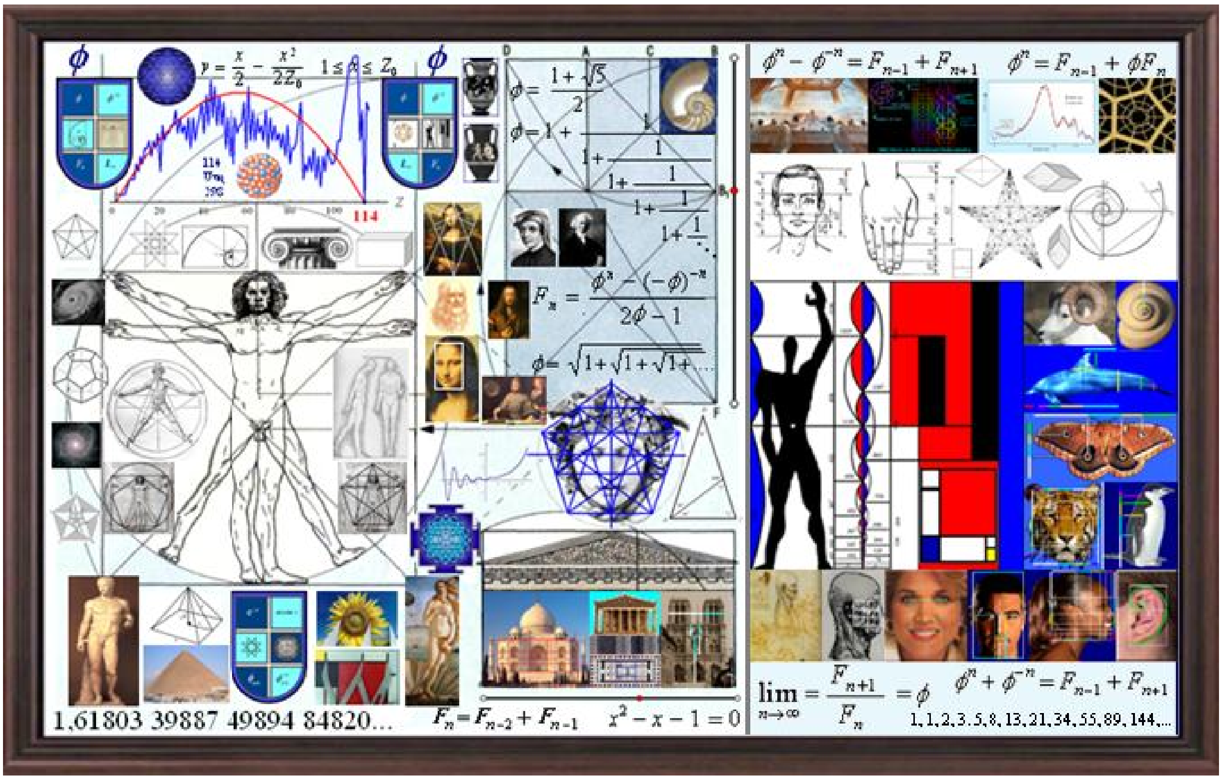
Грант Аракелян

Пик “острова стабильности” и принцип золотого сечения



Числа играют первостепенную роль в понимании и объяснении окружающего нас мира, его прошлого, настоящего и будущего, структуры и механизмов развития. С помощью числовых моделей выявляются и порой удивительно хорошо описываются присущие природе гармония и простота. Характерно, что на всех этапах истории человеческого познания отчетливо проступает стремление к выделению определенных целых чисел как наиболее значимых. Но уже в древнем мире наряду с целыми числами выделяются в качестве значимых и некоторые нецелые числа, в особенности число π. Другая величина, история которой тянется из глубокой древности в современность, это ***число золотого сечения ϕ*** *– одна из немногих известных нам величин, которой можно приписать выходящее за рамки земного космологическое, вселенское содержание. Его широкая известность обусловлена как уникальностью формальных свойств так и многочисленными, порой не предусмотренными и потому весьма неожиданными появлениями в самых внешне несхожих ситуациях, в различных областях, включая ядерную физику. Перспективной сферой приложения принципа золотого сечения может стать проблема стабильности ядер химических элементов, в частности* ***пик*** *в районе* ***114-го элемента*** *“острова стабильности.*

