

## Барицентры-аттракторы в многомерных пространствах с приложением об эволюции Вселенной

Представление о центре тяжести тел, впервые использованное более двух тысячелетий назад великим древнегреческим математиком Архимедом, живет и продолжает развиваться в наше время.

Со всей наглядностью это было показано в статье [1], затем обобщено [2] на плоские выпуклые твердотельные фигуры с осевой симметрией, из которых вырезались подобные им фигуры с коэффициентом подобия  $k = (\sqrt{5} - 1)/2$  (золотое сечение) так, чтобы их края в одной точке совпадали. Центр масс (центр инерции, барицентр) получающихся фигур оказывался лежащим на геометрическом контуре.

Эти работы отличаются определенным изяществом получаемого результата, что не преминуло найти отклик у специалистов в виде естественного продолжения на объемные трехмерные тела [3].

Вполне закономерным нам представляется продолжить изучение обнаруженных особенностей, сделав обобщение результатов для подобных геометрических объектов в  $n$ -мерном евклидовом пространстве.

Вполне вероятно, что многомерные пространства существуют [4], но если даже это и не так, то они все равно являются удобными моделями для описания тех или иных явлений.

Для современных математиков многомерные пространства не представляют собой ничего таинственного.

Целесообразность и законность многомерной геометрии, как одной из глав чистой математики, в настоящее время никем не оспаривается.

**Многомерная задача "шар вырезан из шара"**. Задача на объемные трехмерные тела сравнительно легко обобщается для  $n$ -мерного гипершара, ограниченного гиперсферой (гиперповерхностью)  $S_{n-1}$  в  $n$ -мерном евклидовом пространстве, образованной точками равноудаленными от заданной точки – центра сферы.

По аналогии с трехмерным пространством рассмотрим тело в виде однородного  $n$ -мерного гипершара радиусом  $R$ . Из него вырезан гипершар с меньшим радиусом  $r < R$  так, что ограничивающие их гиперсферы соприкасаются друг с другом.

Объем  $n$ -мерного гипершара  $V_n$  радиусом  $R$  определяется по формуле [5–7; 8, с. 377]

$$V_n = C_n R^n, \quad (1)$$

где

$$C_n = \pi^{\frac{n}{2}} / \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ – коэффициент пропорциональности (рис. 1);}$$

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \text{ – гамма функция Эйлера.}$$

Различают четные и нечетные значения коэффициента пропорциональности:

$$C_{2k} = \frac{\pi^k}{k!}, \quad C_{2k+1} = \frac{2^{k+1} \pi^k}{(2k+1)!!},$$

где  $m!!$  – двойной факториал, определяемый как произведение всех натуральных чисел на интервале  $[1, m]$ , имеющих ту же четность, что и  $m$ .

Поместим начало координат в точку касания гипершаров, а ось  $Ox$  направим через их центры масс. В этом случае положение центра масс (ЦМ) полученного материального тела определяется координатой

$$x_c = \frac{C_n R^n \cdot R - C_n r^n \cdot r}{C_n R^3 - C_n r^3} = \frac{R^{n+1} - r^{n+1}}{R^n - r^n},$$

которая совпадает с ограничивающей поверхностью этого тела в точке  $x_c = 2r$ .

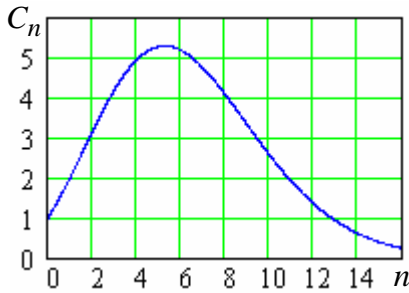


Рис. 1. Изменение коэффициента пропорциональности  $C_n$  для вычисления объема  $n$ -мерного гипершара

