С.Л. Василенко

# В поисках золотника

*Велик пень, да дупляст,*
*Мал золотник, да дорог.*[1]
Русская народная пословица

«Книги живут самостоятельной жизнью» (М. Булева)[2].

Главным для них является доступность широкому читателю, а их авторам остается только уповать на их полезность и дальнейшее развитие заложенных в них идей.

В этой связи нельзя не отметить появление в Интернет сразу нескольких монографий С. Ясинского в области золотого сечения (ЗС), на последней из которой [1] позволим себе остановиться подробнее.

Почему именно на ней? – Ответ прозаический: она достаточна новая (2008), увлекательная, в меру дискуссионная, и уже есть первый довольно обстоятельный отзыв (отклик) [2], который сам по себе не менее любопытен.

А вместе они представляют, если можно так выразиться, – некое высвечивание узловых моментов целой страницы, если не сказать главы, в развитии теории ЗС, так и не сумевшей застолбить свое достойное место в современных науках, чему в разное время вольно или невольно поспособствовали (приложили руку) сами же многие авторы–пропагандисты.

Смотришь другой раз на все это, и невольно приходят ассоциации, когда "золотосеченцы" представляются разрозненными индивидами, которые засели глубоко в колодцах, друг друга не видят, не слышат, но время от времени вылезают на поверхность, "постреляют" в воздух, напомнив о себе, и опять – каждый обратно в свой колодезь.

Ни четкой тебе связи, ни отчетливого единства, ни общего командования.

Равно как и корпоративной идеи в смысле реализации

Одним словом, все самотеком или кто во что горазд. Стихийно, анархично, без подзарядки на некий объединяющий результат. Одну общую цель или осуществление программных задач. Каждый сам по себе и, наиболее вероятно, сам для себя.

А их суммарный вектор живет отдельной жизнью: беспризорной и неприкаянной.

Есть и положительные моменты, главным из которых можно считать достижение количества разрозненных публикаций некоторой критической массы, что по теории вероятности оставляет надежду на появление действительно фундаментальных разработок.

Речь не идет, конечно, о пресловутой подмене математики или даже всей науки золоченой идиомой пусть даже гармонического окраса.

Речь идет о формировании "золотой парадигмы", прежде всего, в самой теории ЗС, которая, к сожалению, не характеризуется как выздоравливающая и требует реанимации.

Как дословно описал существующую ситуацию с ЗС сравнительно нейтральный в этом плане ученый Ю.И. Манин: "This is interesting as a piece of history of recurring metaphysical phantasies, but not as science". – Это интересно как кусочек истории-возвращения (воспоминания) метафизических фантазий, но не как наука.

Вот такой неутешительный вердикт, который можно и пропустить, если бы не одно НО.

Именно в этом и состоит основная проблематичность ЗС, сколько бы не выискивали ЗС с лупой (как блох) во всем, что "ползает и летает".

Так и не стало ЗС составной частью науки! И это действительно упрямый факт

---

[1] Старинная русская мера веса, равная примерно 1/100 фунта, т. е. 4,266 г. Золотником называлась и гирька такого же веса как самая малая его мера.

[2] Лаборатория "золотого сечения". Диспут. – http://www.a3d.ru/disput/61.

А могло бы (?), если бы не разнообразные "доброжелатели"...

Поэтому анализировать работы и общую деятельность в сфере ЗС следует исходя из такой неутешительной, но достаточно требовательной позиции.

А именно: насколько они отвечают (в какой-то мере по субъективным оценкам) хотя бы классическим представлениям о ЗС и общим тенденциям его развития в научном аспекте (не путать с еще одним укоренившимся и широко распространенным понятием – "ЗС для домохозяек").