Традиционное понимание золотого сечения

Последовательное изложение истории вопроса, математической теории золотого сечения и ее приложений в нашу задачу, естественно, не входит, см. [Тимердинг; Huntley; Гика; Grunbaum and Shephard; Kappraff; Аракелян 1989; 2007; 2007*a*]. Ограничимся поэтому лишь кратким перечислением некоторых общих сведений. Геометрические построения, равносильные нахождению золотого сечения, встречаются уже в “Началах” Евклида. Но задолго до Евклида о золотом сечении судя по всему знали еще в древнем Египте, Вавилоне и Китае. Помимо геометрии принцип золотого сечения осознанно или бессознательно широко использовался в живописи, скульптуре, декоративно-прикладном искусстве, при изготовлении музыкальных инструментов и особенно в архитектуре. Строители египетских пирамид, Парфенона, средневековых соборов, Витрувий и Ле Корбюзье, Поликлет, Фидий, Леонардо да Винчи и Дюрер, Пифагор, Евдокс, Евклид, Платон, Кеплер и Пачоли, скрипичный мастер Страдивари и психолог Фехнер – вот лишь малая, но представительная часть списка тех, чьи имена так или иначе связаны с историей золотого сечения. Магия золотого сечения возникла еще в древности, сохранилась в средние века и усилилась в эпоху Возрождения. Тогда же, как считают, Леонардо да Винчи ввел в употребление эмоционально окрашенный термин “Sectio aurea” – “золотое сечение”, сохранившийся и поныне (некоторые полагают, что этот термин возник в Германии в середине XIX в., см. [Пидоу, 139; Fowler]), а его друг Лука Пачоли написал иллюстрированный Леонардо трактат “О божественной пропорции” с описанием тринадцати – по числу Христа и двенадцати апостолов – свойств золотого сечения. А употребляемый с прошлого века символ ϕ обычно связывают с первой буквой имени древнегреческого скульптора Фидия (V в. до н.э.), который согласно легенде и исследованиям некоторых современных авторов сознательно и часто использовал принцип золотого сечения в своем творчестве, в том числе при строительстве Парфенона, см. [Ogden; Huntley]. Впрочем, встречаются и два других вида буквы фи – большое Φ и малое φ, причем нередко полагают φ равным Φ^{-1}, а порой, особенно в математических текстах, используется буква τ. Как бы то ни было, после довольно продолжительного периода забвения с середины прошлого столетия, начиная с Цейзинга [Zeising] интерес к использованию золотого сечения в искусстве еще более возрос и кое-кто провозгласил его универсальной для всего совершенного и прекрасного в природе и искусстве пропорцией. Велик интерес и в наши дни, о чем свидетельствует внушительное множество публикаций разного уровня и толка, появившихся в печати только за последние два десятилетия, а также огромное количество активно посещаемых сайтов в Интернете; список наиболее известных из них можно найти например в [Knott; Merrill; *The Fibonacci Association*; *The Fibonacci Quarterly*; Стахов; *Phi: The Golden Number*].

Что же такое золотое сечение? Традиционным считается следующее определение:

целое относится к большей части как большая часть к меньшей

Под целым обычно, хотя вовсе не обязательно, подразумевают геометрический отрезок, который точкой золотого сечения делится на две части так, что больший отрезок является средним пропорциональным между всем отрезком и его меньшей частью.

Рис. 1
Деление точкой C отрезка AB в пропорции $AB/AC = AC/CB$

Существует несколько внешне отличных, но по существу эквивалентных способов нахождения числа золотого сечения. Наиболее удобный, пожалуй, способ определения и конкретного вычисления ϕ состоит в решении квадратного уравнения

$$x^2 - x - 1 = 0 \qquad (1)$$

положительный корень которого и есть искомое число ϕ, отрицательный же корень равен $1 - \phi$. Сразу видно, что ϕ число иррациональное, но в отличие от фундаментальных констант e и π не трансцендентное. Сейчас оно вычислено с точностью до триллиона десятичных знаков без всякой периодичности в их чередовании [Gourdon and Sebah]; здесь же ограничимся сорока знаками после запятой:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803\,39887\,49894\,84820\,45868\,34365\,63811\,77203\ldots \qquad (2)$$

Красота и уникальность непримечательного на первый взгляд исходного квадратного уравнения станет очевидной, если представить его в виде

$$x = 1 + \frac{1}{x}$$

а потом раз за разом заменять x в правой части ее значением $1 + 1/x$. Приходим к замечательному соотношению

$$\phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\ddots}}}}} \tag{3}$$

– пределу бесконечной последовательности рациональных приближений типа P_n/Q_n ($n = 1, 2, 3, \ldots$), называемых подходящими дробями к данному числу.