Условно приняв большой радиус равным единице  $R = 1$ , без потери общности рассуждения приходим к уравнению

$$r^n + r^{n-1} + \dots + r - 1 = 0.$$

В обозначениях обратной переменной  $f = 1/r$  оно приобретает вид

$$f^n - f^{n-1} - \dots - f - 1 = 0. \quad (2)$$

Последнее соотношение есть не что иное, как характеристическое алгебраическое уравнение для линейного однородного разностного (возвратного) уравнения  $n$ -го порядка с единичными коэффициентами [9, с. 309–339]

$$f_t = f_{t-1} + f_{t-2} + \dots + f_{t-n}. \quad (3)$$

Умножив (2) на  $f$  и выполнив преобразования, получим

$$f^{n+1} = f^n + (f^{n-1} \dots + f) = f^n + (f^n - 1) = 2f^n - 1.$$

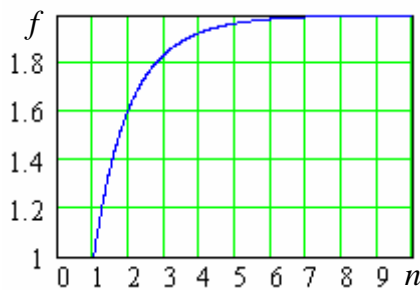


Рис. 2. График решений уравнения  $f + f^{-n} = 2$

Разделив полученное равенство на величину  $f^n$ , получаем  $f = 2 - f^{-n}$ . То есть действительный корень уравнения (2) удовлетворяет также "бинарному" уравнению  $f + f^{-n} = 2$  (рис. 2) с его линейно-разностным аналогом  $f_{n+1+t} = 2f_{n+t} - f_t$ .

Полученные уравнения при  $n > 3$  не имеют явного (аналитического) решения, поэтому необходимо привлекать численные методы.

Численные значения коэффициентов подобия  $k$ , равные отношению линейных размеров  $r/R$ , приведены

для  $n$ -мерных сфер в табл. 1.

Таблица 1

**Параметры гипершара радиусом  $R$  с вырезанной  $n$ -мерной сферой радиусом  $r$**

Порядок, $n$	0 точка	1 отрезок	2 круг	3 Шар	4 гипершар	5 гипершар	6 гипершар	7 гипершар	8 гипершар
Объем гипершара	1	$2R$	$\pi R^2$	$\frac{4\pi}{3} R^3$	$\frac{\pi^2}{2} R^4$	$\frac{8\pi^2}{15} R^5$	$\frac{\pi^3}{6} R^6$	$\frac{16\pi^3}{105} R^7$	$\frac{\pi^4}{24} R^8$
Коэффициент подобия, $k$	–	1	0,618034	0,543689	0,518790	0,508660	0,504138	0,502017	0,500994
Аттрактор $n$ -боначчи, $k^{-1}$	–	1	1,618034	1,839287	1,927562	1,965948	1,983583	1,991964	1,996031

Порядковый  $t$ -й элемент последовательности  $n$ -боначчи может быть вычислен аналитически (в явном виде) как ближайшее целое число функции [10]

$$F_t^{(n)} \approx \frac{\lambda_n^{t-1}(\lambda_n - 1)}{(n+1)\lambda_n - 2n},$$

где  $\lambda_n$  – константа  $n$ -боначчи, являющаяся действительным корнем уравнения  $f + f^{-n} = 2$ .

Рассматривая соответствующие плоскостные симметрии в  $n$ -мерных пространствах по аналогии осевой симметрии для плоских фигур, вышеописанная задача "шар вырезан из шара" может быть легко распространена и на многие  $n$ -мерные тела (рис. 3 – рис. 4).

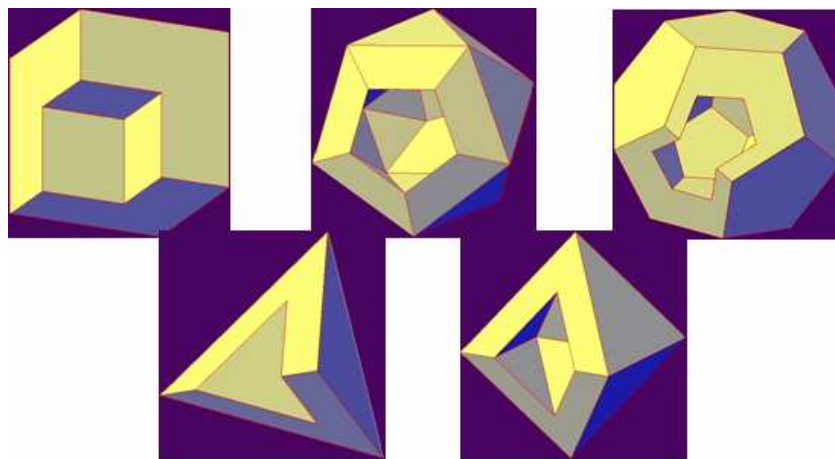


Рис. 3. Вырезы в характерных выпуклых многогранниках с аттрактором Трибоначчи

Необходимо только соблюсти базовое условие: вырезаемая часть не должна выходить за контуры исходного тела (заготовки).

