

С.Л. Василенко

Базовое тождество математических основ гармонии

Светлой памяти
Л.Эйлера и М.Марутаева

*Мне известно, что мне ничего не известно, –
Вот последний секрет из постигнутых мной.*
Омар Хайям, "Рубаи", Пер. Г. Плисецкого

Введение. Идея новой научно-концептуальной линии-дисциплины «математические начала (основы) гармонии» (МНГ) принадлежит русскому ученому и композитору М. Марутаеву.

Это теоретическое строго-терминологическое понятие впервые им предложено в коллективной монографии 1990 г. [1] в разделе «Гармония как закономерность природы» (с.130–233).

В объединении смысловых конструкций, за которыми стоят математика и гармония, чувствуются звучания глубинно-потаенных музыкальных звуков и тонкие вибрации находящей новой волны в познании мира.

Пожалуй, именно гармония способна стать объединяющим началом третьего тысячелетия в истории человечества, взяв на себя ответственность за адекватное отражение вызовов времени с ясной жизнеутверждающей целью.

Правомерность и потребность конструкции МНГ обоснована в статьях [2, 3] для обеспечения историчности и научной стройности учения.

Высказана мысль, что чисто механистическое слияние слов в одном фразеологизме "математика гармонии" сродни таким созвучиям как "математика кибернетики, <информации>, <синергетики>" и противоречит устоявшейся научной практике¹ [4–9].

Обстоятельный и разноплановый математико-философский анализ МНГ, как мировоззренческой и методологической основы для исследования гармонии целостности и математических подходов к её моделированию, представлен в работе [10].

Отмечено, что какой-либо особой и отдельно взятой математики, разработанной специально для отображения гармонии, сегодня не существует.

В математических кругах о ней ничего не известно.

В истории математики Нового времени также отсутствуют какие-либо попытки составлять (обустраивать) отдельные подразделы, связанные с гармонией. А подобные вопросы никогда и никем из известных математиков не поднимались.

Но есть весьма примечательные исторические линии, с которых и начнем наше основное повествование.

Исторические параллели². Около девятнадцати веков гармония или гармоника (а после Бозэция³ – "музыка", но опять-таки в ее гармонических или звуковысотных аспектах) была одна из четырех математических наук и дисциплин⁴.

¹ Существуют научно обоснованные и терминологически выдержанные понятия: математические основы <кибернетики>, <информатики>, <синергетики>, <теории систем>, <риска>, <менеджмента>, <криптографии>, <моделирования>, <автоматики> и т.п. Разрабатывается математическая теория <пластичности>, <поля>, <надежности>, <эксперимента>, <ценообразования>, <рассеяния>, <кровообращения>, <живучести>, <энтропии>, <горения>, <электричества> и т.д. Различают также математические методы в <экономике>, <химии>, <психологии>, <географии>, <технике>, <управлении>, <архитектуре>, <научных исследованиях>, <бизнесе> и др.

² Подраздел составлен при непосредственном участии Марьяны Булевой (Плевен, Болгария).

Она являлась неотъемлемой частью математики или той составляющей, которая изучала числовые отношения и пропорции.

Это исторический факт, который свидетельствует о том, что де-факто существовала такая математическая дисциплина как гармония!

В этом смысле говорить о "математике гармонии" с точки зрения античных мыслителей это все равно, что данную тему уподоблять и сводить к математике арифметики, математике геометрии или математике астрономии. Потому как эти 4 "матемы" и были арифметика, геометрия, гармония и астрономия. У Платона к ним привязывается и стереометрия.

Обычно для четырех "матем" дается следующее объяснение [11, гл. 3]:

«Поэтому ясно, что к изучению количества приложимы два метода схватывания знания и суждения: арифметика – к тому, которое рассматривается само по себе, и музыка – к тому, которое рассматривается в отношении к другому.

И опять же, поскольку одни размеры рассматриваются в неподвижности и покое, а другие – в движении и обращении, с размерами имеют дело две другие науки: геометрия – с неподвижным и покоящимся, а сфера – с подвижным и вращающимся.

Без всего этого невозможно ни тщательно исследовать виды сущего, ни открывать истину сущего, знание которого является мудростью; и ясно, что без этого нельзя и правильно философствовать».

Автор "Теологумены арифметики" напоминает нам, что Клиний из Тарента говорил: «Покоясь, они породили арифметику и геометрию, придя в движение – гармонию и астрономию» [12, с. 10].

Как видно "матема гармония" (но не "математика гармонии"!) занималась числовыми отношениями и пропорциями на основе созвучий и тоновых родов, и вполне естественно, что иногда ее называли "музыкой".

Какова судьба науки гармонии (музыки) в средневековье? – Благодаря Боэцию она много веков пребывала в рамках квадривиума как математическая дисциплина. Но в новых трактатах, которые часто интегрировали в математическую информацию о музыке, начинаются процессы расширения эстетизма и разработки музыкально-теоретических специфических подходов, связанных с актуальной музыкальной практикой⁵.

В эпоху Нового времени наука "гармония" становится музыкально-теоретической.

А математические поиски в рамках гармонии уводят ее к физическим интерпретациям, то есть к акустике. Но на протяжении почти 19 веков античности и средневековья гармония действительно играла ключевую роль между метафизикой и физикой.

Поэтому Роберт Килуордби (XIII век) в своем трактате "De ortu scientiarum" назвал один из разделов: «О различиях между гармоникой и естественной наукой, и каким образом [гармоника] является математикой и [наукой] абстрактнее естественной» [13].