Вычисляя одну за другой подходящие дроби числа ϕ

$$1,\ 1 + \frac{1}{1} = \frac{2}{1},\ \ 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}} = \frac{3}{2},\ \ 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}}} = \frac{5}{3}, \ldots$$

получаем бесконечную последовательность рациональных чисел

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \frac{55}{34}, \frac{89}{55}, \frac{144}{89}, \frac{233}{144}, \frac{377}{233}, \ldots$$

В силу особенностей построения цепной дроби (3) для любой ее подходящей дроби P_n/Q_n числитель и знаменатель подходящей дроби, во-первых, пробегают одинаковые последовательности чисел (не считая “лишней” единицы у знаменателя), во-вторых, любой член последовательностей P_n и Q_n начиная с третьего равен сумме двух предыдущих:

$$P_n = P_{n-2} + P_{n-1} \tag{4}$$

$$Q_n = Q_{n-2} + Q_{n-1} \tag{5}$$

По сути речь идет о рядах, строящихся по правилу

каждый член ряда начиная с третьего равен сумме двух предыдущих членов.

Последовательность чисел, имеющая это свойство, называется рядом Фибоначчи. В соответствии с определением чисел Фибоначчи как числителей и знаменателей подходящих дробей “золотого” числа

$$\lim_{n \to \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{F_{n+1}}{F_n} = \ldots = \frac{F_{n+k}}{F_{n+k-1}} = \phi \tag{6}$$

Числовой ряд, приводящий к числу ϕ, был открыт в Европе в 1202 году Леонардо Пизанским (Фибоначчи, от *filius Bonacci* – сын Боначчо) в книге “Liber Abacci” (“Книга абака”, переработана в 1228 г.) при решении идеализированной задачи о размножении кроликов. Изучение ряда Фибоначчи, имеющего кстати множество различных обобщений, см. [*Generalizations of Fibonacci numbers*; Аракелян 2007*б*], может довести до самых потайных уголков числовой математики. Простая, почти бытовая, хотя не вполне реалистическая задача со временем породила целую отрасль математики, которая и сегодня находится отнюдь не на обочине научных исследований.

Глубокая связь между константой ϕ, числами Фибоначчи и натуральным рядом раскрывается с помощью известной формулы Бине, впервые возможно открытой Эйлером или даже еще раньше – в 1730 г. Муавром, см. [Knuth]:

$$F_n = \frac{\phi^n - (-\phi)^{-n}}{2\phi - 1} \tag{7}$$

В фундаментальной науке случайных чисел не бывает, как не бывает случайных имен героев в классическом художественном произведении. Путь к пониманию выделенности той или иной константы лежит через анализ ее формальных особенностей. Но истинное математическое совершенство не остается невостребованным: оно как правило имеет выходы за пределы той сравнительно узкой области, в которой определяются формальные свойства. Не составляет исключения и число ϕ, более того: ϕ одна из наиболее характерных в этом отношении математических величин, посредством которой реализуется *принцип золотого сечения*. Под этим условимся понимать возможность адекватного описания данного явления, процесса, эмпирического факта, соотношений между величинами и так далее в рамках математического аппарата теории золотой пропорции.

Принцип золотого сечения и ядра атомов

Во многих случаях оптимальная согласованность частей целого, максимальная уравновешенность, устойчивость, стабильность системы реализуется в принципе золотого сечения и выражается числом ϕ и его гомологами. Перспективной сферой приложения принципа золотого сечения является ядерная физика, в частности нуждающийся в предварительном пояснении вопрос стабильности ядер и соотношения между числом протонов и нейтронов. Ядра атомов за исключением водорода и в какой-то мере водородоподобных атомов представляют собой довольно сложные системы, поэтому применение фундаментальных физических принципов и законов нередко наталкивается здесь на огромные трудности и оказывается малоэффективным. Кроме того природа и механизмы сил, удерживающих нуклоны в ядре, еще недостаточно изучены. Существует целый ряд конкурирующих полуэмпирических моделей ядра, см. например гл. III в **[**Широков, Юдин**]**, каждая со своими достоинствами и недостатками, но в рамках ни одной из них не удалось достичь достаточно точных и относящихся ко всему ряду химических элементов предсказаний насчет оптимального, обеспечивающего наибольшую устойчивость числа нейтронов N или массового числа $A = N + Z$ при заданном числе протонов Z. Есть, правда, независимая от конкретных модельных допущений и считающаяся почти универсальной полуэмпирическая формула Вейцзеккера, которая устанавливает зависимость энергии связи $E_{св}$ ядра от Z и A. Она обычно записывается в виде

$$E_{св}(A, Z) = \varepsilon A - \alpha A^{2/3} - \beta Z^2 A^{-1/3} - \gamma \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \sigma(A, Z) \qquad (8)$$

