

**Математика Гармонии: Возрождение (XIV–XVI вв.)
(к 500-летию книги Луки Пачоли «О божественной пропорции»)**

Божественная пропорция

*Профессор Фра Лука Бартоломео де Пачоли
Великий фантазер скитальческого склада,
Постранствовав и натерев мозоли,
Добрался до Флоренции. Навстречу Леонардо*

*Да Винчи. Боже правый! Вот так встреча.
Друзья, обнявшись, едва не удавили
Друг друга, но не до увечья.
Затем не медля приступили к делу.*

*За чашею вина, когда слегка остыли,
Пачоли, захмелев, ваятелю поведал,
Что в многомудрии «Начал» Эвклида*

*Одна пропорция ему придала силы.
Да Винчи просиял улыбкой необычной:
«Взгляни, мой друг, она же гармонична».*

Возрождение в истории культуры Европы — это эпоха перехода от Средних веков к новому времени, эпоха поворота к живой человеческой мысли, подавленной аскетизмом Средних веков. Этот период характеризуется глубокими и судьбоносными для Европы процессами: аграрным переворотом и переходом от ремесла к мануфактуре; великими географическими открытиями и началом мировой торговли. В это время феодальная раздробленность уступает централизованной власти и образуются современные национальные государства. Эта эпоха связана с началом книгопечатания, «открытием» античности, расцветом свободомыслия, возникновением протестантизма и утратой церковью монополии в духовной жизни. В это время первые шаги делает естествознание, расцветают искусства и литература, стремительно развивается математика.

Наиболее общая отличительная черта Возрождения — утверждение идеала гармоничности человека и цельности мироздания. Причем в отличие от средневековья, эти категории пусть не сразу, пусть уклончиво — стали рассматриваться как самодовлеющие сущности, а не через призму божественного абсолюта. С этим связано присущее культуре возрождения светский и гуманистический характер и склонность к космологическому и натурфилософскому видению мира. Важную роль в таком видении мира играла и математика, освобождавшая науку и искусство от оков средневековой схоластики и сурового аскетизма.

В отличие от античности, учёные Возрождения не чурались сугубо практических задач. Чистых математиков-теоретиков фактически не было. Но даже тех, кого можно считать теоретиками, занимались астрономией, военным делом, анатомией, механикой, медициной, картографией, оптикой и другими практическими делами.

1. Представления о гармонии в искусстве Возрождения

В эпоху Возрождения резко возрастает общественный авторитет искусства, но это не вело к его противопоставлению науке и ремеслу, а осознавалась как равноправность различных форм человеческой деятельности в их единстве. В сравнении со Средневековьем

в искусстве происходит резкое смещение акцентов. Для средневекового человека окружающий мир — это зеркало, рисунки и статуи в храмах и рукописях — это тоже зеркала; и даже энциклопедия знаний называлась тогда «Speculum» (зеркало). Так что же отражалось в этих зеркалах? По средневековым представлениям, в них отражалось совершенство, некий абсолют, некая беспредельная божественная сущность.

1.1. Искусство как зеркало

В эпоху Возрождения Священное писание уже не рассматривается как сокровищница божественных тайн, это уже отражение действительной, реальной жизни и бытия природы. Леонардо да Винчи пишет: «Если ты хочешь видеть, соответствует ли твоя картина в целом предмету, срисованному с природы, то возьми зеркало... На его поверхности вещи подобны картине...» (Леонардо да Винчи, 1935, с. 114–115). Иными словами, живописец должен быть подобен зеркалу, чтобы отражать окружающий мир, т. е., как говорит Леонардо да Винчи «ты не можешь быть хорошим живописцем, если ты не являешься универсальным мастером в подражании своим искусством всем качествам форм, производимых природой» (там же, с. 88). Подобных взглядов придерживался и Альбрехт Дюрер: «Наше зрение подобно зеркалу» (Дюрер, 1957, с. 26). Но речь здесь идет о зримых искусствах. Как же быть другим видам искусства? Что в них есть зеркало. И здесь уже начинаются метафоры. Так, Джорж Путтенхэм в своей книге «Искусство английской поэзии» (1859) пишет: «Ум, обладающий воображением, подобен зеркалу» (Гилберт, Кун, с. 182).