Таким образом, в контексте идей выдающихся философов античности и средневековья рассуждать о "математике гармонии" – это всё равно, что говорить о математике арифметики (геометрии) и т.п.

³ Аниций Манлий Торкват Северин Боэций (ок. 480–524), – римский государственный деятель (консул, первый министр королевства), христианский философ-неоплатоник. Его главное сочинение «Об утешении философией», написанное в ожидании собственной казни, – последнее произведение древнего мира, в котором отсутствует христианская идеология и ни разу не упомянуто имя Христа.

⁴ Имеется ввиду время от Архита (9 веков до Боэция) до середины XV века, когда музыка, как дисциплина квадривиума, в Университетах еще изучалась "по Боэцию" (*Герцман Е.* Музыкальная Боэциана. – Санкт-Петербург, 1995. – с. 13 и с. 27)

⁵ Об этом сложном и длинном историческом процессе в эпохах античности и средневековья пишет М. Булева в IV части своей книги о гармонии, начиная с сопоставления двух античных трактатов: "Деление канона" Псевдо-Евклида и "Элементы гармоник" Аристоксена и прослеживая его на примере древнегреческих и латинских трактатов.

Здесь можно поставить два правомерных вопроса.

Первый вопрос: почему для математических исследований в сфере отношений и пропорций древние философы выбрали музыку? – Потому что сам музыкальный звук – уникальное организованное во времени явление. Он пребывает посередине материального и духовного: его невозможно увидеть, но можно определить источник.

Не случайно от древних ритуалов до нынешних дней музыка совершает субстанционально-энергетический переход к сакральному и божественному началу. Музыкальные гармонии⁶ красивые и глубоко воздействующие, формирующие этос⁷, но одновременно с этим у них четкие математические основания.

Именно благодаря музыке Пифагор успел постичь единство ума и души, рационального и красивого, земного и космического. Кстати все 4 "матемы" присутствовали в античности как "проводники" философии, а в средних веках – и богословия. Поэтому Филон Александрийский (ок.25 до н.э. – ок.50 н.э.) аллегорически уподобил философию – Сарре, а математические науки – ее рабыне Агари.

Второй вопрос: если музыка постепенно "приобрела права" над наукой гармонии, разве универсальная идея гармонии ушла? – Разумеется, нет. Потому что она всегда сохраняла свои общефилософские аспекты единства и целостности: единство противоположностей (Гераклит), любовь (Эмпедокл), функциональное единство частей в целостности (Аристотель, Плотин, Августин), синергию (в православном богословии) и т. д.

Так что в современной эпохе возрождается не просто умственное постижение гармонии, а идея передать формализованные основания или аспекты гармонии на базе обширных достижений математической науки. Поэтому, не мудрствуя лукаво, сегодня ничто не мешает нам в рамках теоретического направления МНГ означить интересующие признаки (стороны) гармонии и описывать их уже в существующих понятиях и традициях математического языка.

Можно и наоборот: имеющиеся или новые математические закономерности распространять на изучаемые стороны гармонии.

Так или иначе, но развитие математических начал (основ) гармонии – это историческая преемственность, соблюдение научной этики, терминологическая корректность и весьма символичная переключка веков с «Началами» Евклида и Ньютона – двумя важными научными вехами человечества в познании мира.

Известно частное мнение [14], что «в русском языке слова "начала" и "основы" омонимичны, обозначая, с одной стороны что-то основательное, фундаментальное, а с другой – нечто простое, элементарное, школярское». – Довольно самобытное изъяснение, да ещё со сбивчивым порядком изложения (начала фундаментальны, основы – школярство?), если в словаре синонимов (<http://www.edudic.ru/sin/2424/>) *начала* – это основы, основания, а в словаре Ефремовой (<http://www.edudic.ru/efr/56720/>) – основные положения, принципы. В словах "основы, начала" только одна общая буква "н", тогда, причем здесь омонимичность⁸?

Профессор также путается в трёх словах, говоря о замене "МГ" на "начала МГ", что и вовсе искажает и нивелирует идею М.Марутаева о "математических началах гармонии".

Начала как эпохальные поступи человеческой мысли.

Итак, *начала* – это основы, основания, основные положения, принципы.

Это нечто особо значимое, главное, основополагающее, базовое и фундаментальное.

⁶ ГАРМОНИЯ в музыке – приятная для слуха и постигаемая разумом слаженность звуков, их объединение в созвучия и закономерность следования.

⁷ ЭТОС (греч. *ethos*) – термин античной философии, обозначающий характер лица или явления. Этос музыки – её внутренний строй и характер воздействия на человека.

⁸ ОМОНИМЫ – слова, совпадающие по звучанию и/или по написанию, но различные по значению.

Евклид. Замечательные "*Начала*" Евклида [15–18] сыграли важную идейно-методологическую роль в создании и развитии науки как образец трактата, строго и систематически излагающего основные положения математической науки.

Начала стали основой для последующих геометрических работ Архимеда и других античных авторов. *Начала* Евклида в течение более двух тысячелетий (!) оставались базовым учебником геометрии. Евклид включил в учебник достижения научной мысли своих предшественников, значительно обработав имеющийся материал и сведя его воедино.

Ньютон. В фундаментальном труде И.Ньютона «Математические *начала* натуральной философии» [19] изложен закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики.

