С.Л. Василенко

Златые цепи

Чтобы разгадать мир, надо глядеть на него разными глазами. Восточная мудрость.

Златая цепь на дубе том... А.Пушкин

Теория цепных дробей – одна из древнейших математических теорий [1, с. 3].

Золотое сечение (ЗС) или гармоническая пропорция, по разным оценкам, своим появлением тоже обязано историческому периоду от сотен до тысяч лет, хотя весьма маловероятно, что ученые античности воспринимали число ЗС в его нынешнем понимании.

В тех же "Началах" Евклида деление отрезка в среднем и крайнем отношении совершенно не увязывается с пропорцией (отношением) [2], а значит безмерно далеко от современных представлений ЗС, если оно вообще было у величайшего геометра всех времен и народов.

В один прекрасный момент цепные (непрерывные) дроби и ЗС благополучно воссоединились, что со временем породило довольно устойчивые мифы, в целом положительного толка и вектора направленности.

В частности, не без основания и сегодня принято считать, что при разложении в цепную (непрерывную) дробь иррациональное число Ф золотого сечения (ЗС) имеет самую медленную сходимость среди всех других иррациональных и трансцендентных чисел.

Это если исходить из абсолютного значения числа Ф.

В качестве аргумента при этом обычно приводят его представление в виде бесконечной цепной дроби из одних единиц с обозначением – [1; (1)].

Действительно, «в отношении ошибок при приближенном вычислении иррациональных чисел с помощью подходящих дробей и их разложений в непрерывные дроби число Ф представляет собой наихудший случай» [3, с. 86] в смысле скорости сходимости.

И обычно этим все довольствуются.

Почему бы и нет, если это справедливо, наглядно и легко проверяемо.

Но интуиция подсказывает, что-то здесь не то, или не совсем то.

С самого начала подспудно возникает некоторое недоверие к такой форме разложения.

Одно из самых совершенных чисел, и такая вопиюще несовершенная сходимость.

Как говорится, так, да не так.

Скорее всего, подобное разложение, которое действительно уникально, является вырожденным частным случаем.

Из разных областей науки хорошо известно, что во многих вопросах обычно существуют две крайности. Возможно, мы не то и не там ищем, попав под влияние магии единичной формы, и существуют другие разложения!?

Более того, не исключено, что число Ф теоретически имеет альтернативную самую быструю или одну из самых высокой скорости сходимости. Почему бы и нет?

Во всяком случае, его уникальность допускает возможность такой интерпретации.

И тогда у него может появиться еще одна удивительная особенность, а может и самое изумительное свойство: самая медленная и самая быстрая сходимость. – Это нечто! С далеко идущими последствиями, которым даже навскидку трудно обозначить границы применения практической и теоретической направленности.

Дело в том, что цепные дроби – это не только приближение или аппроксимация.

Они априори несут в себе физический смысл движения.

В них изначально заложена динамика.

И если мы одним числом охватим минимумы и максимумы форм и движений, то это напрямую и вплотную нас может приблизить к разгадке генетически-программного кода мироздания или Вселенной. То же "код да Винчи" – пока только красивая гипотеза.

Фантазия и полет мысли здесь безмерны, что дает полную уверенность в том, что с этой задачкой стоит повозиться, хотя бы во имя пытливых умов, которым покажется небезынтересным подхватить нашу эстафету с ее последующим поступательным и гармоничным развитием.

Замечено, что многие ученые неохотно делятся своей "кухней творчества".

Почему-то считается это зазорным или стеснительным, хотя в положительном смысле часто экономит время читателей.

На наш взгляд, конкретный процесс поиска не менее важен в науке, чем его конечный результат, и служит своеобразным алгоритмом получения новых знаний.

Поэтому наш материал изложим в той последовательности, как он рождался в ходе поиска решений. Во всяком случае, так легче воссоздать общую картину, что само по себе представляет интерес. Собственно, легко теперь заметить, что данный поиск уже идет де-факто полным ходом, и не одну минуту, – в зависимости от скорости чтения.

Первый этап. Не будем описывать многочисленные свойства цепных дробей, которые достаточно хорошо изложены в математической литературе.