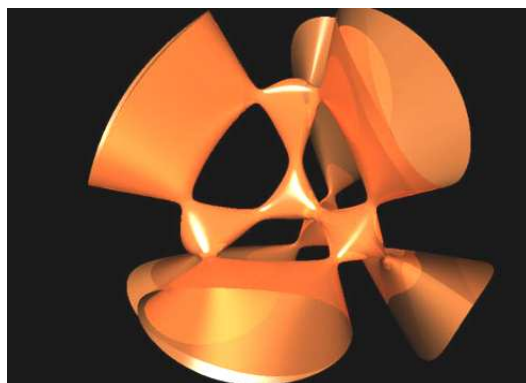
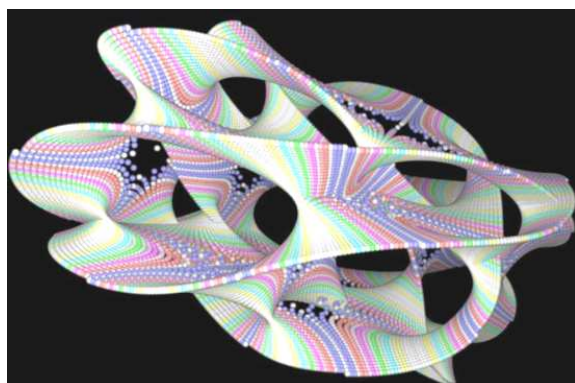


Рис. 4. Примерный вид проекций "золотых" вырезов в шестимерном пространстве с их переводом на двумерную поверхность: тензор Риччи близок к нулю (характеризует кривизну многообразия – степень его отличия от геометрии плоского евклидова пространства)

В заключении позволим себе несколько слов в сфере возможных глобальных проявлений развитого в данной и предыдущей статье [3] метода исследования.

Человеку пока очень немного известно о размерах, форме и строении мироздания. Есть довольно серьезные основания считать, что он никогда об этом подробно и не узнает, ограничив свой кругозор более или менее правдоподобными гипотезами, больше воспринимаемыми на веру.

Но так уж устроены люди со своим пытливым умом, что вооружившись антропным принципом, они никогда не остановятся в своих устремлениях постичь непостижимое и объять необъятное. Следуя этому безусловному рефлексу, попытаемся и мы раздвинуть горизонты наших представлений, высказав некоторые мысли-предположения о физической модели развития окружающего мира в глобальном аспекте.

**Модель развития Вселенной: современное представление.** В древних культурах существовало много повествований о начале Мира, которые, как и современные теории, наукой доказаны быть не могут. Все, что может сделать наука, – это сопоставить предсказания повествований или теорий с наблюдаемыми фактами.

Но даже согласованная с наблюдениями теория может быть принята или отвергнута лишь на основе веры. В силу этого наш кругозор ограничивается более или менее правдоподобными теориями, которые правильнее всего называть гипотезами.

Популярная в современной науке гипотеза о происхождении Вселенной известна под названием «Большого взрыва» (БВ). Наблюдения за Вселенной показывают, что она постоянно расширяется, – галактики разбегаются на всех пространственных масштабах. Если это так, рассудили ученые, тогда было время, когда Вселенная была сосредоточена в одной точке (сингулярная точка). Так родилась принятая многими учеными БВ-гипотеза.

Представления о различных вариантах БВ-гипотезы можно почерпнуть, например, в работах [11–13], описывающих однородную изотропную Вселенную на горячей стадии ее эволюции и на последующих космологических<sup>1</sup> этапах.

В последние десятилетия у ученых популярна *стандартная* космологическая модель, позволяющая понять многие наблюдаемые свойства Вселенной и оценивающая её возраст приблизительно в 14 миллиардов лет, что согласуется с оценками возраста наиболее старых звезд.

В уравнения стандартной модели входит так называемый  $\lambda$ -член, отражающий наличие во Вселенной невидимой космической среды, получившей название "темной энергии". Однозначного понимания природы темной энергии пока еще нет, это острейший вопрос современной космологии.