"*Начала*" Ньютона – одно из величайших творений в истории естествознания.

Это сочинение заложило основы механики, теоретической физики и астрономии.

В нем сформулирована программа развития этих областей науки, которая оставалась определяющей на протяжении более полутора веков.

Математический аппарат и общую структуру книги И.Ньютон сознательно построил максимально близкими к существующему тогда стандарту научной строгости – "*Началам*" Евклида [20]. То есть слово "*начала*" в русском изложении названия перекликается с названием труда Евклида. В некоторой мере, здесь присутствуют отголоски разного употребления синонимов (Στοιχεῖα означает и *начала*, и *элементы*), поэтому в латинском переводе Евклида стоит слово *Elementa*, а у Ньютона – *Principia*.

Но главная суть от этого не меняется. – Даже если в современном языке труд Ньютона лучше называть как «Математические основы физики».

Марутаев. Помимо вышеупомянутого раздела в монографии [1] М.Марутаевым была задумана многоплановая книга⁹ по гармонии Вселенной, которую он так и не смог закончить при жизни. Частично её идеи изложены в статье [21].

Мы не будем пока расширять понятийную основу МНГ. Возможно, его книга почти готова. Найдутся энтузиасты-ученики или родственники, которые постараются довести дело до конца, и книга увидит свет. И тогда можно будет точнее изложить его концепцию.

Исходя из этого, пока ограничимся тезисным изложением основных положений.

Можно сказать, что русский композитор и ученый М. Марутаев открыл новую страничку основ гармонии на рубеже конца второго – начала третьего тысячелетий.

Это исходный рубеж новой эпохи, наполненным новым учением о гармонии.

Как единственный шанс, который еще способен отвести человечество от всего негативного, что накопилось и приобретено за времена цивилизации.

Ни политики, не разноплановые церкви уже не способны выработать общие согласованные правила выживаемости человечества. Цинизм, местничество и непримиримая борьба за власть процветают на уровне межгосударственных отношений.

"Мир спасет красота" (Ф. Достоевский, "Идиот").

Мир спасут музыканты и скульпторы, художники и архитекторы, поэты и прозаики со всей Земли. – Люди творчества, которые способны почувствовать и донести в культурно-художественных образах тонкие вибрации и биоритмы Вселенной.

Математические *начала* (основы, основания) гармонии – это как музыка и луч света или проблеск надежды в реализации ноосферного разума мироздания (по Вернадскому), как понятный язык международных коммуникационных связей.

Гармонию Марутаев видел в виде парадоксального тождества противоположностей на основе аксиоматического построения теории гармонии.

В его представлении мир – это гармония, которая первична и порождает материю.

⁹ *Марутаев М.* Аннотация новой книги. – <http://marutaev.ru/book.htm>.

Закон гармонии не имеет ни физического, ни химического, ни биологического, ни какого-либо иного смысла конкретных наук. Здесь смысл сущностный. Гармония – закон общий, его нельзя объяснить никакими известными (т.е. частными) законами.

Свою математическую теорию гармонии он строит на основе аддитивного и мультипликативного принципа математики, а также – симметрии и средних пропорциональных (арифметическом, геометрическом, гармоническом). Причем симметрия рассматривается качественная (сущностная) и нарушенная.

Отдельно им выделяется золотое сечение (ЗС).

Заметим, отдельно (!), и только после обозначения главных линий симметрии.

Синтез базового тождества. К сожалению, приходится констатировать, что некоторые исследователи, заимствовав саму идею МНГ, на деле ломают марутаевскую структуру, а широкое пространство математических аспектов в гармонии сводят к слабо выразительным частным разделам математики в виде комбинаторики и ЗС.

Подобная узость рассмотрения предметной области не способна обеспечить выполнение основного предназначения или миссию МНГ, стать новой научно парадигмой третьего тысячелетия. Такая искусственная ограниченность плохо ассоциируется с объединением ключевых закономерностей современных наук через гармонию и математику.

В целом данный вопрос, конечно, требует отдельной и серьезной проработки в разных его аспектах.

А пока в МНГ представляется важным зафиксировать основную математическую форму как некий базис коммуникационных связей между разными научными концепциями и направлениями. Алгебраического уравнения ЗС здесь явно недостаточно.

В определенной мере данная проблематика не имеет единственного решения.

Весьма трудно объединить в одну непротиворечивую математическую форму причинно-следственные отношения разных научных дисциплин и общей суммы человеческих знаний.

И тем не менее... Это очень важно. Как бренд или визитная карточка теории.

Сдается, что в первом приближении такой интегрирующей формой может стать некое универсальное отношение между фундаментальными математическими константами.

Именно математическими, ибо физические постоянные имеют низкую степень точности и являются скорее приближенно-эмпирическими коэффициентами либо параметрами, нежели константами.

И тут нам на помощь приходит знаменитый математик Л.Эйлер.

Эйлер – по праву считается самым продуктивным и непревзойденным математиком в истории по объему полученных результатов.

Он – прирожденный и самый совершенный алгоритмист – ученый, который изобретает алгоритмы для решения задач специальных видов.

Эйлер – автор многочисленных математических открытий [22, с. 204–251; 23].

Ему принадлежит «рассмотрение конических сечений и поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве с точки зрения унифицированного подхода на основе общего уравнения второй степени» [24, с. 124]. Для нас это особенно важно в связи с обоснованием триномиально-квадратичного кода мироздания [25, 26].

