}^5h^*$, где $R^* = \frac{3\Phi}{2}\sqrt{3-\Phi} \approx 2.853169$ – радиус $\frac{\Phi\sqrt{3}}{2}$ сферы (*см. таблицу* 3), описанной возле икосаэдра (r′), приведенный к виртуальному масштабу $1^* = \frac{a+b}{2}$ делением на $A^* = \frac{1}{\sqrt{3(3-\Phi)}} \approx 0.491123$, а ${}^5h^* = {}^5h\ (1+\delta)$, где ${}^5h = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}} \approx 0.525731$ и δ – арифмометрический параметр, равный 0.03 для молекулы C_{60} (*см. выше*). Поэтому ${}^5r^* = 2.85...-0.54... = 2.31...$, что несколько меньше ${}^5r_2{}^* \approx 2.327438$, как и должно быть по той причине, что ребро $b=1+\delta=1.03$, тождественное расстоянию 1.44 Å, в $1+\delta$ раз больше числового модуля $A^* = [3(3-\Phi)]^{-1/2} = \varphi(1+\varphi^2+\varphi^4+\varphi^6)^{-1/2} = (4+\varphi^4)^{-1/2} = [2(2+\varphi^4/2]^{-1/2}$, содержащего почти десятикратный аналог $\frac{\varphi^4}{2} = 0.072949..$ постоянной тонкой структуры $\alpha = 0.0072973..$

Зная, что ${}^5r^* = 2.31...$, а $\rho_5{}^* \approx 0.850651$ следует увеличить в $1+\delta=1.03$ раза, из $({}^5R^*)^2 = ({}^5r^*)^2 + (1.03\rho_5{}^*)^2$ получим ${}^5R^* = \sqrt{2.31...^2 + (1.03\cdot 0.85...)^2} = 2.47...$, что меньше значения ${}^5R = \sqrt{({}^5r_2{}^*)^2 + (\rho_5{}^*)^2} = \frac{1}{4}\sqrt{58+18\sqrt{5}} = 2.478019..$, найденного двумя разными способами – арифмометрическим (*см. выше*) и геометрическим (*см.* [12]).

Заметим, что величина ${}^5R$ выражает радиальный размер молекулы C_{60} как воображаемой сферы, описанной возле усеченного икосаэдра (r_3*) в случае, когда длина a_3 любого из его ребер принята за единицу (*см. таблицу* 4). Причем ее уточненный радиус ${}^5R$* представлен в том же масштабе. При этом замена геометрического интервала $A=1$ арифмометрическим модулем $A^* = 0.491123..$ предполагает деление ${}^5R$* на A*, тогда как умножение $\frac{{}^5R^*}{A^*}$ на коэффициент $k^* = \frac{a}{a^*} \approx \frac{b}{b^*} \approx 0.71$, где $a = 1-\delta = 0.97$ и $a^* = 1.39$ Å, а $b = 1+\delta = 1.03$ и $b^* = 1.44$ Å, дает для радиуса «самой красивой молекулы» величину 3.58 Å при том, что измерения оценивают ее радиальный размер как 3.6 Å.

Характерные размеры молекулы бакминстерфуллерена, вычисленные арифмометрическим методом (АМ) с использованием виртуального масштаба (ВМ), приведены в таблице 5 рядом с опытными данными (ОД) и расчетными результатами (РР), полученными другим способом [12].

Таблица 5

тело / размер	додекаэдр (R)	бакибол (r_2*)		фуллерен C_{60}	
		РР	АМ	АМ	ОД
ребра	$A=1$	1	$A^*=0.491123..$ ВМ	$a=1-\delta$ $b=1+\delta$	$a^*=1.39$ Å $b^*=1.44$ Å
описанной сферы	$\frac{\Phi\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{4}\sqrt{58+18\sqrt{5}}$ 2.478019..	$\frac{\Phi^3}{2}\sqrt{1+\varphi^4+4\varphi^6}$ 2.478019..	2.47… 3.58 Å	3.6 Å
вписанной в 5-угольные грани	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{10}\left(125+41\sqrt{5}\right)}$ 2.327438..	$\frac{\Phi^2}{2}\sqrt{\frac{4+\varphi^4+4\varphi^6}{3-\Phi}}$ 2.327438..	2.31…	–
вписанной в 6-угольные грани	–	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}\left(7+3\sqrt{5}\right)}$ 2.267284..	$\frac{\Phi^2}{2\sqrt{3-\Phi}}:A^*$ 2.267284..	2.267284…	–

Основные результаты:

- Выполнен уточняющий расчет геометрических параметров наномолекулы фуллерена C_{60} арифмометрическим методом, основанном на принципе виртуального масштаба.
- Принятый принцип апробирован решениями задачи о прямом упругом ударе и задачи сближения двух точек. В косом столкновении замечен эффект флюгера, препятствующий сохранению импульса и энергии.
- У членов числовых последовательностей $\{\varphi^n\}$, $\{F_N\}$ и $\{L_N\}$ обнаружено свойство образовывать секстеты – совершенные и гармонические.
- Дано определение функционального секстета из так называемых действительных чисел.
- Показано, что арифметике с постулированными числами Фидия свойственны отношения контрсимметрии и конверсии, обнаруженные модификацией формул среднего арифметического, среднего пропорционального, среднего квадратического и среднего гармонического.
- Доказано, что бинарная арифметика содержит две единицы, получаемые дихотомией особых двоек, приобретающих физический смысл в решениях задач механики и физики.

Литература:

1. Толковый математический словарь. Основные термины. – М.: «Русский язык», 1989. – С. 39.
2. Черепанов О.А. Где начало того конца?... Об альтернативе законам Ньютона и постулатом Эйнштейна. М.: «Гончаръ», 1994. – 184 с.
3. Черепанов О.А. Дихотомия и диарезис. Особые числа в механизме физических взаимодействий. – Уфа: ФСРНИ, 1996. – 125 с.
4. Черепанов О.А. Нестандартная метрология в задачах сближения. // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.16073, 14.09.2010 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/1701-chr.pdf
5. Черепанов О.А. Скалярное моделирование скрытых относительностей. Когнитивная арифмометрия и структуры «золотой» арифметики. // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.15283, 12.05.2009 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/012a/2062-ch.pdf

6. Черепанов О.А. Опыты Араго и Физо против постулатов Эйнштейна. Световая квадроскорость в теории и в экспериментах. – Уфа: ФСРНИ, 1998. – 48 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. – М.: Наука, 1973.
9. Википедия. Икосаэдр.
10. Википедия. Постоянная тонкой структуры.
11. Википедия. Правильный пятиугольник.
12. http://mathworld.wolfram.com/TruncatedIcosahedron.html