Заметим только, что вещественное число представляется периодической цепной дробью тогда и только тогда, когда оно является квадратичной иррациональностью. При этом каждому вещественному числу соответствует единственная цепная дробь, имеющая это число своим значением. И эта дробь бесконечна, если число иррационально [4, с. 25].

В нашем конкретном случае это означает, что само число Ф имеет только одно разложение (через одни единицы) и обусловлено радикалом или корнем из пяти.

Из самого числа Ф мы уже ничего "не выжмем", так как его "личная дробь" единственна.

Остается радикал, поскольку именно корень из пяти является основой числа Ф.

И нам ничто не мешает рассматривать базовую иррациональную величину в числе Ф, равную корню из пяти. Об этом, в частности, свидетельствуют основополагающие теоремы Бореля, Гурвица и др. [3, с. 89–94] для цепных дробей, которые сформулированы и доказаны именно на основе корня из пяти.

Это тоже далеко идущая философия о главенстве корня из пяти или ЗС, как его производной, а если хотите, то и вторичного продукта.

То есть, в переносном смысле, курочка несла золотые яйца не в виде ЗС, а в форме радикала. Но в силу птичьей физиологии острый и неуклюжий радикал приобретал удобоваримую форму ЗС, которую можно легко обнаружить в геометрии будущего цыпленка. Но об этом в другой раз...

Корень из пяти имеет такое единственное разложение: $\sqrt{5} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \dots}}} = [2; (4)]$.

Это уже нечто, поскольку за счет периодичности в знаменателе с числом 4 разложение приводит к гораздо большей скорости сходимости, чем у числа Ф, которое теперь можно представить следующей альтернативной непрерывной дробью через корень из пяти

$$\Phi = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right) = \frac{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \dots}}}}{2} = \frac{[3; (4)]}{2}.$$

Второй этап. У нас появляется надежда, что число Ф не одиноко в своем разложении. Смотря как раскладывать.

Кстати сам радикал из пяти, имеет более быструю сходимость, чем корни квадратные из 2, 3 и 7. А это дает дополнительную аргументацию к нашему изучению.

В частности, появилась мысль исследовать числа $K = k\sqrt{5}$, из которых легко получается $\Phi = \dfrac{1 + K/k}{2}$, где k – натуральное число.

Простой перебор начальных значений k приоткрыл некоторые потенциальные возможности, но особенно мало к чему привел. Поэтому далее провели несложные машинные эксперименты. Также обычным перебором, но уже в широком диапазоне, выделялись непрерывные дроби с периодичностью в один или два элемента.

Полученные результаты сведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры цепных (непрерывных) дробей, аппроксимирующих золотое сечение

		Коэффициент при радикале из пяти	Неполные частные		Точность приближения в зависимости от числа итераций i	
	n	k	a	b	$i = 3$	$i = 5$
1)	1	17		76	$2{,}0\cdot 10^{-15}$	$6{,}0\cdot 10^{-23}$
	2	305		1 364	$1{,}9\cdot 10^{-25}$	$5{,}4\cdot 10^{-38}$
	3	5 473		24 476	$1{,}7\cdot 10^{-35}$	$1{,}2\cdot 10^{-48}$
	4	98 209		439 204	$1{,}6\cdot 10^{-45}$	$4{,}3\cdot 10^{-68}$
	5	1 762 289		7 881 196	$1{,}5\cdot 10^{-55}$	$3{,}9\cdot 10^{-83}$
	6	31 622 993		141 422 324	$1{,}4\cdot 10^{-65}$	$3{,}5\cdot 10^{-98}$
	7	567 451 585		2 537 720 636	$1{,}3\cdot 10^{-75}$	$3{,}1\cdot 10^{-113}$
2)	1	9	8	40	$2{,}1\cdot 10^{-10}$	$2{,}0\cdot 10^{-15}$
	2	161	144	720	$1{,}9\cdot 10^{-20}$	$1{,}8\cdot 10^{-30}$
	3	2 889	2 584	12 920	$1{,}8\cdot 10^{-30}$	$1{,}6\cdot 10^{-45}$
	4	51 841	46 368	231 840	$1{,}7\cdot 10^{-40}$	$1{,}4\cdot 10^{-60}$
	5	930 249	832 040	4 160 200	$1{,}6\cdot 10^{-50}$	$1{,}3\cdot 10^{-75}$
	6	16 692 641	14 930 352	74 651 760	$1{,}4\cdot 10^{-60}$	$1{,}2\cdot 10^{-90}$

Порядок 10^{-m} характеризует количество m совпавших цифр.

