Сергиенко П.Я.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЗАЦИИ ГАРМОНИИ. ЗАДАЧА (ПРЕДЛОЖЕНИЕ II.11) ЕВКЛИДА И АЛГОРИТМ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Выставить на обозрение свой алгоритм решения озаглавленной задачи меня позвали публикации: С.А.Ясинского http://trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321170.htm и А.П.Стахова, И.Г.Райлян, (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321100.htm).

Из данных публикаций я выяснил, как и предполагал ранее, что «Предложение 2.11» Евклида, так же как известная «Задача квадратуры круга», пришли в обобщенные знания НАЧАЛ с более древних эпох цивилизации. Алгоритмы его решения в течение тысячелетий предлагались разные. Онтологические изъяны энциклопедического алгоритма «золотого сечения» катета прямоугольного треугольника (как отрезка) я уже частично критиковал и предложил свой алгоритм. Читателям сайта он давно известен и критических замечаний на него не последовало.

В последние годы я занимаюсь исследованием явления гармонии (мер и пропорций) в двухмерном пространстве. Выявлены такие геометрические фигуры, как «гармоничные прямоугольные треугольники», их меры, свойства и закономерности в самоорганизации пространства. В этой связи получил замечание-предложение от профессора С.Л.Василенко по поводу отсутствия в предложенном мной методе математизации гармонии плавного перехода от одномерного пространства к двумерному. Почему я этого не сделал раньше? Возможно, этому мешало отсутствие у меня знания об истинном содержании изначальной формулировки задачи («Предложения 2.11) в НАЧАЛАХ Евклида. Я пользовался формулировками, которые в разных вариациях часто приводил в своих статьях А.П.Стахов. Например, в публикации http://trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321051.htm он пишет:

«В Книге II своих «Начал» Евклид сформулировал предложение 2.11, которое задает «деление отрезка в среднем и крайнем отношении»:

Предложение 2.11. *Данную прямую разделить так, чтобы прямоугольник, заключенный между целой и одним из отрезков, был равен квадрату на оставшемся отрезке.*

Рассмотрим это определение более детально. Для этого возьмем отрезок *AB* и разделим его точкой *C* на две неравные части *AC* и *CB* (Рис.1)…».

И вот большая удача! В упомянутых статьях приводится без искажений понятная формулировка из «НАЧАЛ» Евклида (ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2.11):

«Данную прямую AD разделить на две неравные части AF и FD так, чтобы площадь квадрата, построенного на большем отрезке AF, равнялась бы площади прямоугольника, построенного на отрезке AD и меньшем отрезке FD».

К истории и содержанию данной задачи в вышеназванных и других публикациях имеются пространные комментарии (Мордухай-Болтовского, Ясинского, Стахова, Белянина...), в которых проявляются разночтения. Абстрагируемся от них.

Существует мнение, что в правильном и четком логическом смысле сформулированной задачи содержится 50% ее решения. В этой связи хочу заметить, что в формулировке данной задачи есть математическая некорректность. Возможно, это описка или ошибка перевода. Трудно поверить, что Евклид не понимал различия между отрезком и прямой, поскольку прямая не имеет границ. ***A*** и ***D*** – точки границ, обозначающие некую часть прямой, которую предложено самим Евклидом называть *отрезком* прямой. Начало формулировки задачи в древнем греческом оригинале вероятнее всего начинается так: «Данный отрезок AD прямой разделить…». Однако, перейдем к смыслу предложенной задачи.

Поскольку в задаче речь идет о построении равновеликих прямоугольников и квадрата на основании произвольного отрезка прямой, то логично признать, что данная задача – это задача из серии классических геометрических построений пространственных мер, с помощью *циркуля* и *линейки*. Напомним, что в данной классике геометрических построений на плоскости, линейка без делений служит только для проведения прямых линий и соединения прямой линией точек на плоскости. Циркуль служит для черчения окружностей, установления изначальной произвольной ***меры*** отрезка прямой, деления отрезка посредством круговой проекции на равные и не равные части, восстановления перпендикуляра к прямой в заданной точке, наложения меры длины одного отрезка на меру длины другого и их вычитания, переноса меры отрезка круговой проекцией из одной геометрической фигуры на другую, а так же для суммирования длин отрезков. А теперь приступим к решению сформулированной Евклидом задачи.