Эйлер также ввел формулу, которая связывает комплексную экспоненту с тригонометрическими функциями для любого вещественного числа x : $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, где e – основание натурального логарифма, i – мнимая единица [23, 27].

При $x = \pi$ получается знаменитое тождество Эйлера $e^{i\pi} + 1 = 0$, которое связывает пять констант, в том числе 1 и 0 как нейтральные элементы по операциям умножения и сложения.

Вполне естественно, что Эйлер тогда и не думал о золотом сечении, хотя оно и взаимосвязано с уравнением параболы и буквально просится, чтобы "замкнуть константами" конические сечения в виде совокупности окружностей (эллипсов), парабол и гипербол.

Оно для многих математиков было не значимым, поскольку, в отличие от (π , e) почти "не высвечивалось" в приложениях.

Однако без константы ЗС конические сечения и поверхности второго порядка в трехмерном пространстве оказываются не полными.

Параллельно заметим, что для ЗС используются разные символьные формы.

На наш взгляд, удобнее и нагляднее принять такие обозначения $\phi = (\sqrt{5} - 1)/2 \approx 0,618$ и $\Phi = \phi^{-1} = (\sqrt{5} + 1)/2 \approx 1,618$ по гармоническому образу: малому числу – малая буква.

Применение для ЗС буквы τ – это типичный американизм, дабы отличаться и перехватить инициативу от европейцев в свои руки.

Чуть видоизменим тождество Эйлера, подставив в него равенство для ЗС: $\phi^2 + \phi = 1$.

В результате получаем математическое отношение шести констант математики – нуля, двух единиц (действительной 1 и мнимой i) и тройки "квадратичных" чисел (ϕ , π , e):

$$e^{i\pi} + \phi(\phi + 1) = 0. \quad (1)$$

В таком виде тождество становится функционально совершенным и приобретает стройный гармонический образ.

Без параболы (через постоянную ϕ) равенство Эйлера было явно неполным.

Теперь он включает тройки "квадратичных" математических констант (ϕ , π , e).

Будем считать соотношение (1) базовым тождеством математических начал (основ) гармонии (рис. 1).

Отличительные особенности образованного тождества:

1. В соотношении сохранена единица.
2. Одновременно посредством единицы привнесено число золотой пропорции ϕ .
3. Тождество стало замкнутым относительно квадратичных закономерностей через тройку чисел (ϕ , π , e), характеризующих параболу, окружность (эллипс) и гиперболу.
4. Объединены основные арифметические операции: сложение, умножение и возведение в <нецелочисленную> степень.

Таким образом, тождество приобрело замкнутую законченную форму.

Оно стало гармоничным и по-прежнему красивым, как и всё у Эйлера.

Теперь также отпала какая-либо необходимость в нахождении приближенных нумерологических формул, устанавливающих зависимости между числами (ϕ , π , e).

В принципе, поиск таких квазизависимостей при желании может продолжаться, но он уже не имеет особой смысловой нагрузки, когда у нас есть простое и строго аналитическое тождество (1) с миллиардно-цифровым выражением этих трёх иррациональных чисел.

Число π можно определить и через площадь S круга радиусом r как $\pi = S/r^2$.

Или в общем случае конических эллиптических сечений с полуосями a и b : $\pi = S/ab$.

Подводные течения. Итак, глубинные корни фундаментальных чисел (ϕ , π , e) уходят в природу кривых второго порядка, тем самым составляя некоторую общность этих констант.

На наши результаты исследования [25] было высказано критическое замечание белорусского ученого д.ф.н. Э.Сороко – автора известной монографии [28].