Формулы ЗС здесь имеют вид

$$\Phi = \frac{1 + \dfrac{\dfrac{b}{2} + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + \ldots}}}}{k}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2k}\left[\frac{b}{2}; (b)\right], \tag{1}$$

$$\Phi = \frac{1 + \dfrac{\dfrac{b}{2} + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{b + \ldots}}}}}{k}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2k}\left[\frac{b}{2}; (a, b)\right]. \tag{2}$$

Это простые (числители равны 1) регулярные (с положительными элементами) бесконечные периодические (с периодами b или b, a) непрерывные дроби.

Анализ полученных результатов свидетельствует о феноменальной сходимости числовых последовательностей к ЗС, которая на многие порядки превосходит многие другие ряды или непрерывные дроби. И все происходит за считанные шаги итераций.

С одной стороны, это расширяет наши представления, заставляя переосмыслить сформировавшийся миф "о самом иррациональном числе". Хотя формально это имеет место.

С другой стороны, напрашивается важный вывод: мы можем целенаправленно регулировать скорость сходимости. Нечто подобное происходит и в природе, когда узким набором числовых форм теоретически воссоздается вся гармония мироздания.

Третий этап. В представленном виде (табл. 1) сами по себе числа мало о чем говорят. Поэтому целесообразно провести их идентификацию на наличие рекуррентных закономерностей согласно реверсивному методу [5]. Попутно обратим внимание на одну реплику касательно новизны разработанного нами способа идентификации.

По собственным словам Б. Розина [6] в свое время в Винницком политехническом институте они якобы "прожевали ... изображение экрана монитора", но "момент торжества" так и не состоялся, поскольку американцы оказались расторопнее. Сегодня нам хорошо известны работы того времени, которые достоверно свидетельствуют, что кроме злопыхательства у оппонента ничего нет, а вместо словесной шелухи- мишуры ему нечего представить в качестве работоспособного алгоритма, хотя бы отдаленно напоминающего универсальный метод идентификации числовых последовательностей разной природы.

Наш метод представлен на общее обозрение в Интернет.

Он доведен до уровня программного продукта и прекрасно функционирует без специальных ассоциативных связей с упомянутыми мониторами или графическими файлами, но во взаимосвязи с любыми объектами, допускающими числовую форму с использованием разностных (возвратных) уравнений общего вида, а не только, например, весьма частного случая с его алгебраическим аналогом $x^n = x^{n-1} + 1$.

Анализ числовых рядов реверсивным методом [5] позволяет выявить ряд закономерностей для двух случаев.

1) В частности, сразу не видно, но ряд чисел b_n оказывается последовательностью Фибоначчи, только с непривычными начальными условиями (НУ):

$$b_n = f'_{2+6n}, \tag{3}$$

где $f'_t = f'_{t-1} + f'_{t-2} = 3F_t + F_{t-1} = F_{t+2} + F_t$ – ряд Фибоначчи с затравочными числами $(f'_0, f'_1) = (1, 3)$; F_t – числа Фибоначчи с НУ $(F_0, F_1) = (0, 1)$; $n = 1, 2, 3, ...$

Можно найти и аналитическое решение (2) в явном виде.

Для этого рассмотрим квадратное уравнение общего вида $x^2 = px + q$, в котором положим $p = 4k$ и $q = k^2$, то есть $x^2 = 4kx + k^2$ с положительным корнем $\lambda = 2k + k\sqrt{5}$.

С учетом формулы $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ корень равен $\lambda = k(2\Phi + 1)$ или наоборот $\Phi = \dfrac{\lambda/k - 1}{2}$.