ПРИМЕЧАНИЕ. Вместо буквенного обозначения геометрических объектов автор пользуется цифровым, что значительно повышает быстроту ориентации в рисунках с большим количеством обозначенных точек. При этом обозначается, например, 1-12 (отрезок), A,4,8,D (периметр и площадь геометрической фигуры).

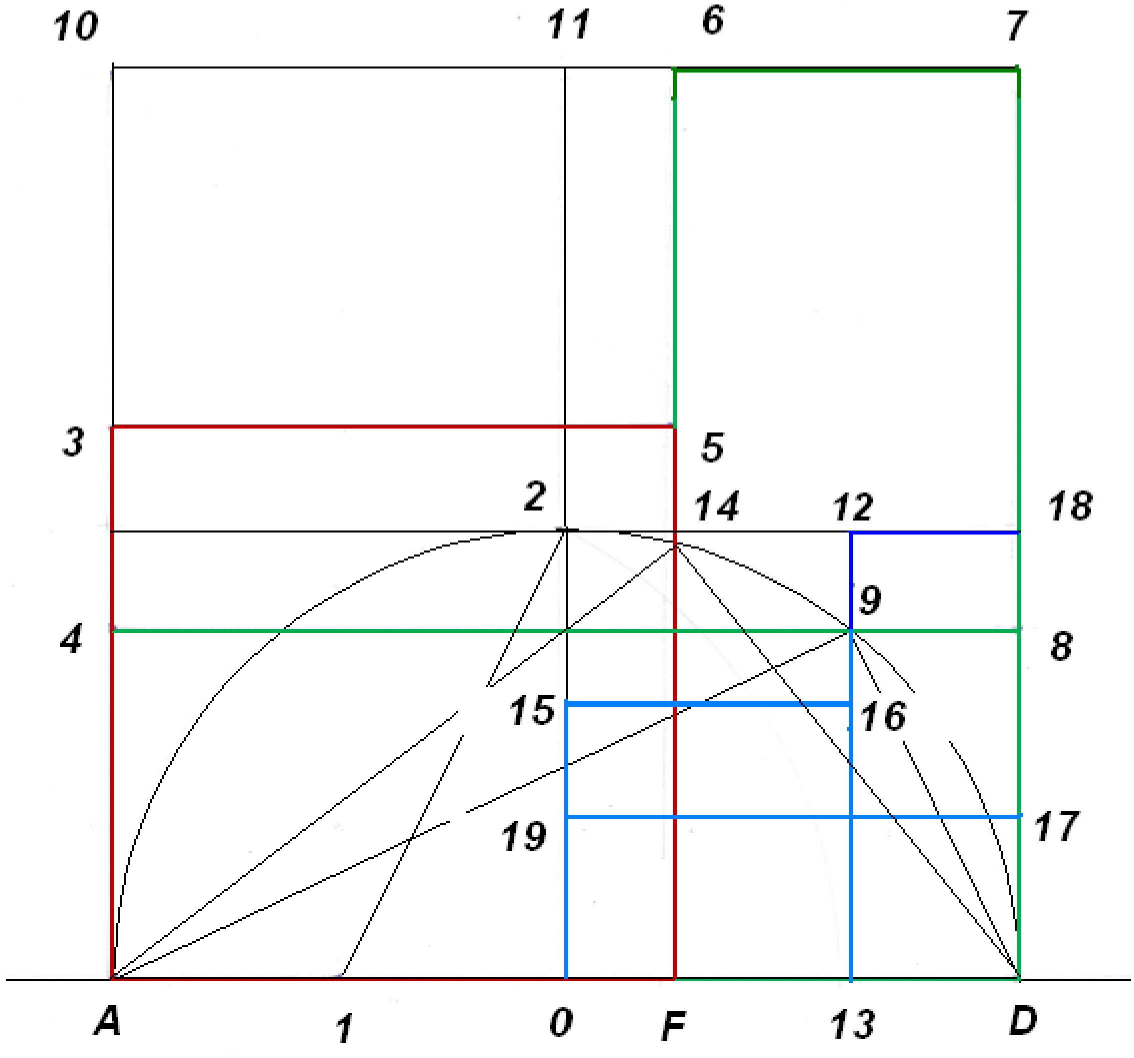

Рис.1. Решение задачи Евклида (Предложение II.11) с помощью циркуля и линейки

Алгоритмы решения задачи.