Установившееся сегодня мнение таково: темная энергия создает всемирное антигравитационное, заставляя галактики удаляться друг от друга с возрастающими скоростями, и поэтому темная энергия ответственна за космологическое расширение Вселенной. По последним данным, в общем балансе энергии/массы в наблюдаемой Вселенной на темную энергию приходится приблизительно 73 %, на темную материю порядка 23 %, тогда как на барионы<sup>2</sup> (обычное вещество) – около 4% [14]. Как видим, темная энергия/масса представляет собой главный вид энергии/материи в наблюдаемой Вселенной.

Если мысленно перенестись в сингулярную точку, то мы узнаем, что материя в соответствии со стандартной моделью была сжата настолько, что не действовали никакие законы природы. Материя находилась под чудовищным давлением, ни один атом в таком состоянии не мог выжить, поэтому сингулярная точка состояла лишь из элементарных частиц и излучения. После взрыва материя стала разлетаться с огромным импульсом по прямому от центра.

Возникновение вихреобразных движений во Вселенной зачастую объясняют многочисленными «малыми большими взрывами», взаимодействовавшими между собой и

---

<sup>1</sup> Космология – наука о Вселенной в целом, об основах ее строения и законах развития. Это наука наблюдательная, строящаяся на основе надежных астрономических сведений.

<sup>2</sup> Обычное вещество – планеты, звезды и другие знакомые тела природы – это протоны, нейтроны и электроны; за этой формой космической энергии/массы закрепилось название "барионы" (хотя электрон и не является тяжелой частицей).

образовавшими со временем галактики, звезды, планеты, а затем, естественно, возникли жизнь и разум.

Приблизительно такова вкратце история нашей Вселенной, в соответствии со стандартной моделью.

Разбирать детали современных взглядов космологов не входит в наше намерение. Критиковать их гипотезы (зачастую альтернативные друг другу) мы также не будем, они сами прекрасно это делают [4, 15].

**Гипотетическая модель развития Вселенной.** Ниже представлен новый схематический взгляд на рождение нашей Вселенной. Уместным будет начать со слов, которые частично развеивают сомнения в той части, что наши рассуждения могут показаться лишенными налета строгой академичности: «развитие теории должно начинаться с игрушечных моделей. Причем важно не то, насколько они точно и полно описывают реальность (как правило, совсем не точно), а то, в какой мере они отражают ее фундаментальные свойства» [16, гл. 10, § 2].

Данная рабочая гипотеза представляет собой размышления на основе упрощенной модели. Это умозрительное описание возможного варианта развития событий в течение приблизительно 14 млрд. лет.

Описание условно подразделяется на четыре этапа.

- 1) Сингулярное состояние Вселенной. Бесконечномерное пространство.
- 2) Большой взрыв. Переход в конечномерное пространство, образование двух материй.
- 3) Инфляционный (*inflation* "раздувание") процесс. Ускоренное понижение размерности пространства до трехмерного пространства.
- 4) Трехмерное пространство. Процесс расширения Вселенной до современного состояния.

1. Сингулярное состояние Вселенной в бесконечномерном пространстве ( $n = \infty$ ). Обратимся к формуле (1) объема  $n$ -мерного гипершара  $V_n$  радиусом  $R$

где  $C_n = \pi^{n/2} / \Gamma(n/2 + 1)$ ,  $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$  – гамма-функция Эйлера.

Гамма-функция  $\Gamma(n/2 + 1)$  с ростом  $n$  растет быстрее любой показательной функции  $a^n$  [17]. Поэтому  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2 + 1)} = 0$ .

Следовательно, объем гиперсферы  $V_n$  радиусом  $R=1$  в бесконечномерном пространстве равен нулю.

По нашей рабочей гипотезе это и есть *сингулярная* точка Вселенной.

За парадоксальностью нулевого объема гиперсферы радиусом  $R=1$  скрывается отсутствие пространства. Если нет пространства, то нет и времени. А раз так, то не было никакой сверхвысокой плотности вещества и чудовищного давления, ибо эти понятия требуют понятия пространства.

Из этого следует неизбежный вывод, – в сингулярной точке не было и материи.

Здесь мы выходим на антропный принцип, который удивительное соответствие значений основных параметров нашего мира (трехмерное пространство, расширение Вселенной, параметры Земли и Солнечной системы и численные значения физических постоянных) связывает с существованием наблюдателя в нашей Вселенной. Не останавливаясь на разнообразных философских интерпретациях антропного принципа – они неоднократно и подробно анализировались в научной литературе – мы на основании этого принципа допускаем, что в сингулярную точку была заложена чисто Информационная субстанция.