Однако мистицизм и непререкаемый авторитет церкви не сразу были вытеснены природой и разумом. Церковь еще долгое время сохраняла свою власть над духовной жизнью мыслящих людей. При этом многие «возрожденцы» видели компромисс в том, что теология это тоже поэзия. Так Петрарка писал своему брату Герардо: «Поэзия отнюдь не противоречит теологии... Можно с известным правом сказать, что теология та же поэзия, но относящаяся к богу» (Гилберт, Кун, с. 186). По мнению Альберти и Леонардо да Винчи, художник должен быть неким подобием священника, ибо благочестие и добродетель считались тогда неотъемлемыми атрибутами художника. Само искусство считалось божественным, и роль его заключалась прежде всего в том, чтоб внушать людям любовь и поклонение богу.

1.2. Перемены в классификации искусств

Но в одной области произошли радикальные перемены. Речь идет о теологии, в которую стали все больше проникать представления и идеи, характерные для искусства. Происходила постепенная эрозия теологии на фоне возрастания роли и престижа искусства. Это нашло отражение в том, что поэзия, скульптура и живопись стали относиться к категории свободных искусств. Однако светское направление в искусстве пробивало себе дорогу крайне деликатно, осторожно, без «кавалерийских атак». Оно завоевывало позиции благодаря постепенному вторжению в сферу религиозного духа интереса к науке и античному наследию. Поэты и художники понимали, что им надо неустанно доказывать свое место под солнцем в стане свободных профессий. И делали они это через трудолюбие, упорство, интеллект и «методическое мастерство», характерное для традиционного искусства, пришедшего из Средних веков. Чтобы поднять свой авторитет, художники и поэты неустанно трудились, ибо в сознании человека середины второго тысячелетия прочно была укоренена убежденность, что чем больше труда вложено в создание произведения, тем оно совершеннее, тем самобытней и прекрасней. Причем в спорах о том, какое искусство — живопись или скульптура, живопись или поэзия важнее другого, аргумент в пользу искусства, требующего большей затраты труда, причем труда зримого, осязаемого, играл весьма важную роль.

1.3. Роль науки и ремесел

По мере того как возрастало их художественное мастерство, некоторые деятели искусства Возрождения начали отходить от строгого копирования природы и старались совместить свой художественный замысел со стремлением к идеальной форме и гармонии своего произведения. Природа перестала быть просто «натурщицей», моделью для копирования, а превратилась в источник скрытой божественной сущности, которую надо разгадать.

Но некоторые художники и ваятели шли другим путем. Они не только разгадывали, но и отбирали. Основой красоты становится не столько дар бога, сколько выбор человека, который выбирает в природе ярчайшие варианты из самых лучших и прекрасных форм. «Надо брать лучшие черты от многих прекрасных лиц — таков был распространенный лозунг» эпохи (Гилберт, Кун, с. 205).

Популярен был и другой путь. Основываясь на совокупности специальных знаний в области перспективы, анатомии, математики, психологии, усиливающих органы чувств, художники Возрождения создавали вторую «рукотворную» природу, но такую, которая соответствовала плану божественного творения. При этом решающую роль играла математика. О ее значении в эпоху Возрождения мы подробнее остановимся ниже.

1.4. Отношение к гармонии

Если для человека Средневековья гармония означала максимальную степень следования божественному единству, то для человека Возрождения гармония означала полное соответствие отдельных элементов художественного произведения друг другу и всему целому. Для того, чтобы выразить смысл этого соответствия, применялись различные слова и словосочетания: соотношение, координация, пропорциональность, согласие, сочетание, согласованность, соразмерность, композиция, скомпанованность и др.