Планка ставится сравнительно высокая. Впрочем, это нужно было делать давным-давно и по возможности всегда, а не превращать сферу ЗС в легковесную разменную монету с перекрестным восхвалением и отсутствием конструктивной полемики по существу, – разве что по мелочным вопросам, кто и как что назвал или о чем-то думал. Последнее тоже важно, но как довесок к главному, и не должно подменять все остальное. Чего стоит только инспирированная дискуссия около т.н. "металлических пропорций", как будто квадратное уравнение или его разностный аналог человек придумал только вчера.

Но мы, кажется, чуть отвлеклись, а для вступления – уже вполне достаточно.

Итак, монография Сергея Ясинского [1].

Сразу отметим, что материал в целом интересный. Читается достаточно легко.

Книга дает широкий вектор направленности возможных исследований.

В любом случае ее ждет длительное плавание по просторам русской, а возможно и зарубежной науки.

Хотя не все там однозначно. А есть вещи, которые просто невозможно воспринимать объективными.

В целом ее можно оценить как работу, пополнившую, а возможно и переполнившую (в хорошем смысле) критическую массу публикаций первой волны, за которыми хоть и блекло, но все ж прослеживается выход из тоннеля. И не просто выход, а возрождение ЗС на новой качественной основе с признанием другими науками на правах действительного члена, а возможно и ведущей скрипки по отдельным направлениям.

Так или иначе, но замечания-суждения к работе [1] все ж придется высказать хотя бы потому, что она этого стоит!

Да и задача здесь ставится дуальная: на доверительной основе и в форме диалога как бы, выслушав автора, одновременно попытаться высказать собственные соображения.

Прежде всего, есть небольшие шероховатости, о которых следует сказать несколько слов для тех, кто сочтет нужным их корректно обойти при использовании.

Наверно, их удобнее как-то систематизировать, – хотя бы перечислением по пунктам.

Итак, попробуем, заранее даже не предполагая, что из этого получится.

1. В ведении автор весьма корректен, ведя речь о «проявлении "золотого" сечения». Мы бы добавили еще слово "возможного", поскольку точных проявлений не установлено.

Да иначе и быть не может. Если нет точных аналитических зависимостей, то речь можно вести в лучшем случае только о приблизительном золотом сечении или квазиЗС.

2. Не выписан четко предмет исследований: что, в конечном счете, стандартизируется? Если все подряд, то так не бывает. Это же касается измерений и особенно существующей на сегодня номенклатуры физических единиц. В целом пока можно говорить о некоторых наметках к выработке общих подходов и как одной из возможных гипотез. И о привлечении внимания к этой проблеме молодых ученых (с. 8). Это похвально

3. При исследовании квадратных уравнений можно анализировать разности корней. Однако странным выглядит необходимость самого уточнения теоремы Виета (с. 10) путем введения третьего свойства. Два корня (числа) могут дать только два базовых свойства, другие свойства будут уже производными. И потом теорема Виета прекрасно обобщена для

алгебраического уравнения общего вида, когда становится физически невразумительным само понятие разности $n$ корней.

4. Автор отмечает, что отношение соседних чисел Фибоначчи «как известно из математики, имеет наилучшую скорость приближения к "золотому" числу $\Phi$» (с. 27). Можно добавить, что есть иные математические образования [3] в виде ветвящихся вертикально-горизонтальных структур представления ЗС цепными (непрерывными) дробями с невероятно большими, практически неограниченными скоростями сходимости к Ф.

А быстрота сходимости, о которой говорит автор, как раз является самой меньшей.

5. Название "справки" в подразделе «Справка о золотом сечении (числе) в древней истории» явно диссонирует: справку по истории может дать только господь Бог. Можно показать свое видение исторических моментов, что потом и делает сам автор, говоря об «отсутствии строгих доказательств с чисто научных позиций» (с. 53). Что подкупает, так это характеристика первоисточников, которая в целом повышает достоверность и доверительность описания.