где $\sigma(A, Z)$ поправочный член, а ε, α, β, γ эмпирически подобранные постоянные. Слагаемое $\sigma(A, Z)$ зависит от четности A и Z:

$$\sigma(A, Z) = \begin{cases} 33{,}57\, A^{-3/4} \text{ МэВ} & \text{четные } A \text{ и } Z \\ 0 & \text{нечетное } A \\ -33{,}57\, A^{-3/4} \text{ МэВ} & \text{четное } A, \text{ нечетное } Z \end{cases}$$

Для постоянных параметров применяются разные наборы значений, например по **[**Шапиро, 922**]** наилучшее согласие с экспериментом достигается при

$$\varepsilon = 14{,}03 \text{ МэВ}, \ \alpha = 13{,}03 \text{ МэВ}, \ \beta = 0{,}5835 \text{ МэВ}, \ \gamma = 77{,}25 \text{ МэВ}$$

есть немало других вариантов. Формула (8) дает неплохое приближение для энергий связи устойчивых ядер, но в случаях, когда Z и/или N равно одному из магических чисел ядерной физики: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, расхождение с опытом оказывается довольно значительным, до одного процента. Пользуясь формулой Вейцзеккера, можно найти интересующую нас связь между Z и A (или N) для стабильных ядер. Определяя максимум функции $E(Z)$, то есть приравнивая к нулю производную $\partial E(Z)/\partial Z$, придем к формуле

$$Z = \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015 A^{2/3}} \qquad (9)$$

которой обычно и пользуются при расчетах. Для испытания на точность формулы (9) возьмем ядра элементов, расположенные в разных частях периодической таблицы; удобства ради лучше брать элементы, имеющие единственный нестабильный изотоп, поскольку приводимые в периодической таблице атомные массы этих элементов очень близки к целочисленным значениям их массовых чисел A, что значительно упрощает сравнение. При $A = 9$ (бериллий) получим $Z = 4{,}4$ вместо 4; при $A = 27$ (алюминий) $Z = 12{,}77$, что довольно близко к истинному значению 13; при $A = 133$ (цезий) $Z = 56{,}098$ – на единицу больше порядкового номера цезия, наконец при $A = 232$ (торий) $Z = 91{,}11$ вместо 90.

Следовательно, формула (9), не учитывающая некоторые тонкие эффекты квантовомеханического характера, хорошо аппроксимирует одни ядра и значительно хуже другие, особенно с большими порядковыми номерами Z.

Таким образом, решая вопрос оптимального – обеспечивающего наибольшую стабильность по отношению к распаду – числа нейтронов при заданном значении Z, нельзя опереться ни на "высокую теорию" ни на ядерные модели ни на полуэмпирическую формулу. Первая обычно успешно применяется к системам с крайне ограниченным либо с очень большим числом элементов, а поскольку ядра тяжелых элементов не относятся ни к тем ни к другим, теория здесь мало эффективна. Что касается формулы Вейцзеккера, то мы имели возможность убедиться, что в области больших Z она работает неважно и содержит слишком много подгоночных, к тому же далеко не однозначно определяемых параметров. Но есть другая, бесхитростная и вполне надежная основа. Это опытные данные для отношений N/Z и $A/Z = 1 + N/Z$, которые могут сослужить нам добрую службу. К настоящему времени обнаружены в природе или получены опытным путем первые 118 элементов периодической системы, причем последние несколько элементов синтезированы недавно в Дубне [Oganessian *et al*. 2000; 2003; Ununquadium] с участием Ливерморской лаборатории. На имеющиеся сто восемнадцать элементов приходится несколько тысяч стабильных и нестабильных изотопов, поэтому для каждого Z естественно брать среднее взвешенное значение $\bar{N}$, или атомную массу (атомный вес) $\bar{A} = Z + \bar{N}$, усредненные по всем изотопам, другими словами табличные значения $\bar{A}$ тех элементов, для которых они известны, см. [Pure Appl. Chem.; Winter]. Однако и здесь есть свои трудности, связанные с отсутствием стабильных изотопов, или хотя бы изотопов с большим, исчисляемым годами временем жизни τ у многих элементов, особенно с большими номерами Z. Стабильных изотопов нет уже у полученных искусственным путем технеция ($Z = 43$) и прометия ($Z = 61$), а все элементы с $Z > 82$ радиоактивны. Только у трех тяжелых радиоактивных элементов – тория ($Z = 90$), протактиния ($Z = 91$) и урана ($Z = 92$) определены их атомные массы; во всех остальных случаях в таблицах приводятся массовые числа наиболее долгоживущих (среди обнаруженных, а не принципиально возможных) изотопов данного химического элемента. Учитывая это обстоятельство, следует опираться лишь на относительно надежные данные. Откладывая по оси абсцисс значения Z, а по оси ординат соответствующие значения $\bar{N}/Z$ и соединяя точки прямыми, получим график с характерными для ядерной физики всплесками.