Понятие гармонии в конечном итоге для художника эпохи Возрождения находит воплощение в *искусстве проекта*. Это искусство основано на изучении множества реальных предметов с целью создания совершенного образца. Вот как определяет возрожденческий проект английский искусствовед Дж. Вазари: «Проект — это как бы форма или идея всех вещей в природе; это самое замечательное по своей широте понятие, ибо не только на телах людей и животных, но и на растениях, зданиях, скульптуре и живописи проект показывает отношение целого к отдельным частям и каждой части к другой и к целому... Из этих отношений возникает определенная концепция и суждение» (Vasari, 1907, с. 205; цит. по: Гилберт, Кун, с. 207). И только после этого первоначальный набросок или проект воплощается в художественную реальность.

Идея и практика проектирования восходит к идеям Ветрувия, который в своих проектах основывался на пропорциях человеческого тела. Возрожденцы смотрят на проблему шире. Они учитывают не только пропорции человеческого тела, но и любые пропорции, встречающиеся в природе. Но великая сила искусства часто уводила художников от гармонических канонов. Об этом пишет, например, американский исследователь Дж. Саймон, обсуждая творчество Микеланджело, который часто отклонялся в своем творчестве от пропорций человеческого тела. Так же думает и Дюрер. В третьей из своих «Четырех книг о пропорциях человеческого тела» он говорит, что художник властен отклоняться от золотой середины в сторону большого и маленького, толстого и тонкого, молодого и старого, жирного и худого, красивого и безобразного, твердого и мягкого, но все это должно быть подчинено сознательно выбранному методу и искусству, которое прочно опирается на природу и никогда не повторяет себя. Для Дюрера канон, образец, модель, проект — это не догма, а руководство к действию свободного человека, обладающего «естественной склонностью» к творчеству.

Итак, в искусстве Возрождения наметилась четкая тенденция к поиску формальных регуляторов процесса творчества. Критерием истины с одной стороны становится божественный источник, а с другой, огромную роль начинает играть математика. Причем эта «комбинация» распространялась не только на искусство, но и на другие области

деятельности, прежде всего на ремесла и торговлю. Так, моряк, владеющий математическими навыками, получал преимущество перед своими конкурентами благодаря умению вычислять координаты судна на море, а купец, владеющий техникой бухгалтерского учета, имел значительно больше шансов на успех в торговле, чем его беспомощные в математике соперники. При этом традиционные представления утверждали, что вселенная построена богом по единому плану, в котором математика играла важную роль.

Примечательно также и то, что в эпоху Возрождения гармонические представления распространяются не только на природу и продукты творческой деятельности, но и на всю гамму взаимодействий человека и природы и человеческих отношений. Ярким примером такого расширительного понимания гармонии является творчество *Леона Баттиста Альберти* (1404 – 1472) — ученого, гуманиста, писателя, одного из зачинателей новой европейской архитектуры и ведущего теоретика искусства эпохи Возрождения.

Разносторонне одаренный и образованный, он внёс крупный вклад в теорию искусства и зодчества, в литературу и архитектуру, увлекался проблемами этики и педагогики, занимался теорией перспективы, картографией и криптографией.

Гармония по Альберти — важнейшая закономерность природы, основа миропорядка. Человек, включенный в мировой порядок, оказывается во власти ее законов — гармонии и совершенства. Гармонию человека и природы определяет его способность к познанию мира, к разумному, устремленному к добру существованию.

Альберти создал оригинальную гуманистическую, восходящую к Платону и Аристотелю концепцию человека, основанную на идее гармонии. Этика Альберти — светская по характеру — отличалась вниманием к проблеме земного бытия человека, его нравственного совершенствования.

Идеальный человек, по Альберти, гармонически сочетает силы разума и воли, творческую активность и душевный покой. Он мудр, руководствуется в своих действиях принципами меры, обладает сознанием своего достоинства. Всё это придает образу, созданному Альберти, черты величия.

Ответственность за моральное совершенствование, имеющее как личное, так и общественное значение, Альберти возлагает на самих людей. Выбор между добром и злом зависит от свободной воли человека. Основное предназначение личности гуманист видел в творчестве, которое понимал широко — от труда скромного ремесленника до высот научной и художественной деятельности.

Общество Альберти мыслит как гармоническое единство всех его слоёв, которому должна способствовать деятельность правителей. Обдумывая условия достижения социальной гармонии, Альберти в трактате «О зодчестве» рисует идеальный город, прекрасный по рациональной планировке и внешнему облику зданий, улиц, площадей. Вся жизненная среда человека устроена здесь так, чтобы она отвечала потребностям личности, семьи, общества в целом.