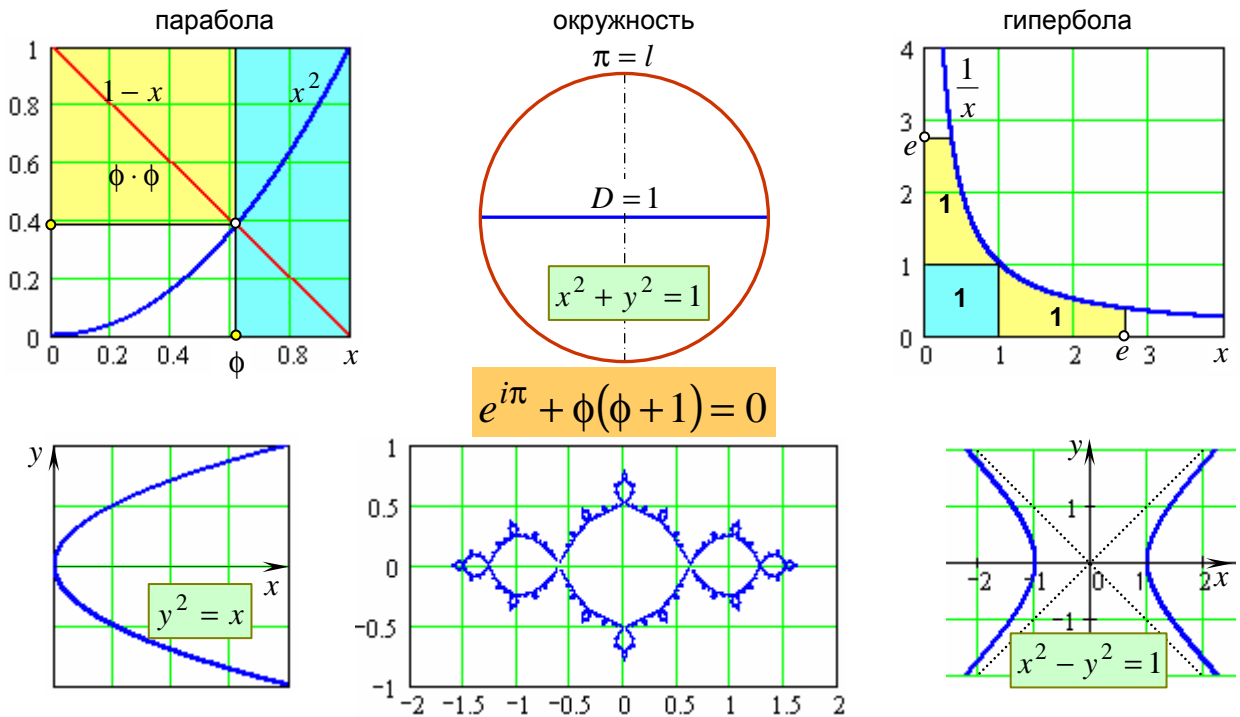


Рис. 1. "Визитная карточка" математических начал (основ) гармонии: аналитико-геометрическая интерпретация "квадратичных истоков" для фундаментальных математических констант (ϕ , π , e) как триномиально-квадратичный код мироздания

Проницательный философ усомнился в формальной стыковке данных величин вследствие неодинаковой числовой интерпретации, задав вполне резонный вопрос об их разной алгебраической и трансцендентной природе.

Действительно, еще Эрмит (1873) доказал трансцендентность¹⁰ числа e , а Линдеман (1882) – трансцендентность числа π [29].

В то же время иррациональное число Φ по определению является алгебраическим, как корень многочлена с рациональными коэффициентами.

В чем же дело? И есть ли здесь разногласие?

А может всё как донельзя чётко, обусловлено и согласовано?

Вернемся к коническим сечениям [30], рассмотрев их в несколько нетрадиционном описании [31, с. 67].

Выберем на плоскости точку F (фокус) и прямую d (директрису) и зададим вещественное число E (эксцентриситет) > 0 . Тогда геометрическое место точек, для которых расстояние до точки F и до прямой d отличается в E раз, является коническим сечением.

В зависимости от эксцентриситета E , получится эллипс ($E < 1$), парабола ($E = 1$) или гипербола ($E > 1$).

Собственно здесь и наступает момент истины.

Как мы видим, парабол и гипербол в сечениях конуса существует множество $|E - 1| > 0$, а парабола – только одна при $E = 1$.

Именно единственность построения конического сечения в виде параболы и выделяет её на фоне других кривых второго порядка, являясь онтологической подосновой алгебраических свойств числа Φ на фоне трансцендентности.

¹⁰ Комплексные числа, не являющиеся корнями многочлена с рациональными коэффициентами, называют трансцендентными (лат. *transcendere* переходить, превосходить).

Можно сказать, что это несколько новое осмысление, в том числе и самого ЗС.

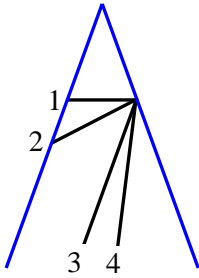


Рис. 2. Конические сечения:

- 1 – окружность;
- 2 – эллипс;
- 3 – парабола;
- 4 – гипербола

Если угодны осмысления-параллели, то имеем своего рода единственное "золотое сечение", только коническое.

Так что на конических сечениях всё выглядит очень просто и наглядно (рис. 2):

- наличествует много углов сечения, когда получаются эллипсы с описанием их площади через число π (между 1 и 2);
- существует много углов сечения, когда образуются гиперболы с их отображением через e (между 3 и образующей)
- но есть только один единственный уклон 3, когда появляется парабола: угол наклона сечения равен углу конуса. Или то же самое: плоскость сечения параллельна образующей конуса. Это как пограничный слой (сечение) и связующая нить между трансцендентными числами π и e .

Перекличка веков. Рассмотрим один аспект современной теории, где имена Эйлера и Марутаева весьма символично соприкасаются, причем довольно неожиданным способом.

Приведем некоторые примеры, понятные и без знания законов гармонии [21, с. 5–6]:

а) Задумавшись над структурой музыкальных произведений, Марутаев взял для анализа одно из самых совершенных созданий Л.Бетховена – сонату фа минор, сочинение 57 «Аппассионата» (первая часть). Он подсчитал количество восьмых долей в составных частях сонаты: экспозиции, разработке и репризе. В первых двух их оказалось 1620, в третьей – 1527, в сумме – 3147. Разделив количество долей в репризе на сумму, после округления до трех знаков получил два числа: 0,485 и 0,515. Сумма, разумеется, составляет единицу, а их отношение выражено величиной $\xi = 0,942$.

б) Согласно биологическим наблюдениям-закономерностям существует постоянное соотношение рождаемости у людей, среднее для всех рас и народностей Земли.

Демографы давно подсчитали, что в мирное время на каждые 100 девочек рождается 106 мальчиков: $100/106 \approx \xi$.

в) Параметр ξ Марутаев обнаружил и в строении Солнечной системы.

Так, планета Уран делит среднее расстояние от Солнца до Плутона пополам, но не точно, то есть симметрия несколько нарушена. Точное отношение расстояний Уран–Солнце и Уран–Плутон выражается теми же числами 0,485 и 0,515.