Это обстоятельство подробнее комментировать не будем, так как в данной статье обозначаем только схему рассуждений.

Итак, в сингулярной точке не было материи; в сингулярной точке существовала Информационная субстанция, существовавшая сама по себе без связи с какой-либо конкретной материальной структурой.

В соответствии с современными взглядами информацию можно рассматривать, как универсальный атрибут материи [18]. Возможно и обратное – материя есть атрибут Информации. На этом и построены наши рассуждения. А возникшая однажды информация нетленна [19].

**2.** Сингулярная точка существовала в бесконечномерном пространстве миг или вечность – неизвестно, ибо это было время, когда времени не было.

Время, как последовательность событий возникло с её распадом – случился Большой взрыв. Размерность пространства стала конечной ( $n < \infty$ ) и в дальнейшем постоянно понижалась вплоть до трехмерного пространства ( $n = 3$ ).

Появились одновременно две формы материи, – "обычная" барионная материя и темная материя (*dark matter*), не вносящая вклад в наблюдаемое свечение звезд и газа. И то и другое возникло из Информационной субстанции.

В обычном понимании обе материи возникли, как бы *ex nihilo*<sup>3</sup>.

В момент Большого взрыва часть неисчислимых битов Информации обратилась в барионную и темную энергию/материю с соотношением соответственно 1:2 (см. табл.1).

Подобное явление можно считать сродни процессам, когда материя переходит в энергию, энергия и материя создают информацию, а информация снова обращается в материю.

Таким образом, было положено начало триединства нашего бытия – духа, информации и материи.

**3.** Космологическая инфляция (ускоренное понижение размерности пространства).

В процессе понижения размерности пространства происходило расширение Вселенной в соответствии с формулой (3). При этом постепенно менялось соотношение между материей и темной энергией/материей в пользу первой.

При смене размерности пространства с  $n$  на  $n-1$  менялась заданная с самого начала Информационной субстанцией рекуррентная схема информационного развития (3).

В соответствии с этой схемой развития центр масс Вселенной на каждом этапе находился все время на границе двух материй – барионной и темной.

Условная (плоская) схема развития событий от бесконечномерного ( $n \rightarrow \infty$ ) до трехмерного ( $n = 3$ ) пространства представлена на рис. 5.

Сингулярная точка в процессе развития меняла положение по пространственной спирали, поэтому менялось положение центра масс.

Система в целом помимо расширения получала и вращательное движение, что приводило к образованию вихревого движения.

В конечном счете, это привело к образованию спиральных галактик и движениям образовавшихся материальных тел по эллипсам.

**4.** Трехмерное пространство. Процесс расширения Вселенной.

Процесс раскрытия Вселенной закончился в трехмерном пространстве ( $n = 3$ ) с функцией информационного развития  $f_t = f_{t-1} + f_{t-2} + f_{t-3}$ , что соответствует коэффициенту подобия  $k$ , равному числу Трибоначчи 0,543689.

---

<sup>3</sup> "Из ничего" (лат.).

С этого момента начался процесс расширения Вселенной в трехмерном пространстве, который продолжается до сих пор. Расширение Вселенной обусловлено наличием в ней темной энергии, которая создает всемирное антитяготение, стремящееся не сблизить тела, а отдалить их друг от друга.