Воплощение представлений об идеальном городе в слове или изображении было одной из типичных особенностей ренессансной культуры Италии. Проектам таких городов отдали дань многие яркие личности этой эпохи. Это и архитектор Филарет, учёный и художник Леонардо да Винчи, авторы социальных утопий XVI в. В последних отразилась мечта гуманистов о гармонии человеческого общества, о внешних условиях, способствующих его стабильности и счастью каждого человека.

2. Математические штудии

2.1. «Божественная пропорция» Луки Пачоли

В 1509 г., т. е. 500 лет назад, по совету Леонардо да Винчи Лука Пачоли опубликовал книгу «О божественной пропорции» («*La Divina Proportione*») с подзаголовком «Сочинение, весьма полезное всякому проницательному и любознательному уму, из коего каждый изучающий философию, перспективу, живопись, скульптуру, архитектуру, музыку или

другие математические предметы, извлечёт приятнейшее, остроумное и удивительное учение и развлечёт себя различными вопросами сокровеннейшей науки». В книге в явном виде был сформулирован закон золотого сечения. Книга была изысканно и со знанием дела иллюстрирована изображениями многогранников, выполненных великим Леонардо. В 2007 году появился русский перевод «Божественной пропорции» (Пачоли, 2007).

Монах-францисканец Лука Пачоли был учеником художника Пьеро делла Франчески, написавшего две книги, одна из которых называлась «О перспективе в живописи». Эту книгу считают предтечей начертательной геометрии. От художника Пачоли получил глубокие знания в области искусства и математики.

«La Divina Proportione» была восторженным гимном золотой пропорции. Среди многих достоинств золотой пропорции монах Лука Пачоли не преминул назвать и ее «божественную суть» как выражение божественного триединства бога сына, бога отца и бога духа святого. Подразумевалось, что малый отрезок при делении отрезка в крайнем и среднем отношении есть олицетворение бога сына, больший отрезок — бога отца, а весь отрезок — бога духа святого.

Первая часть «Божественной пропорции» посвящена золотому сечению, вторая — правильным многогранникам, третья — архитектуре. Золотое сечение и правильные многогранники Пачоли рассматривает в соответствии с XIV книгой «Начал» Эвклида. Незадолго до опубликования «Божественной пропорции» Пачоли издал отредактированный латинский перевод «Начал» со своими многочисленными комментариями.

Изображения многогранников на 59 таблицах сделал для своего друга Леонардо да Винчи, для которого Пачоли, со своей стороны, подсчитал количество металла, необходимого для конной статуи (Юшкевич, с. 288–289). В книге присутствуют не только пять правильных многогранников (в полном соответствии с платоновыми телами), но и многогранники, получаемые из них путем «отсечения» и «насадки» друг на друга. Что касается раздела, посвященного зодчеству, то здесь рассматриваются пропорции человеческого тела на основе целых чисел в полном соответствии с измерениями Ветрувия.

«Божественная пропорция» для математики гармонии имеет основополагающее значение. Интересно, однако, что Пачоли рассматривает божественную пропорцию» с космологических позиций в пифагорейско-платоновском духе, не привязывая ее к архитектуре, живописи или к какому-либо другому искусству. Об этом говорит тот факт, что Пачоли в «Трактате об архитектуре», образующем последнюю часть книги, о золотой пропорции не упоминает. Иначе говоря, для Пачоли золотая пропорция — это прежде всего христианизированный математико-космический феномен.

Пачоли славен не только математико-гармоническими изысканиями. Его математические достижения в целом также имеют непреходящее значение.