г) Эту необычную пару чисел можно найти и в физике элементарных частиц.

Отношение масс двух фундаментальных частиц – протона и К-мезона после преобразования по закону симметрии I ... равно 0,485/0,515.

Описанные примеры, конечно, можно считать простым случайным совпадением.

«Это пока ни о чем не говорит», – возразит оппонент.

И действительно, в мире миллиарды событий, величин и параметров. Отношения многих из них могут быть приблизительно равными между собой.

Но не будем торопиться и вернемся к многогранникам.

Многогранники. Известно фундаментальное соотношение для произвольного выпуклого многогранника [32, с. 45–47]: число B вершин, P ребер и Γ граней связаны формулой Эйлера

$$B + \Gamma - P = 2.$$

Это соотношение играет огромную роль в математике. С его помощью доказано огромное количество теорем. Оно открыло новую главу в топологии [33].

Частный случай – правильные многогранники. Одно из первых упоминаний о них находится в трактате Платона "Тимаус", поэтому они также называются платоновыми телами, хотя были известны, задолго до него [33].

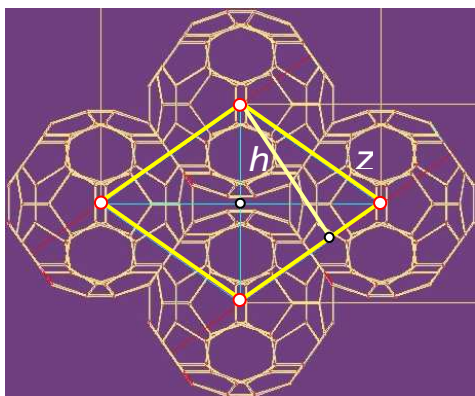


Рис. 3. Ромбовидно-плоскостная компоновка усеченных икосаэдров (по Радзюкевичу) с полуосями Φ^2 и $\sqrt{2}\Phi^2$

Определенный интерес представляет усеченный икосаэдр – прототип современного футбольного мяча фирмы Адидас. В нем присутствуют правильные пятиугольники, поэтому многие метрические характеристики в своем выражении имеют корень из пяти, который порождает число ЗС.

Выполняя в плоскости манипуляционные сочленения усеченных икосаэдров с ребром единичной длины, А. Радзюкевич¹¹ пришел к интересным параметрам ромба (рис. 3).

Подобные соотношения между геометрическими размерами фигуры описаны, в частности, в работе [34] при исследовании свойств золотой пропорции в эллипсах. Опуская промежуточные вычисления, констатируем, что полуоси ромба равны Φ^2 и $\sqrt{2}\Phi^2$.

Но оказывается, с этой фигурой связаны и вышеописанные наблюдения Марутаева, которые в свое время широко были представлены в прессе [35]. Нам о них напомнила Марияна Булева (Болгария) – музыковед, доктор наук, член Союза болгарских композиторов, автор обстоятельной монографии [36], освещающей идею гармонии по древнегреческим, византийским и латинским текстам.

Сторона ромба по теореме Пифагора равна $z = \sqrt{3}\Phi^2 \approx 4,5346$.

Высота, опущенная от вершины на сторону ромба, составляет $h = z \sin(2 \arcsin 1/\sqrt{3}) = z \sqrt{8}/3 \approx 4,2752$.

Их частное и есть марутовское число $\xi = h/z = \sqrt{8}/3 \approx 485/515 = 0,942$.

Другими словами, это синус меньшего угла ромба ($\approx 70,53^\circ$) как отношение противолежащего катета h к гипотенузе z .

Примечательно, но икосаэдр Платон ассоциировал с водой.

В тоже время «каждая молекула воды может одновременно образовывать четыре водородные связи с другими молекулами под строго определенными углами, равными $109^\circ 28'$, направленных к вершинам тетраэдра» [37]. Этот наклон как раз равен тупому углу ромба (по Радзюкевичу): $180 - 70,53 = 109,47 = 109^\circ 28'$. А это уже не просто совпадение!

Двойные перетоки. Обратим внимание на равнозначные отклонения числителя и знаменателя в дроби у Марутаева от середины: $\pm 0,015$ или 1,5 %.

Аналогичная ситуация рассмотрена нами в статье [38] при интерпретации итогов голосования и названа правилом двойных перетоков. Подобная схема наблюдается и при толковании золотого сечения, как характеристики отношений большого и малого в целом.

Здесь тоже наличествует правило перетоков, когда происходит равновеликое отклонение от середины большей и меньшей части так, что де-факто большая часть забирает себе (аннексирует) $\sqrt{5}/2 - 1 \approx 0,118 \rightarrow 11,8\%$.

Хотя суммарное отличие между большим и малым составляет $\phi - \phi^2 \approx 0,236$.

Правило аннексии ЗС: доля аннексии большей частью у меньшей в ЗС равна 11,8 %.

¹¹ Лаборатория золотого сечения. – 22.08.2010. – <http://www.a3d.ru/disput/61/>.

Итак, при золотом сечении одна часть отбирает от другой или присваивает себе 12 % – в целочисленном процентном отношении, так что образующаяся разность становится равной 24 %. Заметим, числа 12 и 24 играют центральную роль в математике, благодаря целой серии многих "совпадений", которые только сегодня начинают понимать в полной мере [39, 40].

Вот такая получилась у нас довольно слаженная и согласованная цепочка, как пример формирования гармонических связей и отношений в учении о гармонии и составной ее части в виде математических начал (основ, оснований) гармонии, заложенных М.Марутаевым.