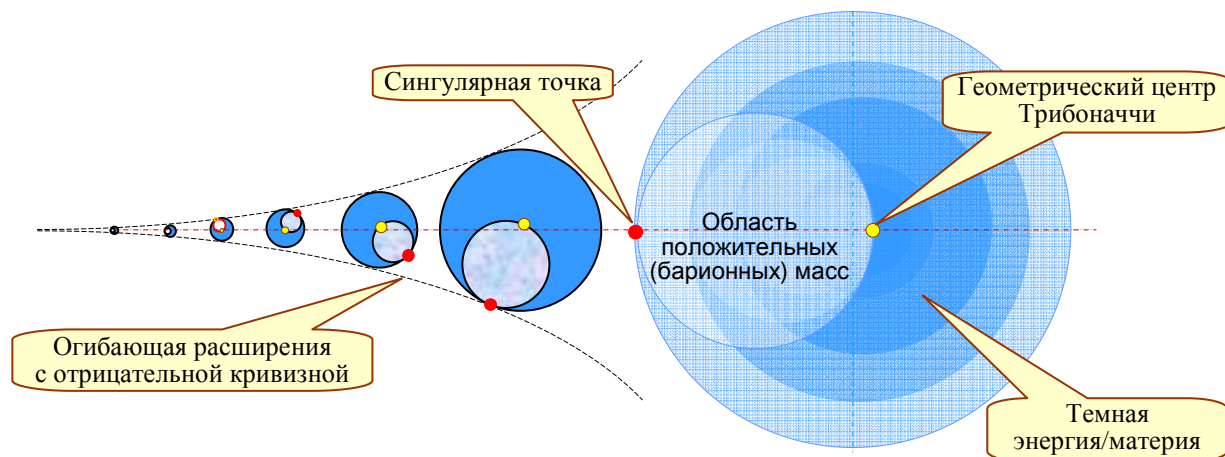


Рис. 5. Модель развития Вселенной от "Большого взрыва"

В процессе эволюции Вселенной в трехмерном пространстве коэффициент подобия  $k$  изменился почти в десять раз – от значения 0,54369 в начале этого процесса до современного состояния приблизительно 0,04.

В рассматриваемой модели вырезаемая часть с положительной энергией не удаляется, а представляет собой положительный балансир для уравновешивания отрицательной энергии. Модель хорошо демонстрирует гигантское скопление скрытой темной энергии/массы.

Одним из следствий гипотезы "Большого взрыва" считается необходимость признания факта существования во Вселенной центра тяжести, от которого зависит будущее.

До сих пор нет единого мнения – есть у Вселенной какой-либо центр, либо это, всего лишь непонятное суждение с точки зрения механики и геометрии.

На наш взгляд, центр масс у Вселенной есть, и он смещен в область темной энергии/массы (рис. 6).

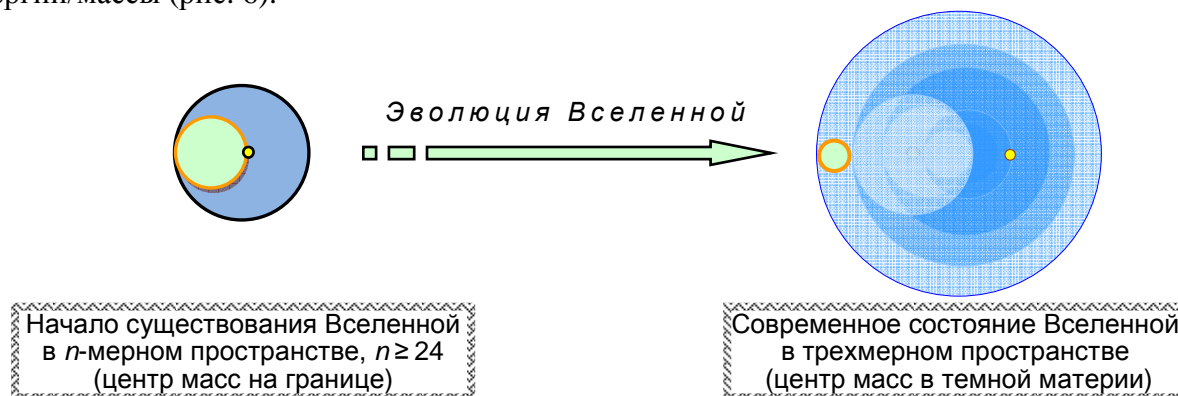


Рис. 6. Развитие Вселенной со смещением её центра масс

Приведем пару интересных цитат к нашей модели развития Вселенной.

1) «Астрофизики увидели признаки того, что другая Вселенная засасывает галактики из нашей Вселенной. Еще в прошлом году группа специалистов НАСА (Goddard Space Flight Center in Greenbelt, Maryland) под руководством астрофизика Александра Кашлинского (Dr Alexander Kashlinsky), изучая микроволновое и рентгеновское излучение, обнаружила странное поведение примерно у 800 отдаленных галактических скоплений. Оказалось, что все они летят в одном направлении – в определенную часть космоса – со скоростью 1000 километров в секунду<sup>4</sup>. Это вселенское перемещение было названо "темным потоком".

В настоящее время выяснилось, что "темный поток" охватывает 1400 галактических скоплений. И несет их в район, расположенный более чем в 3 миллиардах световых лет от Земли. А эта область находится у обозримых границ нашей Вселенной. По одному из предположений, где-то там – за пределами, недоступными наблюдениям, – расположена огромная масса, которая и притягивает материю. Но это противоречит существующей теории, согласно которой вещество после Большого взрыва, породившего нашу Вселенную, распределилось более-менее равномерно. Значит, и концентраций масс, обладающих столь фантастической силой, быть не может. Тогда что там?