В 1494 г. Пачоли публикует на итальянском языке математический труд под названием «Сумма арифметики, геометрии, дробей, пропорций и пропорциональности» (*Summa di arithmetica, geometrica, proportione et proportionalita*). В этом сочинении излагаются правила и приемы арифметических действий над целыми и дробными числами, задачи на сложные проценты, решение линейных, квадратных и отдельных видов биквадратных уравнений. Пожалуй, самое существенное нововведение Пачоли состоит в систематическом использовании синкопированной алгебраической записи — своеобразной предшественницы последующего символического исчисления. Из задач, привлёкших внимание математиков последующих поколений, следует отметить задачу о разделе ставки при незавершённой игре. Эту задачу Лука решил неправильно, но позднее она стала оселком, на котором оттачивалось математическое искусство. В конечном итоге эта задача способствовала возникновению и становлению теории вероятностей.

2.2. Теория симметрии и Леонардо да Винчи

Существует тиражируемое мнение, что термин золотая пропорция (*aurea sectio*) впервые употребил Леонардо да Винчи. Так ли это на самом деле, нам установить не

удалось. Возможно, Леонардо, исследуя структуру многоугольников и многогранников, сталкивался с золотой пропорцией, известной ему по книге Пачоли. Но для Леонардо, скорее всего, золотая пропорция была лишь проявлением одного из видов симметрии. А последней он уделял очень много внимания, проектируя свои знаменитые ансамбли. Так, Герман Вейль (Вейль, 2007, с. 91–92, 100–101), отмечает, что простейшими фигурами, обладающими возможными вариантами поворотной симметрии, являются правильные многоугольники, которые строятся в двухмерном пространстве. Это хорошо понимал Леонардо да Винчи (Вейль, 2007, с. 91, 100). Число таких многоугольников определяется числом граней, стремящегося к бесконечности. При повышении размерности пространство до 3 число многогранников не бесконечно. Их только пять. Обычно их называют платоновыми телами. Это правильный тетраэдр, куб, октаэдр, а также додекаэдр, гранями которого являются двенадцать правильных пятиугольников, и икосаэдр, ограниченный двадцатью правильными треугольниками. Вейль отмечает, что «существование первых трех многогранников является весьма тривиальным геометрическим фактом. Но открытие факта существования последних двух, несомненно, было одним из наиболее выдающихся и прекрасных открытий, сделанных на протяжении всей истории математики» (Вейль, 2007, с. 100). Различие двух групп многогранников заключается в том, что куб и октаэдр имеют одну и ту же группу симметрии, потому что, если взять центры граней куба и «натянуть» на них многогранник, получится октаэдр, и, наоборот, центры граней октаэдра являются вершинами куба. По той же причине додекаэдр и икосаэдр имеют одинаковые группы симметрии (Винберг, 2001, с. 19–20).

Вейль также отмечает, что Леонардо да Винчи всегда волновала проблема выбора формы центрального здания в архитектурных ансамблях, а также, каким образом нужно производить пристройку к ним часовен и ниш, не разрушая симметрии ядра ансамбля.

2.3. Решение уравнений четвертой и третьей степеней

Лука Пачоли закончил раздел об алгебраических уравнениях книги «Суммы» замечанием о том, что для решения кубических уравнений $x^3 + b = ax$ и $x^3 + ax = b$ искусство алгебры еще не дало способа, как не дан еще способ разрешения квадратуры круга. Эти слова Пачоли послужили отправным пунктом для итальянских алгебраистов в решении кубических уравнений. Открытие этого решения было крупным математическим достижением эпохи Возрождения, сохранившим свое значение до настоящего времени. Если же говорить о математике гармонии, то решение такого уравнения имеет отношение к теории уравнений, обобщающих идею золотого сечения. Речь идет прежде всего о кубических уравнениях Падована-Газале и Алексея Стахова (Газале, 2002, с. 147; Стахов, 2003, с. 10).

Первым удалось решить один из видов кубического уравнения $x^3 + ax = b$ ($a, b > 0$) профессору Болонского университета Сципионе дель Ферро (1456–1526), а вслед за ним и независимо от него уроженцем Брешии Никола Тарталья (1500–1557), который решил и другие виды кубических уравнений. Формулу Тарталья опубликовал Джираломо Кардано (1501–1576) в своем знаменитом трактате «Великое искусство» (1545 г.). И хотя она фигурирует в истории математики под именем Кардано, но подлинным автором является Тарталья. Кстати, с именем Кардано связаны и другие достижения изобретательного ума – карданный вал и решетка Кардано: может быть, потому, что кто-то изобретал, а он публиковал?