Работа в данном направлении лишь начинается.

Она видится в развитии не только основных математических принципов гармонии, но и создании общего учения о гармонии систем и методах её познания [41].

Это общее учение мы предлагаем назвать ГАРМОНОМИКОЙ.

Гармономика (от греч. *ἁρμονία*, *harmonia* – гармония, согласованность, соразмерность и *νόμος*, *nomos* – закон) – учение о методах и закономерностях гармонии.

Особенности национального менталитета. Безусловно, никто не настаивает на буквальном следовании терминологии исключительно в русле МНГ.

Вполне естественны и логичны их адекватные синонимические звучания:

- математические основы (аспекты) гармонии;
- математически методы <в> гармонии;
- математическая теория гармонии <систем>.

Единственное и принципиальное условие – это отделение (разводка) друг от друга смысловых дефиниций математики и гармонии. Так как это делается при математизации других наук и областей знаний, о чём говорилось выше (см. примечание 1).

Важно также помнить и акцентировать внимание, что первым у истоков современной математизации гармонии стоял русский ученый и композитор М.Марутаев с его разработкой МНГ. – В то время как вся так называемая "славянская группа золотоискателей" была всецело поглощена вопросами фетишизации золотого сечения. Именно сечения, а не пропорции, в её истинно гармонизирующем, а не расчленяющем формате.

Да, М.Марутаев не ставил торговую марку на свои "начала" – МНГ.

Не патентовал свой термин. Не успел выпустить отдельную монографию.

Но это вовсе не означает, что можно вот так запросто отнять у него научную идею.

Если западные исследователи переименовывают, а затем без ссылок на первоисточники фактически отторгают термин, то русская наука должна обратить внимание на некорректность подобных действий, тем самым защищая своих ученых и их интеллектуальную собственность, а значит, и собственную.

И совсем уж непонятной становится позиция тех русских ученых, которые в подобных обстоятельствах подыгрывают фактическому отторжению идеи.

Впору задуматься о будущем. Мало того, что страну покидают живые ученые "мозги". Так еще и безапелляционно раскрадываются научные идеи.

Вот уж воистину: «Что имеем – не храним; потерявши – плачем».

Вместо заключения. Главным результатом можно считать новое формообразование базового тождества в математизации гармонии, основанного на формуле Эйлера.

Тождество устанавливает математическое соотношение шести главнейших математических констант – нуля, двух единиц (действительной 1 и мнимой i) и тройки "квадратичных" чисел (ϕ , π , e): $e^{i\pi} + \phi(\phi + 1) = 0$.

Последняя тройка напрямую связана с кривыми второго порядка: параболой, окружностью (эллипсом) и гиперболой, и их органическим объединением в одном геометрическом объекте – конусе, посредством его разнообразных плоскостных сечений.

В отличие от ортодоксальных "золотоискателей", превозносящих золотую пропорцию выше всех остальных величин, приведенное базовое тождество "уравнивает в правах" две тройки: аксиоматические числа $(0, 1, i)$ и фундаментальные константы (ϕ, π, e) .

При таком подходе к формированию математического базиса гармонии есть глубокая уверенность в том, что со временем в гармоничном едином созвучии на этой почве сольются самые значимые (эпохальные) открытия и учения человечества в их понятной и стройно-гармонизированной системе.

Непреклонность, негибкость или стойкое стремление к удержанию стереотипов любой ценой здесь не могут восприниматься в позитивном плане. Ибо негибкость часто является следствием паралича (Станислав Ежи Лец). А несамокритичная непреклонность убеждений чревата стать тормозом в развитии и получении новых знаний.

Автор приносит слова глубокой признательности М. Булевой (Плевен, Болгария) и А. Радзюкевичу (Новосибирск, Россия) за их интересные размышления, рассуждения и просто добрые пожелания, которые помогли нам лучше отформатировать мысли и нашли отражение в данной статье.

Литература.