6. Формулы с камертоном (3.78)–(3.80) (с. 120–121) арифметически не взаимоувязаны. А вообще втискивать ЗС в "Герцы" (достаточно произвольную единицу измерения) больше тяготеет к понятию псевдоЗС, хотя не исключено, что ЗС может присутствовать идеально (!) при сопоставлении конкретных частот определенных звуковых сигналов. И почему собственно ЗС? Когда с таким же успехом могут присутствовать самые "закрученные" последовательности Фибоначчи с невероятно разными начальными условиями! Без квази-приближений, но с абсолютно точными расчетами.

7. Больше всего нас порадовал пример с взвешиванием и распределением на три кучки (с. 138–140). Подобная задача возникает и при делении груды золота между тремя разбойниками в пустыне, когда вообще нет никаких весов. Но она, тем не менее, разрешима: один делит, а остальные выбирают, и делящему остается третья невыбранная кучка так, что он не заинтересован в неправильном дележе. В целом задача имеет свое обобщение на произвольное количество участников процесса (в оригинале – разбойников).

Но ближе к монографии. Пример-то интересен, но он оказался холостым выстрелом. Хотя со всей очевидностью так и напрашивалось сюда естественное продолжение в виде внешнего деления отрезка золотым сечением "плавающей точкой", которая может делить отрезок в заданном соотношении, находясь вне его. Это и есть ключевой лейтмотив!

Тогда пример с тремя кучками и одними весами был бы, как нельзя, кстати, логичным и информационно насыщенным. Но, увы.

А вообще-то теория внешнего деления может оказаться весьма полезной и прорывной хотя бы потому, что в отличие от стандартного ЗС, не разбивает и не подминает под собой системность целого.

8. Ну, и конечно, есть вещи, с которыми принципиально трудно, а то и просто невозможно согласиться.

**а)** *Внедрение числа* Ф в различные "формулоиды" с теми или иными размерностями, мягко говоря, некорректно, если учесть, что практически все единицы измерения – искусственные образования, которые могли бы быть совершенно иными. Не хуже известного псевдо-феномена вычисления ЗС в виде 63 ударов пульса в минуту как классического примера его лжепроявления. Поэтому включение ЗС в размер диаметра Земли в км (с. 118) или частоты в Гц (с. 124) либо скорости света (с. 128) через футы, дюймы, мили или 1 талант (аттический) в 26,2 кг (с.129) не выдерживают никакой критики, особенно если исходить из названия монографии. Это же касается и проявления "золотого" числа в древнерусских саженях (с. 114–117), которые бессистемно могли отличаться даже от деревни к деревне. Связь старинных мер (футов, милей, ярдов...) с золотым сечением вообще натянута. Но даже если бы те ж самые сажени обладали системностью, – причем здесь золотое сечение, у которого совершенно иная онтология? В этом смысле сопоставимость стандартизации и саженей вызывает сомнение, как и соответствующие кульбиты-манипуляции с числом Ф.

**б)** *Получение формул* на основе частных примеров – могло бы стать темой для отдельного разговора. В принципе запись формулы возможна, только нельзя утверждать, что она этим самым (на 2–5 примерах) доказана. В математике известны случаи, когда преждевременно объявлялись доказанными теоремы, а потом их авторы нехорошо заканчивали в виду невозможности представить доказательство, что считалось делом чести. Нельзя объявлять наперед, это не план мероприятий. Значимость утверждений, формул, гипотез, теорем нисколько не умаляется, если они только формулируются, – в надежде, что кто-то другой их потом обоснует.

Достаточно вспомнить те же знаменитые проблемы, выраженные Гильбертом как венец математической мысли вообще и ученого в частности.