Рис. 2
Зависимость $\bar{N}/Z$ от Z

С изменением Z от 2 до 92 кривая, неравномерно возрастая, меняется в пределах от 1 до 1,59 и приближается к прямой $\bar{N}/Z = \phi$. Точно такую же форму имеет график функции $\bar{A}/Z = 1 + \bar{N}/Z$, достигающий значения 2,59 при $Z = 92$. Данные в эмпирически относительно малоизученной области от $Z = 93$ до $Z = 116$, особенно для последних шести элементов, слишком неполны и неточны, чтобы можно было на них опереться. Может быть поэтому ход кривой в этом интервале, ее неожиданное "падение" не согласуется с наблюдаемой для остального интервала тенденцией приближаться к прямой $y = \phi$. В любом случае возникают серьезные сомнения в обоснованности предположения, что кривая $\overline{N}(Z)$ с ростом Z стремится к числу ϕ, а кривая $\overline{A}(Z)$ к ϕ^2. Единственное, о чем можно с уверенностью утверждать на основе имеющихся данных, это опережающий рост числа нейтронов по сравнению с протонами, а значит увеличение в целом, хоть и весьма неравномерное, отношения $\overline{N}/Z$ по мере увеличения Z. Качественная природа данного явления находит разумное объяснение в ядерной физике, но точный количественный анализ на глубоком теоретическом уровне провести не удается. Ряд из сотни членов сам по себе не настолько велик, а число 1,59 и $\phi \approx 1{,}62$ не настолько близки друг к другу, чтобы делать однозначное заключение с далеко идущими выводами.

Если однако прибегнуть к экстраполяции, опирающейся на предсказания теории, принцип золотого сечения, похоже, подтверждается и приобретает конкретное содержание. В последние десятилетия интенсивно обсуждалась возможность существования “острова стабильности” в районе $Z_{\text{ст}} = 114$. Теоретические расчеты, проведенные несколькими исследовательскими группами, неизменно давали число 114 как одно из магических чисел физики ядра, при наличии которых нейтронные оболочки ядер целиком заполнены, вследствие чего барьер деления таких ядер выше чем у соседних и они обладают повышенной устойчивостью **[**Münzenberg *et al.*; Перелыгин, Стеценко; Ghiorso *et al.***]**. В свете того, что радиоактивный распад ядра и связанная с золотым сечением логарифмическая спираль описываются дифференциальными уравнениями первой степени типа $z' = az$, точнее