А). Алгоритм геометрического построения (Рис.1):

1. На прямой строим отрезок ***AD***, для чего произвольным раствором циркуля с центром в точке ***0*** чертим полуокружность, пересекающую линию в точках ***A*** и ***D***. При данном построении ***A-0*** = ***0-D*** – радиус окружности, меру которого мы принимаем равной ***1***. Отрезок ***AD*** = ***2***.
2. К точке ***0*** восстанавливаем перпендикуляр.
3. Отрезок ***A-0*** делим на две равные части, где ***A-1*** = ***1-0*** = 0,5.
4. Соединяем прямой точку ***1*** с точкой ***2*** (пересечения окружности) и перпендикуляра.
5. Раствором циркуля ***1-2*** на отрезке ***AD*** откладываем отрезок ***A-13 = 1-2***.
6. Ставим ножку циркуля в точу ***13*** и радиусом ***13-D*** отмеряем отрезок ***FD***.
7. К точкам ***A; F; 13; D*** восстанавливаем перпендикуляры.
8. Раствором циркуля ***AF*** откладываем на перпендикулярах точки ***3*** и ***5***.
9. Соединяем прямой точки ***3*** и ***5***. В итоге, на отрезке ***AF*** построен квадрат ***A,3.5,F***.
10. Ставим ножку циркуля в точку ***D*** и раствором циркуля ***FD*** на перпендикуляре откладываем точку ***8.***
11. В точке ***8*** восстанавливаем перпендикуляр до пересечения с ***A-3*** в точке ***4***. В итоге, на отрезке ***AD*** построен прямоугольник ***A,4,8,D***.
12. Ставим ножку циркуля в точку ***D*** и раствором циркуля ***AD*** на перпендикуляре откладываем точку ***7.***
13. В точке ***7*** восстанавливаем перпендикуляр до пересечения в точке ***6*** с перпендикуляром из точки ***F.***
14. Соединяем прямой точки ***6*** и ***7***. В итоге, на отрезке ***FD***, который равен прямоугольнику ***A,4,8,D*** построен прямоугольник ***F,6,7,D***.

    Таким образом, в согласии с Предложением 2.11 на отрезке равном диаметру круга, мерой его радиуса построены квадрат и два равновеликих ему прямоугольника.

Пользуясь геометрическим основанием осуществленного построения, я выполнил аналогичное построение на отрезке ***0-D = 1*** (радиусе круга).

Б). Алгоритм вычисления мер параметров построенных геометрических фигур:

1. В согласии с теоремой Пифагора вычисляем сторону ***1-2*** прямоугольного Δ***1,2,0***, где ***0-2 = 1***, по условию, а ***1-0 = 0,5***, по построению. ***1-2*** = $\sqrt{1{,}25} \approx 1{,}1180339$.

2. Вычисляем построенные отрезки на прямой:

1-13 = 1-2 = 1,1180339 по построению;

0-13 = 1-13 – 1-0 = 1,1180339 – 0,5 ≈ 0,6180339;

A-13 = A-0 + 0-13 = 1 + 0,6180339 ≈ 1,6180339;

13-D = 0-D – 0-13 = 1 – 0,6180339 ≈ 0,3819661;

FD = 2x13-D = 2x0,3819661 ≈ 0,7639322 по построению;

AF = AD – FD = 2 – 0,7639322 ≈ 1,2360678;

0-F = 0-D – FD = 1 – 0,7639322 ≈ 0,2360678;

3. Вычисляем площади построенных квадратов и прямоугольников:

Площадь квадрата ***A,3,5,F*** – $(AF)^2 = (1{,}2360678)^2 = 1{,}5278636$;

Площади равных прямоугольников ***F,6,7,D*** и ***A,4,8,D*** – 2 x 0,7639322 = 1,5278644;

Площадь квадрата ***A,10,7,D*** – $(AD)^2 = 2^2 = 4$;

Площадь квадрата ***0,2,18,D*** – $(0\text{-}D)^2 = 1^2 = 1$;

Площадь квадрата ***0,15,116,13*** – (***0-13***)^2 = (0,6180339)^2 = 0,3819661;

Площади прямоугольников ***0,19,17,D*** и ***13,12,18,D*** – 1 x 0,3819661 = 0,3819661.