1. *Шевелев И.Ш., Марутаев М.А., Шмелев И.П.* Золотое сечение: Три взгляда на природу гармонии. – М.: Стройиздат, 1990. – 343 с.
2. *Василенко С.Л.* Геометрические образы и закономерности гармонии // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15445, 01.08.2009. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321141.htm>.
3. *Василенко С.Л.* Математизация гармонии // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15492, 27.08.2009. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161533.htm>.
4. *Коришун Ю.М.* Математические основы кибернетики. – М.: Мир, 1990. – 400 с.
5. *Евтихийев Н.Н.* Математические основы кибернетики: Учеб. пособие. – М.: МИРЭА, 1982. – 192 с.
6. *Лана В.Г.* Математические основы кибернетики: 2-е изд., доп. и перер. – К.: Выща школа, 1974. – 452 с.
7. *Грэхем Р.Л., Кнут Д.Э., Паташник О.* Конкретная математика: математические основы информатики: Пер. с англ. – 2-е изд. – М: Вильямс, 2010. – 782 с.
8. *Андреева Е.В., Босова Л.Л., Фалина И.Н.* Математические основы информатики: Метод. пособ. – М.: БИНОМ, 2007. – 312 с.
9. *Малинецкий Г.Г.* Математические основы синергетики: хаос, структуры, вычислительный эксперимент: 5- изд. – М.: УРСС, 2007. – 308 с.
10. *Василенко С.Л., Сергиенко П.Я.* Математика и гармония целостности // Мысли от Андрея Никитина. – <http://andrejnikitin.narod.ru/1-garmony.pdf> / Клуб Константа. – <http://314159.ru/vasilenko/vasilenko2.htm> / Журнал о дизайне и архитектуре a3d.ru. – Новосибирск, 2010. – <http://www.a3d.ru/architecture/stat/258>.
11. *Никомах Гераский.* Введение в арифметику. Перевод и комментарии А.Щетникова. – 56 с. – http://www.nsu.ru/classics/bibliotheca/Nicomachus_Arhythm.pdf.
12. *Теологумены* арифметики. Пер: В. В. Биbihин (1–4, 10), А. И. Щетников (5–9). – 40 с. – <http://www.nsu.ru/classics/bibliotheca/Theologoumena.pdf>.
13. *Robert Kilwardby O.P.* De ortu scientiarum, Auctores britannici medii aevi, vol. IV. – London: The British Academy; Toronto: The Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1976.
14. *Мартыненко Г.Я.* Еще раз о термине "Математика гармонии" (взгляд лингвиста) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15503, 02.09.2009. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321153.htm>.
15. *Начала Евклида.* Википедия. Обновление: 08.2010. <http://ru.wikipedia.org/?oldid=26832292>.
16. *Начала Евклида.* Книги I–VI: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я. Выгодского и И.Н. Веселовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1948. – 448 с.
17. *Начала Евклида.* Книги VII–X: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я. Выгодского и И.Н. Веселовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1949. – 512 с.

18. *Начала Евклида*. Книги XI–XV: Пер. с греч. и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я. Выгодского и И.Н. Веселовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1950. – 332 с.
19. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии: Пер. с лат. А.Н.Крылова. – М.: Наука, 1989. – 688 с. – <http://www.math.ru/lib/book/djvu/klassik/newton.djvu>.
20. *Математические начала натуральной философии* // Википедия. Обновление: 01.07.2010. – <http://ru.wikipedia.org/?oldid=25857358>.
21. *Марутаев М.А.* Гармония мироздания. Общий закон // Сознание и физическая реальность. – 2005. – Т. 10, № 6. – 60 с.
22. *Гиндикин С.Г.* Рассказы о математиках и физиках: 3-е изд., расширенное. – М.: МЦНМО, 2001. – 440 с.
23. *Sandifer E.* Euler's Greatest Hits // MAA Online, February 2007. – <http://www.maa.org/editorial/euler/How%20Euler%20Did%20It%2040%20Greatest%20Hits.pdf>.
24. *Белл Э.Т.* Творцы математики. Предшественники современной математики. – М.: Просвещение, 1979. – 256 с.
25. *Василенко С.Л.* Триномиально-квадратичный код мироздания // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15995, 12.07.2010. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161675.htm>.
26. *Акопян А.В., Заславский А.А.* Геометрические свойства кривых второго порядка. – М.: МЦНМО, 2007. – 136 с. – <http://www.math.ru/lib/book/pdf/geometry/Zaslavky-Akopyan.pdf>.
27. *Euler's identity* // Wikipedia. – http://en.wikipedia.org/wiki/Euler%27s_identity.
28. *Сороко Э.М.* Золотые сечения, процессы самоорганизации и эволюции систем. Введение в общую теорию гармонии систем: 2-е изд. – М.: URSS, 2006. – 264 с.
29. *Фельдман Н.И.* Алгебраические и трансцендентные числа // Квант. – 1983. – № 7. – С. 2–7. – http://kvant.mirror1.mccme.ru/1983/07/algebraicheskie_i_transcendent.htm.
30. *Бронштейн И.Н.* Общие свойства конических сечений // Квант. – 1975. – № 5. – С. 31–40. – http://kvant.mirror1.mccme.ru/1975/05/obshchie_svoystva_konicheskikh.htm.
31. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – 6-е изд. стер. – СПб.: Лань, 2003. – 832 с.
32. *Шашкин Ю.А.* Эйлерова характеристика. – М.: Наука, 1984. – 96 с.
33. *Долбиллин Н.* Три теоремы о выпуклых многогранниках // Квант. – 2001. – № 5. – С. 7–12. – <http://kvant.mirror1.mccme.ru/pdf/2001/05/kv0501dolbilin.pdf>.
34. *Василенко С.Л.* Золотоносные жилы в планиметрии // Академия Тринитаризма.
35. *Латышева М.* Математика о сотворении мира // Зеркало недели. – 1994. – № 8.
36. *Булева М.* Идеята за хармония. – Пловдив: Астарта, 2009. – 782 с.
37. *Мосин О.* Современная модель воды // Планета школ. – 19.05.2009. – <http://planetashkol.ru/besedka/blogs/The-most-wonderful-substance-on-planet/133.php>.
38. *Василенко С.Л.* Не выбором едины: интерпретация итогов голосования и правило двойных перетоков // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15941, 10.06.2010. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0012/001c/00122050.htm>.
39. *Шевелев И.Ш.* Основы гармонии. Визуальные и числовые образы реального мира. – М.: Луч, 2009. – 360 с.
40. 24 (number). From Wikipedia, the free encyclopedia. – [http://en.wikipedia.org/wiki/24_\(number\)](http://en.wikipedia.org/wiki/24_(number)).
41. *Василенко С.Л.* Периодические структуры на циферблате Фибоначчи // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567. 14.07.2010. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161676.htm>.

© ВаСиЛенко, 2010