Удивительную гипотезу предложила Лаура М.Х. (Laura Mersini-Houghton, University of North Carolina, Chapel Hill). По ее расчетам выходит, что наши галактики "засасывает" другая Вселенная, расположенная рядом. Занятно, что она выступила со своими идеями еще в 2006 году – до обнаружения "темного потока". По сути, предсказала его<sup>5</sup>.

2) «Лондон, 21 августа 2010. Ученые определили судьбу Вселенной: она будет бесконечно расширяться и, в конце концов, превратится в холодную и мертвую пустошь с температурой, близкой к "абсолютному нулю"»<sup>6</sup>.

**Комментарии к гипотетической модели развития Вселенной.** Точка сингулярности существует и поныне как прообраз бесконечности в конечном пространстве.

Она единственна и наделена всеми математическими признаками точки.

Математические образы  $(-\infty)$  и  $(+\infty)$  в этой точке пространственно совпадают.

В отличие от всех точек Вселенной, данная точка недостижима, – в нее нельзя попасть.

Пространство, как таковое, в этой точке отсутствует.

В предыдущей и в этой статье нами исследован вопрос о центре масс определенного класса однородных тел.

С этих позиций мы взглянули на обустройство Вселенной, исходя из предположения об её однородности, что весьма близко к реальности по современным представлениям.

В настоящее время большинство ученых согласно, что любая модель Вселенной должна удовлетворять так называемому "космологическому принципу", – в больших пространственных масштабах нет выделенных областей и направлений.

Следствием такого постулата является однородность и изотропность материи во Вселенной в больших масштабах ( $> 100$  Мпк) [20], что, впрочем, не исключает возможности нахождения в ней особых сингулярных точек.

Характеристики современной космологической модели позволяют считать, что наблюдаемая Вселенная достаточно близка к пространственно плоской форме, имея приплюснутый вид. Это созвучно с рассмотренными нами плоскими фигурами.

Одним из злополучных следствий гипотезы "Большого взрыва" считается необходимость признания факта существования во Вселенной центра масс, от которого зависит будущее.

---

<sup>4</sup> The Astrophysical Journal Letters, vol 686, p. L49.

<sup>5</sup> <http://www.goldensectionclub.net/publications/aranson/aranson-articles/aranson001>.

<sup>6</sup> Подробнее: <http://news.mail.ru/society/4317654/>.



Можно, конечно, говорить о том, что у Вселенной вообще нет центра масс. На наш взгляд, центр масс у Вселенной есть, и он находится в области темной энергии/массы. В его направлении и летят «800 отдаленных галактических скоплений».

И, наконец, ещё несколько слов о собственно вырезании в модели. Вырезаемая часть тела как таковая может не удаляться, а представлять собой отрицательную массу (балансир) для уравновешивания положительной массы. Подобное сделано в нашей модели Вселенной, только, наоборот, – из гигантского скопления скрытой темной энергии/материи (отрицательной массы) вырезается подобная часть обычной материи (положительной массы).

Между двумя видами материи – положительной и отрицательной – возможна диффузия. Этим можно объяснить наличие в нашей Вселенной черных дыр.

### **Выводы.**

В данной и предыдущей статье рассмотрены  $n$ -мерные тела ( $n = 2, 3, \dots$ ) образованные выпуклыми телами с осевой симметрией, из которых вырезаются подобные им тела с коэффициентом подобия  $k < 1$  и совпадающими краями.

Показано, что если величина  $k$  численно равна аттрактору рекуррентной последовательности  $n$ -порядка или действительному корню уравнения  $k + k^{-n} = 2$ , то центры масс таких  $n$ -мерных тел лежат на их геометрических контурах.

Предложена гипотетическая упрощенная модель образования Вселенной.

Её особенностью является наличие *сингулярной точки* – прообраза монады-единицы и бесконечности в конечном пространстве с заложенной в нее Информационной субстанцией.

Известный физик-теоретик нашего времени пишет:

«Обычный подход науки – построение математической модели – не позволяет ответить на вопрос о том, почему должна существовать Вселенная, описываемая моделью. Зачем Вселенная готова влачить бремя существования?» [21, гл. 12].