Странная мода выводить аналитические соотношения "методом тыка" – проверкой на частных примерах, – это страсть-увлечение абсолютного большинства "золотосеченцев", которая не минула и С. Ясинского. «Процедура быстрого нахождения частных сумм в последовательностях ... Фибоначчи-Люка» (с. 23), равно как и сумм квадратов чисел (с. 25) доказывается ... путем проверки на нескольких частных случаях. И что интересно, потом в работе эти соотношения вообще не применяются, и смысл их представления остается загадкой, также как и для кого они написаны. Если для фибоначчистов, то те в подобные книги редко заглядывают. В тексте книги, они также затем никак не используются. Для чего тогда? Тем более, что между ними и теорией ЗС (темой книги) – целая пропасть.

Правда, один раз автор все-таки попытался что-то "оматематизировать" по-настоящему: «Пользуясь методом математической индукции, покажем, что $n$-й по порядку нечетный член ...» (с. 19), но тут же перепрыгнул на другое описание, забыв про индукцию и доказательство.

**в)** *Тема чисел Фибоначчи и ЗС* уже стала "притчей во языцах" типа «Мы говорим Ленин, подразумеваем – партия» и наоборот. Идет невероятная путаница и подмена смыслов. Ведь то, что они как-то там, в пределе взаимосвязаны еще ни о чем не говорит. У каждого из них своя систематика, структурирование, свойства, геометрическая интерпретация. Это совершенно разные математические конструкции. В этом контексте постоянное прыгание автора между этими двумя абстрактными объектами не может не ввести в заблуждение. А кроме привычных чисел Фибоначчи могут быть еще миллиарды последовательностей Фибоначчи (с произвольными начальными условиями, в том числе комплексными, иррациональными и др.), сходящимися к ЗС, но не связанными понятийно с идеями стандартизации и измерения. Можно и наоборот, любую пару базовых стандартов – "загнать" под ЗС. В частности, остается только догадываться, в чем конкретно состоит связь ЗС (темы монографии) с теми же номинальными емкостями электрических конденсаторов на основе чисел Фибоначчи (с. 141–149).

В целом же, и как отмечает сам автор, после прочтения его книги пока «остается больше вопросов, чем ответов» (с. 150).

Но она дает пищу ума для раздумываний.

Она не позволяет оставаться равнодушным. Местами даже "заводит".

И это здорово.

А теперь вернемся к прочтению отзыва, в котором его автор поставил конкретные вопросы. Поскольку они заданы не в приватной беседе, а в открытой публикации, их следует понимать как сформулированными перед научным сообществом.

Поэтому мы с удовольствием откликаемся на просьбу и представляем свое видение.

Прежде всего, в отзыве отмечается, что «в книге (С. Ясинского) ведется настоящее научное обсуждение довольно сложной проблемы – проблемы "золотого сечения" и его истории – без навешивания ярлыков типа ... "золотые подвески"» [2].

– Весьма обстоятельное и широкоформатное утверждение. Уже только по этому поводу можно высказать несколько коротких, буквально фрагментарных соображений-зарисовок:

**1)** Проблемы золотого сечения (ЗС), как таковой нет. Равно как и ее сложности.

Действительной проблемой ЗС является, к сожалению, как раз отсутствие проблемы.

До сих пор она нигде и никем не сформулирована!

А все, что вокруг него крутится, построено на голом энтузиазме по принципу "Куда кривая выведет". Каждая наука имеет свои программы, цели, задачи, общее дискуссионное пространство. В теории ЗС, – колодцы и беспорядочная «стрельба из пушек по воробьям».

**2)** На счет сложности (?)...

Именно чрезвычайная простота идеи ЗС сделала его заложником собственной судьбы.

Ни один из разделов науки не засорен суррогатной информацией так, как сфера ЗС. Парадокс, но главными ее поставщиками являются, как ни покажется странным, сами же ревностные и "разносторонние сторонники по обеим сторонам".

**3)** Относительно истории ЗС, – то она, несомненно, важна.

Адекватно или не очень, но она уже в основном воспроизведена, и с позиций современных знаний о ЗС уже ничего нового практически не привносит.

Поэтому ею часто просто прикрываются для повышения рейтинга или подъема статуса собственных исследований.