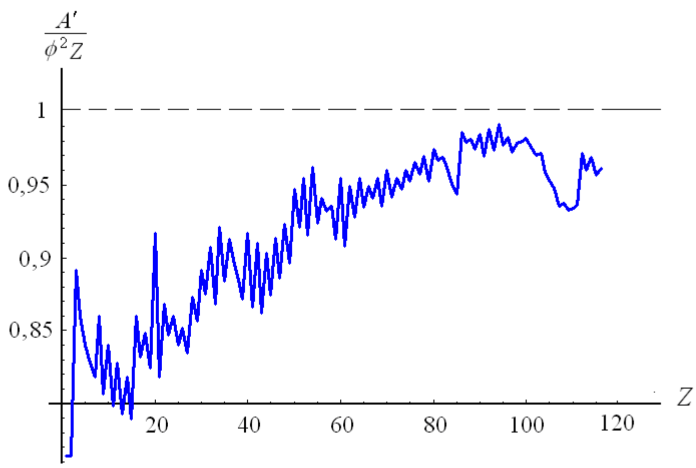
$$dy/dx = -y, \quad dr/d\theta = kr$$

данное совпадение хоть и не находит исчерпывающего объяснения, но не выглядит случайным. Время жизни 114-го элемента относительно спонтанного деления согласно некоторым оценкам, см. **[**Поликанов, 62**]**, равно 10^{19} лет, что на три порядка выше чем у изотопа урана ${}_{92}U^{238}$ и на два – возраста Вселенной. Есть и другие, более умеренные оценки, но во всех вариантах речь идет о временах жизни, близких по порядку к возрасту Вселенной. Что касается количества нейтронов $N_{\text{ст}}$ элемента с $Z_{\text{ст}} = 114$, то и оно выражается магическим числом 184, следовательно это ядро дважды магическое; кстати говоря, это химический аналог свинца, отсюда необычная для столь тяжелого элемента устойчивость. Но если умножить 114 на ϕ, ближайшим к полученному результату целым числом окажется как раз число 184! Таким образом, отношения $N_{\text{ст}}/Z_{\text{ст}} = 184/114$ и $A_{\text{ст}}/Z_{\text{ст}} = 298/114$ равны ϕ и ϕ^2 с точностью, которая вообще достижима для данного $Z_{\text{ст}}$:

$$N_{\text{ст}} = R(\phi Z_{\text{ст}}) = 184 \tag{10}$$

$$A_{\text{ст}} = R(\phi N_{\text{ст}}) = R(\phi^2 Z_{\text{ст}}) = 298, \quad 184/114 \approx \phi \tag{11}$$

Если сумму $A = N + Z$ геометрически представить отрезком меняющейся в зависимости от Z длины и с переменной точкой $x = N/Z$, производящей сечение этого отрезка, то с увеличением Z сечение всё ближе к золотому, а при $Z_{\text{ст}} = 114$ с относительным отклонением $\sigma \approx 0{,}0025$ становится золотым.



\

Рис. 3

График зависимости функции $A'/\phi^2 Z$ от Z

Вместо взвешенного среднего $\bar{A}$ возьмем теперь величину A' – массовое число самого тяжелого среди всех стабильных изотопов данного элемента; в случае отсутствия таковых условимся понимать под A' массовое число изотопа, имеющего наибольший период полураспада, – см. например таблицу изотопов в [Широков, Юдин, 695–709]. Из рисунка 3 видно, что экстраполяция по средней линии пиков и впадин кривой $\frac{A'}{\phi^2 Z}(Z)$ (если только исключить последний, крайне пока ненадежный участок кривой) приводит к значению $Z_{ст} = 114$, для которого значение ординаты очень близко к единице.

Степень отклоненности A' от золотой пропорции удобно оценить для данного Z и в целых числах (рис. 4). Округляя $\phi^2 Z$ до ближайшего целого числа функцией $R(x)$ и соединяя прямыми соответствующие целочисленные значения $R(\phi^2 Z) - A'$, получим в общем сходную с параболой кривую, пересекающую с теми же, что выше, оговорками ось абсцисс во всё той же магической точке $Z_{ст} = 114$.