В). Пропорциональные меры отношения длин построенных отрезков на мере длины отрезка ***AD****:*

AF/FD = 1,2360678/0,7639322 ≈ 1,6180333;

AD/AF = 2/1,2360678 ≈ 1,6180342;

0-13/13-D = 0,6180339/05819661 ≈ 1,6180333;

0-D/0-13 = 1/0,6180339 ≈ 1,6180342;

F-13/0-F = 0,3819661/0,2360678 ≈ 1,6180355;

Г). Пропорциональные меры отношения построенных площадей:

$S_{A,10,7,D}/S_{A,3,5,F}$ = 4/1,5278644 ≈ 2,6180333 ≈ (1,6180337)^2;

$S_{0,2,18,D}/S_{0,15,16,13}$ = 1/0,3819661 ≈ 2,6180333 ≈ (1,6180337)^2.

Таким образом, мной выполнено «Предложение 2.11.» НАЧАЛ Евклида в строгом соответствии с его формулировкой. И даже перевыполнено. То есть, для сравнения геометрическое построение осуществлено на масштабной мере длины разных отрезков.

В этой связи не могу обойти стороной, логику, а точнее, алогичность решения данной задачи в статье А.П. Стахова, И.Г. Райлян, «Золотая» научная парадигма: этапы большого пути от Пифагора, Платона и Евклида до «Математики Гармонии» http://trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321100.htm Цитирую:

«Вникнем в суть этой задачи. Для этого изобразим эту задачу геометрически (Рис. 1)». Далее приводится образный рисунок («Рисунок **1.** Деление отрезка в крайнем и среднем отношении»), на котором изображены, как бы уже построенные, по условию задачи, (кем то?) равновеликие квадрат и прямоугольник. Далее следует переход к записи в символах отношения отрезков AF/FD, составление символической пропорции (2) и утверждение, что «Пропорция (2) имеет следующую геометрическую трактовку: разделить заданный отрезок на две неравные части в такой пропорции, что отношение…» в конечном итоге приводит к алгебраическому уравнению $x^2 = x+1$. И в итоге следует заключение:

«Положительный корень этого уравнения Ф = $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ и есть то знаменитое иррациональное число, которое имеет в современной науке много замечательных названий: *золотое число, золотое сечение, золотая пропорция, божественная пропорция*».

Уважаемые авторы, вы описываете алгоритм решения конкретной задачи, в которой нет даже слов «пропорция» и «отношение», а требуется только построить равновеликие квадрат и прямоугольник на не равных частях данного отрезка. Решение задачи заканчивается пунктом *Б). Алгоритм вычисления мер параметров построенных геометрических фигур.*

Действий, изложенных мной в пунктах *В) и Г)*, задача не требует. Это уже относится к математическому развитию последствий решения Предложения 2.11. Строгое, пунктуальное решение этой задачи выводит нас на истинный путь математического познания и моделирования гармонии действительности. Внимательный читатель уже заметил на Рис.1 **ΔA,9,D** и **ΔA,14,D**. Это *гармоничные* треугольники. Я вернусь к ним в следующей публикации.

Внимательный читатель так же заметил, что отрезок равный **1** автором геометрически разделен не на две, а – на три части в равных отношениях. То есть:

1/0,618… = 0,618/0,381… = 0,381/0,236067… ≈ 1,61803…

Такое деление целого на части свидетельствует о том, что возрастающий рекуррентный ряд, аналогичный ряду Фибоначчи, может изначально существовать в виде трансцендентных мер пространственной действительности и их гармоничных отношений:

… + …0,23606… + 0,38196… + 0,61803… + 1 + 1,61803… + …,

а не начинаться с 7-го порядкового числа ряда Фибоначчи, с которого в отношениях чисел начинают проявляться константы гармонии 1,61803... и 0,61803… Об упомянутых логических началах формализации гармоничных отношений я уже писал в статье http://trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321105.htm.