Надо меньше фантазировать за Пифагора или Платона, что они там могли думать поздними вечерами при свете луны, а просто развивать их идеи дальше.

Так прагматично и больше пользы. Хотя, – каждому свое...

**4)** Негативное отношение к навешиванию ярлыков типа ... "золотые подвески" только приветствуется. Надо полагать, что отныне те же "золотые *p*-сечения", наконец-то избавляются от навешенного когда-то на них золоченого ярлыка-подвески. Мы только "за".

Далее автор настоятельно просит «указать, на какой странице книги Пойа приведена общая формула (1) для *p*-чисел Фибоначчи и формула (2), задающая золотые (?) *p-сечения*» [2], которые "дословно" в его обозначениях имеют вид:

$$F_p(n) = F_p(n-1) + F_p(n-p-1), \qquad (1)$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_p(n)}{F_p(n-1)} = \Phi_p. \qquad (2)$$

Нижний индекс *p* не имеет особой информационной насыщенности (его можно просто "держать в уме"), поскольку понятно, что для каждого *p* будет своя последовательность Фибоначчи, равно как и в зависимости от начальных условий. Определяющим здесь является операция сложения двух чисел, отстоящих друг от друга через определенный интервал. Поэтому соотношение (1) можно без потери общности записать в совершенно адекватном виде: $F_n = F_{n-1} + F_{n-p-1}$, как обычно и принято в описаниях рекуррентных рядов.

Прежде чем анализировать этот вопрос дальше, позволим себе чуть отвлечься и дать одно лишь образное сравнение *p*-сечений:

| | | |
|---|---|---|
| $p = 1$ – Дихотомия... | Она: | «Ты моя "половинка", и я рада за тебя». |
| $p = 2$ – Золотое сечение... | Он: | «А ты моя "золотая", и я рад – что ты рада». |
| $p = 3$ – Кубическое сечение... | Она: | «А я рада – что ты рад, что я рада». |

$p = 4$ – Квадра-аналог... Он: «А я рад – что ты рада, что я рад – что ты рада».

И так далее, что дает полное основание приятно осознавать, что их радости не было конца. Не случайно, что ЗС или кубическое сечение еще как-то выражаются в виде формул.

Но "формула любви" при последующем росте параметра $p$ уже не имеет аналитического решения, и даже идеальное золотое сечение здесь бессильно, что дает веские основания сомневаться в его каком-либо присутствии в уравнениях степени 3 и выше (не считая обычных расширений квадратного уравнения ЗС).

Ну, а теперь предлагаем читателю собственное непредвзятое прочтение истории основного вопроса с рассмотрением ее в той редакции, как она видится нам на основании фактов, что вовсе не означает полной идентичности или сопоставимости с официальной версией, несколько десятков лет звучавшей от имени ее авторов.

**1.** Задачу "$p$-чисел" раньше всех решил выдающийся математик Д. Пойа, и уже выступая как педагог, предложил ее своим читателям [4, с. 114][3] в качестве несложного упражнения (для тренировки). Он дал подсказку-ориентир на привлечение аппарата биномиальных коэффициентов и изменение наклона в треугольнике Паскаля. После этого привел и алгоритм формирования упомянутых рядов [4, с. 393, 4-я строчка снизу] буквально по следующей «рекуррентной формуле (уравнение в *конечных разностях*); упр. 14 гл. 4» $y_n = y_{n-1} + y_{n-q}$, где <u>$q$ – целое положительное число – угловой коэффициент в треугольнике Паскаля</u>. Любой специалист с маломальской математической подготовкой легко обнаружит его полное совпадение (аутентичность) с формулой (1), особенно в адекватном представлении $F_n = F_{n-1} + F_{n-p-1}$ при $q = p-1$. Точнее просто не бывает, и быть не может.