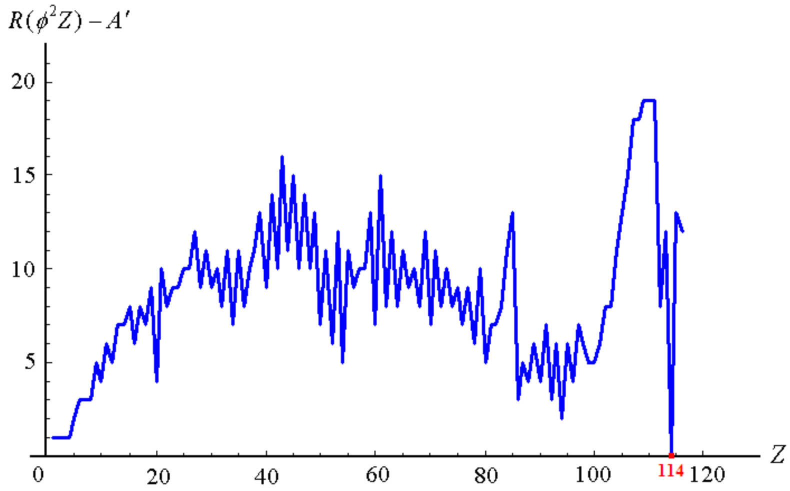


Рис. 4
График зависимости функции $R(\phi^2 Z) - A'$ от Z

Пики и впадины, не говоря уж о малоизученной области больших значений Z, конечно, “путают карты” и лишь реальное обнаружение сверхстабильного элемента с $Z = 114$ и $A = 298$ наряду с намного более полным знанием изотопов тех элементов, для которых $Z > 100$, поможет расставить точки над i в данном вопросе. На основе предположений о существовании пика “острова стабильности” и роли константы ϕ в периодической системе химических элементов, а также приведенных выше кривых можно допустить, что рано или поздно будут обнаружены тяжелые изотопы сверхтяжелых элементов и ход кривой на последнем участке станет куда более плавным. Если с учетом этого провести аналитическую аппроксимацию последней экспериментальной кривой по средним точкам, то придем к уравнению

$$y = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2Z_0} = \frac{x}{2}\left(1 - \frac{x}{Z_0}\right), \quad 1 \le x \le Z_0 \tag{12}$$

где Z_0 обозначает точку $x = 114$, в которой функция $y = \overline{\phi^2 Z - A'}$ обращается в нуль. Это уравнение параболы, ограниченной точкой $x = 1$ и “золотой” точкой $x = 114$, в которой по предположению $R(\bar{N}/Z - \phi) = 0$.

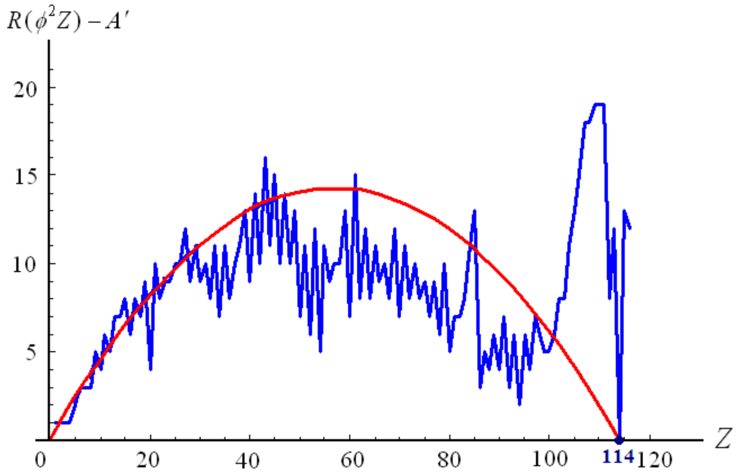


Рис. 5

Аппроксимация функции $R(\phi^2 Z)-A'$ посредством параболы

Парабола – кривая весьма распространенного вида движения в природе, по параболической траектории движется например снаряд, выпущенный из орудия, по параболе падает тело, имеющее отличную от нуля горизонтальную составляющую начальной скорости. Параболическая траектория вообще характерна для движения тел под действием гравитационной и электрической сил, меняющихся, как известно, по закону обратных квадратов. Если уравнение (12) найдет когда-нибудь более серьезное эмпирическое подтверждение, можно будет говорить о "параболическом законе стабильности" ядер химических элементов, означающем, что в первом приближении отклонение отношения N/Z для наиболее стабильных изотопов от золотой пропорции описывается уравнением параболы типа

$$y=\frac{x}{a}-\frac{x^2}{aZ_0}$$

с константой 2 в качестве множителя a.

Гипотетическое уравнение (12), как и все приведенные выше графики, особенно последние два, подводят к заключению, что при экспериментальном подтверждении существования "острова стабильности" с вершиной в точке Z = 114 и A = 298, принцип золотой пропорции распространится на силы, удерживающие нуклоны в ядре, в качестве условия, отвечающего наиболее устойчивым состояниям. Остается неясным, есть ли число ϕ некое предельное соотношение для всего ряда химических элементов или же особая "точка стабильности", отграничивающая более стабильные элементы от менее стабильных. Между тем не имеющий пока утвержденного названия (Ununquadium, Атлантисий, Лазаревий, Оганессий) обозначаемый как Uuq 114-ый элемент экспериментально получен наряду с 116-ым в Дубне в конце 1998 года [Оганесян]. До сих пор получены лишь несколько изотоп0в элемента Uuq: A = 286−289 с периодом полураспада $T_{1/2}$ от 0,13 с до 66 с [Ununquadium]. Для сравнения: периоды полураспада четных соседей 114-го элемента 112-го Uub и 116-го Uuh на несколько порядков меньше [Winter]. Вообще с изменением Z от 92 до 112 период полураспада (или время жизни) уменьшается приблизительно по логарифмическому закону на 20 порядков, с 4,6 млрд. лет до миллисекунд! На этом фоне десятки секунд – огромное, конечно, время для тяжелых ядер, поэтому открытие теоретически предсказанного еще три десятилетия назад "острова стабильности" следует считать состоявшимся фактом. Тем более что по ядерным масштабам времена жизни соседних с 114-ым недавно синтезированных 113-го и 115-го элементов оказались поистине огромными. Весь вопрос теперь в том, есть ли на этом чудном острове замечательная "золотая" вершина $_{114}Uub^{298}$ с фантастически большим, притом не в ядерном, а в космическом масштабе, периодом полураспада? Ответ на этот вопрос, возможно, будет получен уже в недалеком будущем.