Наша модель позволяет ответить на этот вопрос. Вселенная существует на основании заложенной в сингулярную точку Информации.

После такого ответа возникает новый вопрос: Кто заложил в сингулярную точку Информацию? Предоставляем возможность читателям самим решить эту задачу.

«Не исключено, что может не быть единой формулировки фундаментальной теории, как нельзя, по Гёделю, изложить арифметику в терминах единственного набора аксиом» [21, гл. 11].

Авторы прекрасно понимают, предлагаемая модель развития Вселенной не проработана в должной мере, не имеет достаточного обоснования. Тем не менее, она может сыграть определенную роль в формировании нового взгляда на образование Вселенной.

Очень надеюсь, умственная работа, затраченная на построение чисто абстрактной модели Вселенной, послужит неиссякаемым источником новых знаний.

### **Литература.**

1. *Байрашев К.А.* Золотое сечение в задачах о центре тяжести // Фундаментальные исследования. – 2006. – № 9. – С. 13–17.

2. *Василенко С.Л.* Центр масс плоских фигур в точках золотого сечения // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15957, 20.06.2010. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/1661-vs.pdf>; <http://etnogenze.h1.ru/0-Box/1661-vs-centrTaz-ZS-2.htm>.

3. *Василенко С.Л., Белянин В.С., Радзюкевич А.В.* Центры масс однородных тел как аттракторы возвратных последовательностей (Фибоначчи, Трибоначчи ...) // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.16023, 30.07.2010. – <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161684.htm>.

4. *Чернин А.Д.* Темная энергия и всемирное антитяготение // УФН. – 2008. – Т. 178, № 3. – С. 267–300.

5. *Weisstein E.W.* Hypersphere / From MathWorld, a Wolfram Web Resource. – <http://mathworld.wolfram.com/Hypersphere.html>.
6. *n-sphere* / From Wikipedia, the free encyclopedia. – 08.06.2010 – <http://en.wikipedia.org/wiki/N-sphere>.
7. *Гиперсфера* // Википедия. Дата обновления: 08.06.2010. – <http://ru.wikipedia.org/?oldid=25255329>.
8. *Энциклопедия элементарной математики*. Книга 5. Геометрия / Под общей ред. П.С. Александрова, А.И. Меркушевича, А.Я. Хинчина. – М.: Физматлит, 1963. – 624 с.
9. *Гельфонд А.О.* Исчисление конечных разностей: Учеб. пособие. – 4-е изд., стер. – М.: КомКнига, 2006. – 376 с.
10. *Du Zhao Hui*, 2008. – <http://bbs.emath.ac.cn/viewthread.php?tid=667&page=4&fromuid=20#pid9145>.
11. *Мэй Б., Мур П., Линтотт К.* Большой взрыв: полная история Вселенной. – М.: Изд-во «Ниола-Пресс», 2007. – 192 с.
12. *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. – М.: УРСС, 2008. – 552 с.
13. *Горбунов Д.С., Рубаков В.А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. – М.: КРАСАНД, 2010. – 568 с.
14. *Линде А.Д.* Многоликая Вселенная // Третьи публичные лекции по физике, ФИАН, 10.06.2007. – <http://elementy.ru/lib/430484?context=2455814>, <http://elementy.ru/lib/430490>.
15. *Лукаш В.Н., Рубаков В.А.* Темная энергия: мифы и реальность // УФН. – 2008. – Т. 178, № 3. – С. 301–308.
16. *Управление риском*. Риск, устойчивое развитие, синергетика / В.А. Владимиров, Г.Г. Малинецкий, А.В. Подлазов и др. – М.: Наука, 2000. – 432 с. – <http://www.keldysh.ru/papers/2003/source/book/gmalin/titul.htm>.
17. *Янке Е., Эмде Ф.* Таблицы функций с формулами и кривыми. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948.
18. *Сидоров А.А.* Информация – универсальный атрибут материи? // Вестник РАН. – 1997. – Т. 67, № 8. – С. 720–724.
19. *Силин А.А.* Информация – третья составляющая картины мира // Вестник РАН. – 1992. – № 8. – С. 59–64.
20. *Вселенная* // Википедия. Дата обновления: 07.07.2010. <http://ru.wikipedia.org/?oldid=26029176>.
21. *Хокинг С., Млодинов Л.* Кратчайшая история времени: Пер. с англ. – СПб: Амфора, 2006.

© Василенко, Белянин, Радзюкевич, 2010