**2.** По ключевым словам "*конечные разности*" можно легко выйти на широко известную монографию тех лет А. Гельфонда "Исчисление *конечных разностей*" [5], где в разделе "Линейные уравнения с постоянными коэффициентами" из соотношений (32)–(34) автоматически следует алгебраическое характеристическое уравнение [5, с. 330] $\lambda^q = \lambda^{q-1} + 1$ – аналог линейного разностного (возвратного) уравнения с корнем $\lambda$.

**3.** Выход обстоятельной научной монографии, переведенной с английского, – большая редкость 70-х, которая сразу становилась читабельным достоянием тысяч ученых, особенно аспирантов и докторантов, тем более с таким интригующим названием как "Математическое открытие" [4]. Не исключено, что по этой книге многие научились открывать, а вот ссылаться могли чисто механически и забыть, например, впопыхах или в преддверии таких важных для человека событий как защита диссертации. Как бы там ни было, но первые в СССР упоминания по "$p$-числам" мы находим в последнем университетском сборнике уходящего 1970 г. [6], – сразу после опубликования книги [4] в ее русскоязычном варианте.

**4.** Через много лет на названные особенности монографии [4] обратил внимание С. Ясинский (http://www.a3d.ru/disput/45/4021, 07.05.2006), в том числе и работе [1, с. 35].

**5.** Рассматривая хронологию появления и обобщения $p$-чисел Фибоначчи, сейчас уже и сам проф. А. Стахов отмечает [7]: «Первым это сделал выдающийся математик, почетный профессор Стенфордского университета (США) Джордж Пойа». – Хотя и запоздалое (почти с 40-летней задержкой), но все ж таки уточнение.

[3] На английском книга опубликована отдельными томами в 1962 и 1965 гг. Заметим, что у самого автора фигурирует буква $q$, которая вместе с $p$ образует пару, часто используемую математиками. Ассоциативная связь здесь также велика, как и у других пар ($x$, $y$), ($u$, $v$) и др., действуя подспудно, на уровне подсознания. Если появляется необходимость введения вместо буквы $q$ новой переменной, то первой на ум обычно приходит буква $p$. Добавьте к этому англ. написание фамилии *Polya*.

**6.** Нечто похожее теперь находим и в другом месте [8]: «к $p$-числам Фибоначчи раньше меня пришли математики-фибоначчисты (в частности, Вернер Хоггатт) при исследовании диагональных сумм треугольника Паскаля, но понятие "золотых $p$-сечений", насколько мне известно, было введено мною впервые»[4].

Собственно этим многое сказано и особых комментариев не требует.

Воочию видно как простые числа, но обрамленные в золотую оправу, на глазах преображаются, без которой там остаются только Пойа–Хоггатт. Хотя, по моему мнению, вагончик-приставка в математическом аспекте здесь нарушает не только лингвистическую этимологию терминов, но и логическую генеалогию понятий [9].

**7.** Далее автор утверждает [8], как он установил свойство $p$-чисел Фибоначчи (2), что их отношение в последовательности стремится к положительному корню порождающего их алгебраического уравнения. Отметим, что на уровне математически доказанной теоремы это уже давным-давно (275 лет назад) установлено Д. Бернулли при изложении ним рекуррентного метода решения алгебраических уравнений общего вида. Это хорошо известный факт, который не нужно переустанавливать. – Берите готовый результат и пользуйтесь, чем и хороша математика.

А в книге Д. Пойа этого действительно нет, возможно, за простой ненадобностью использования в его задачах.

**8.** На патетику: «$p$-числа Фибоначчи привели к обнаружению новых математических констант» [8] следует сказать, что если это и так, то можно вменить заслугой Пойа–Хогатта, хотя де-факто никаких новых констант ими тоже не обнаружено, поскольку речь идет про обычные корни алгебраического уравнения, определяемые численными методами.

Такие корни в своем бесконечном счетном множестве, существуют примерно столько же лет, сколько само алгебраическое уравнение $n$-степени, хотя вычисляться стали с большой точностью по мере внедрения ЭВМ.