Любопытно, что формулу Кардано использовал М. Газале (Газале, 2002, с. 158) при вычислении серебряного сечения, предложенного архитектором Падованом. Для уравнения $x^3 + ax = b$ формула Кардано имеет вид:

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} + \frac{b}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}.$$

Подставив в это выражение $a = -1$ и $b = 1$, можно найти решение уравнения $p^3 - p - 1 = 0$:

$$\begin{aligned}
 p &= \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{-1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{-1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{1}{2}} = \\
 &= \sqrt[3]{\sqrt{\frac{23}{108} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{23}{108} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2}} \approx \\
 &\approx \sqrt[3]{0,461479103 + 0,5} - \sqrt[3]{0,461479103 - 0,5} \approx \\
 &\approx 0,986991206 + 0,3377226751 \approx 1,324717957,
 \end{aligned}$$

что с точностью до десяти значащих цифр, совпадает со значениями, вычисленными путем последовательных итераций выражения

$$\sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{1 + \dots}}}} \rightarrow p$$

Как отмечает Карл Б. Байер (Boyer, 1989, р. 282), а вслед за ним и Мидхад Газале (Газале, 2002, с. 160), год опубликования Кардано (1545) способа решения кубического уравнения ознаменовал начало современной эпохи в математике. От себя добавим, что эта дата является также предвестником становления теории уравнений высоких порядков, связанных с золотым сечением и числами Фибоначчи.

Кардано включил в свою книгу ещё одно открытие, сделанное его учеником Лодовико (Луиджи) Феррари: общее решение уравнения четвёртой степени.

Итальянские математики Дель Ферро, Тарталья и Феррари решили проблему, с которой несколько веков не могли справиться лучшие математики мира. При этом они обнаружили, что в решении иногда появлялись «странные» корни из отрицательных чисел. После анализа ситуации европейские математики назвали эти корни «мнимыми числами» и выработали правила обращения с ними, приводящие к правильному результату. Так в математику впервые вошли комплексные числа.

Важнейший шаг к новой математике сделал француз Франсуа Виет (1540–1603). Он окончательно сформулировал символический метаязык арифметики — буквенную алгебру.

Еще одно великое открытие XVI века — изобретение Джоном Непером логарифмов, которое во много раз упростили сложные расчёты

И наконец, уже в самом конце XVI столетия фламандец Симон Стевин (1548–1620) издаёт книгу «Десятая» о правилах действий с десятичными дробями, после чего десятичная система одерживает окончательную победу и в области дробных чисел. Стевин также провозгласил полное равноправие рациональных и иррациональных чисел, решив тем самым одну из самых острых проблем, которая в глубокой древности озадачила мудрых греческих математиков и повернула вектор их исследований в сторону геометрии.

2.4. Теория перспективы

Эвклид в разделе «Оптика» своих «Начал» сформулировал впервые правила наблюдательной перспективы, а также вывел законы отражения лучей от плоских, вогнутых и выпуклых зеркал. Учение о перспективе позднее были изложены в трактате «Десять книг об архитектуре» древнегреческого ученого и архитектора Витрувия, который изложил правила построения перспективы, а также составления архитектурно-строительных чертежей, содержащих план и фасад зданий.

В эпоху Возрождения начинается новый этап в развитии теории перспективы. Леон Баттиста Альберти в трактатах «О живописи» и «О зодчестве» изложил математическую теорию пропорций, основываясь на пропорциях человеческого тела. В перспективных построениях Альберти применил метод построения изображения расположенных друг за другом равных и параллельных отрезков, заключенных между двумя линиями, пересекающимися на линии горизонта.

Большой вклад в теорию перспективы внес и Леонардо да Винчи. В «Трактате о живописи» он писал, что перспектива относится к «механическим наукам», которыми не должен пренебрегать ни один живописец.