Литература

Аракелян Г.Б. *Числа и величины в современной физике*. Ереван: Изд. АН, 1989

– *Фундаментальная теория ЛМФ*. *Гл. 4. Принцип золотого сечения*. Ереван, 2007

– *Там же*. *Гл. 5. Принцип золотого сечения (продолжение)* 2007*а*

– *Там же*. *Гл. 6. Обобщенная теория золотой пропорции* 2007*б*

Гика М. *Эстетика пропорций в природе и искусстве*. М.: Изд. Акад. архитектуры, 1936

Оганесян Ю.Ц. *Новая область ядерной стабильности*. Вестник Российской АН, 2001, т. 71, №7, с. 590–599

Пидоу Д. *Геометрия и искусство*. М.: Мир, 1979

Перелыгин В.П., Стеценко С.Г. Письма ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 622

Поликанов С.М. *Необычные ядра и атомы*. М.: Наука, 1977

Стахов А.П. Музей Гармонии и Золотого Сечения http://www.goldenmuseum.com/index_rus.html

Тимердинг Г.Е. *Золотое сечение*. Петроград.: Научн. изд., 1924

Шапиро И.С. *Ядро атомное*. В кн.: Физический энцикл. словарь. М.: Сов. энцикл., 1983, с. 922–927

Широков Ю.М., Юдин Н.П. *Ядерная физика*. М.: Наука, 1980

Fowler H.D. *A Generalization of the Golden Section*. The Fib. Quart. **20**, 146–158 (1982)

Generalizations of Fibonacci numbers. Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/Generalizations_of_Fibonacci_numbers

Ghiorso A. et al. Phys. Rev. Lett. **22**, 1317 (1969)

Gourdon X. and **Sebah P.** *Numbers, Constants and Computation. Constants and Records of Computation* http://numbers.computation.free.fr/Constants/Miscellaneous/Records.html

Grünbaum B. and **Shephard G.C.** *Tilings and Patterns*. New York: W.H.Freeman & Co., 1987

Huntley H.E. *The Divine Proportion: A Study In Mathematical Beauty*. New York: Dover Publications, Inc., 1970

Kappraff J. *Connections: The Geometric Bridge Between Art and Science*. New York: McGraw-Hill, 1991

Knott R. *Fibonacci Numbers and the Golden Section* http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/

Knuth D.E. *The Art of Computer Programming*. Fundamental Algorithms, v.1. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1997

Merrill D. *The Fib-Phi Link Page* http://www.goldenratio.org/info/index.html

Münzenberg G. et al. Z. Phys. A: Atoms and Nuclei **317**, 235 (1984)

Ogden R.M. *Naive Geometry in the Psychology of Art*. Amer. Journ. of Psychology **49**, 198–216 (1937)

Oganessian Yu.Ts. et al. Phys. Rev. **C62**, 041604(R) (2000)

– JINR Communication E7-2003-178 (2003)

Phi: The Golden Number http://goldennumber.net/classic/index.html

Pure Appl. Chem. **73**, 667–683 (2001)

The Fibonacci Association Official Website http://www.mscs.dal.ca/Fibonacci/

The Fibonacci Quarterly, 1963–2010 http://www.engineering.sdstate.edu/~fib/

Ununquadium. Wikipedia http://en.wikipedia.org/wiki/Ununquadium

Winter M. *WebElements™. Professional edition* http://www.webelements.com/

Zeising A. *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers aus einem bisher unerkannt gebliebenen, die ganze Natur und Kunst durchdringenden morphologischen Grundgesetze entwickelt und mit einer vollständigen historischen Uebersicht der bisherigen Systeme begleitet*. Leipzig: Weigel, 1854