Итак, что мы имеем в результате проведенного анализа первоисточников изысканной математической литературы:

– "$p$-числа" и их связь с треугольником Паскаля – это Д. Пойа;
– характеристическое уравнение: $x^{p+1} = x^p + 1$ – это А. Гельфонд;
– предел отношений "$p$-чисел" – это Д. Бернулли и т.д.

Какие из этого напрашиваются краткие выводы по поводу расширения множества рядов?

1. Их историческое название тяготеет к "числам Пойа-Фибоначчи". Касательно букв вопрос риторический. Строго говоря, в оригинале это "$q$-числа", но логично оставить латинскую букву "$p$", как это сделал А. Стахов, – в честь их автора Пойа (**P**olya George).

2. Слово-приставка "золотые" здесь рудимент, не имеющий смысловой нагрузки.

3. Слово "сечение" тоже поставим под вопрос (пока небольшой), поскольку физическая интерпретация чисел не сводится только к сечению геометрического отрезка, а их толкование выходит далеко за пределы геометрии. – Но это тема отдельного осмысления.

Чего точно ни у кого из математиков прошлого нет, так это слова "золотое".

Но как мы уже увидели в самом начале, этот вопрос практически разрешен и современниками.

Так что, надо полагать, золотник все-таки нашелся.

Теперь его остается прикрутить (поставить) на место, выстроить "золотой лад", а уже с их помощью найти настоящее "золотое руно", которое позволит занять "золотому сечению"

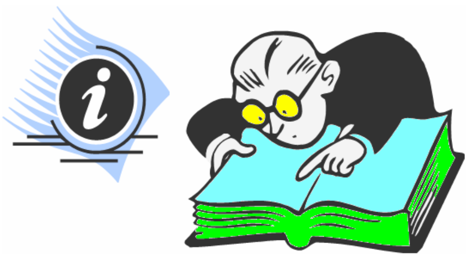
[4] В практике Интернет иногда имеют место исправления-корректировки, поэтому ответственно утверждаем, что в момент написания нашей статьи данный текст действительно существовал.

пусть скромное, но достойное место среди научных направлений или во многих науках, созданных Человеком.

Все-таки правильно говорят, что «для науки важнее не кто именно сказал нечто, а что именно сказал некто»[5] (А. Радзюкевич).

**Литература.**


1. *Ясинский С.А.* Золотое сечение в стандартизации и теории измерения. – СПб.: ВАС, 2008. – 160 с.
2. *Стахов А.П.* Некоторые замечания по поводу новой книги С.А. Ясинского «Золотое сечение в стандартизации и теории измерения» // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15621, 28.10.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321172.htm.
3. *Василенко С.Л.* Златые цепи // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15557, 22.09.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161546.htm.
4. *Пойа Д.* Математическое открытие: Пер. с англ. – М.: Наука, 1970. – 452 с.
5. *Гельфонд А.О.* Исчисление конечных разностей: Изд. 2-е, доп. – М.: Физматлит, 1959. – 400 с.
6. *Витенько И.В.*, *Стахов А.П.* Теория оптимальных алгоритмов аналого-цифрового преобразования // Приборы и системы автоматики. – Харьков: ХГУ, 1970. – Вып. 11.
7. *Стахов А.П.* Нужны ли современной науке *p*-числа Фибоначчи и *p*-коды Фибоначчи? // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15355, 20.06.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321123.htm.
8. *Статьи и доклады* профессора Стахова. Отчет о презентации книги проф. А.П. Стахова "Новый тип элементарной математики и компьютерной науки, основанных на Золотом Сечении". – http://www.goldenmuseum.com/index_rus.html.
9. *Успенский В.А.* Апология математики, или о математике как части духовной культуры // Новый Мир. – 2007. – № 11–12.

[5] Лаборатория "золотого сечения". Диспут. – http://www.a3d.ru/disput/61.