Леонардо да Винчи делит перспективу на три основные части:

1. Линейную перспективу, которая учитывает закон уменьшения фигур по мере их удаления от наблюдателя.
2. Воздушную и цветовую перспективу, которая проявляется в цветности предметов, зависящей от их расстояния до наблюдателя.
3. Перспектива четкости очертания предметов в зависимости от структуры пространства и степени освещенности его частей.

Первый раздел теории перспективы впоследствии развился в точную науку — линейную перспективу, которая позднее вошла как составная часть в начертательную геометрию.

Выдающийся немецкий ученый, математик, гравер и художник Альбрехт Дюрер (1471–1528) в своем сочинении «Руководство для измерений циркулем и правилом», изданном в 1523 г., описал графический способ построения перспективы предметов с использованием ортогональных проекций, получивший в учебной литературе название «способ Дюрера». Юшкевич отмечает, что в этом сочинении приводится огромный статистический материал, содержащий измерения различных частей тела мужчин и женщин разных комплекций (Юшкевич, 1977, с. 324). Представляется, что эти результаты явились первым серьезным шагом на пути становления антропометрии и рационалистической эстетики. Заметим также, что достижения Дюрера в этой области еще ждут достойной оценки.

3. Значение математико-гармонических изысканий в эпоху Возрождения

В этот период математика впервые вышла за пределы наследства, оставленного греками и математиками Востока.

1. Мощное развитие получила алгебра и арифметика, вырвавшиеся наконец за пределы геометрии. Впервые практически сложилось понятие действительного числа. Все «плохие» числа стали естественными или, как писал Стивен, «нет никаких абсурдных, иррациональных, неправильных, невыразимых или глухих чисел» (Юшкевич, 1977, с. 325).

2. Существенно расширился круг представлений, связанных с гармонией. Концепция гармонии приобретала все более светский характер, становилась все более гуманистической, распространяясь не только на природу, но и на отдельного человека и человеческое общество в целом.

3. Понятие гармонии для творческого человека эпохи Возрождения находит воплощение в *искусстве проекта*, основанном на изучении множества реальных предметов с целью создания совершенного образца.

3. Впервые со времен Эвклида был возобновлен разговор о золотом сечении, платоновых телах и правильных многогранниках.

4. В трудах Леонардо да Винчи, по-видимому, впервые ставится вопрос о различных видах симметрии архитектурных сооружений.

5. Серьезным математическим достижением эпохи было открытие методов решения уравнений третьей и четвертой степеней. С одной стороны это стало движущей силой для развития алгебры, а с другой, заложило основы алгебраической теории гармонии, в которой важное место занимает решения уравнения высоких степеней.

Литература

Вейль Г. Симметрия. Перевод с англ. М.: Издательство ЛКИ., 2007.

Винберг Э. Б. Симметрия многочленов. Серия: Библиотека «Математическое просвещение». М.: МЦМНО, 2001.

- Газале М.* Гномон. От фараонов до фракталов. Перевод с англ. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
- Гилберт К., Кун Г.* История эстетики. Перевод с англ. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960.
- Дюрер А.* Дневники, письма, трактаты. Искусство: М.-Л.: 1957, т. 2.
- Юшкевич А. П.* История математики (под ред. А. П. Юшкевича) в трёх томах. Том 1. С древнейших времен до начала Нового времени. М., Наука, 1977.
- Леонардо да Винчи.* Избранные произведения. М.-Л.: Academia. 1935. Т. 2.
- Лука Пачоли.* О божественной пропорции. Репринт изд. 1508 г. с приложением перевода А. И. Щетникова. М.: Фонд «Русский авангард», 2007.
- Лука Пачоли.* Трактат о счетах и записях. М.: Финансы и статистика, 1994.
- Соколов Я.* Лука Пачоли. Человек и мыслитель. В кн.: Пачоли Лука. Трактат о счетах и записях. М.: Финансы и статистика, 1994.
- Щетников А. И.* Лука Пачоли и его трактат «О божественной пропорции». Математическое образование, №1 (41), 2007, с.33–44.
- Boyer C., Merzbach U.* A History of Mathematics. New York: John Wiley & Sons, 1989.
- Vasari G.* On Technique. Ed. G. B. Brown. London, 1907.