Отсюда имеем

$$\Phi = \frac{\dfrac{\langle\lambda\rangle + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + ...}}}{k} - 1}{2} = \frac{\dfrac{2k + \left\langle k\sqrt{5}\right\rangle + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + ...}}}{k} - 1}{2} = \frac{\dfrac{\left\langle k\sqrt{5}\right\rangle + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{b + ...}}}{k} + 1}{2}.$$

Сравнивая это выражение с (1), получаем для разных значений n

$$b_n = \left\langle \frac{k_n}{2}\sqrt{5} \right\rangle. \tag{4}$$

Знаменатели k в формуле (1) подчиняются следующему рекуррентному соотношению:

$$k_n = \left\langle \left(2+\sqrt{5}\right)^{2n} \right\rangle - k_{n-1}, \tag{5}$$

где $\langle \xi \rangle$ – операция округления числа ξ до ближайшего целого;

$k_0 = 1$ – начальное условие.

Характерно, что числа k_n также обладают интересными свойствами, которые легко обнаруживаются с применением реверсного метода идентификации [5].

В частности, установлено, что величины $k_n + (-1)^n$ воспроизводятся различными последовательностями Фибоначчи с затравочными числами $(0, S_n)$,

где $S_n = 4S_{n-1} + S_{n-2}$, $(S_0, S_1) = (1, 2)$:

17–1	воссоздается 6-м членом ряда Фибоначчи с НУ		$(0, S_2) = (0, 2)$;
305+1	отражается	9-м членом с НУ	$(0, S_3) = (0, 9)$;
5474–1	–	12-м членом с НУ	$(0, S_4) = (0, 38)$;
98209+1	–	15-м членом с НУ	$(0, S_5) = (0, 161)$;
1762289–1	–	18-м членом с НУ	$(0, S_6) = (0, 682)$ и т.д.

2) Параметры непрерывных дробей для второго случая (табл. 2) соответственно равны:

$$a_n = F_{6n}, \tag{6}$$

$$b_n = f''_{6n} = 5F_{6n}, \tag{7}$$

$$k_n = \left\langle \frac{\left(2+\sqrt{5}\right)^{2n}}{2} \right\rangle, \tag{8}$$

F_k – числа Фибоначчи с начальными условиями $(F_0, F_1) = (0, 1)$;

$f''_t = f''_{t-1} + f''_{t-2} = 5F_t$ – ряд Фибоначчи с затравочными числами $(f''_0, f''_1) = (0, 5)$.

В результате формула (2) приобретает вид

$$\Phi = \frac{1 + \cfrac{\cfrac{5F_{6n}}{2} + \cfrac{1}{F_{6n} + \cfrac{1}{5F_{6n} + \cfrac{1}{F_{6n} + \cfrac{1}{5F_{6n} + \ldots}}}}}{k_n}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2k_n}\left[\frac{5F_{6n}}{2}, \left(F_{6n}, 5F_{6n}\right)\right].$$

Четвертый этап. Анализируя полученные результаты (1)–(8), мы убеждаемся в чрезвычайно быстрой сходимости непрерывных дробей к числу золотого сечения Ф.

В принципе поставленная задача решена, и можно формулировать выводы.

Однако, рассматривая аналитические формулы визуально, нас не покидает чувство какой-то незавершенности.

Такое впечатление, что за деревьями мы не видим леса. А общая результативная картина несколько диссонирует и с трудом подпадает под характеристику гармонии.

Поэтому, отталкиваясь от общей идеи рассмотрения чисел $K = k\sqrt{5}$, появилась мысль аналогично исследовать сходимость чисел $k\Phi$.

Не сразу, но методом проб и ошибок, к нашему неподдельному изумлению, удалось выйти на весьма интересный результат, который сразу запишем в окончательном виде:

$$\Phi = \frac{F_t + \cfrac{(-1)^t}{c_t + \cfrac{(-1)^t}{c_t + \cfrac{(-1)^t}{c_t + \ldots}}}}{F_{t-1}}, \tag{9}$$

где $c_t = F_t + F_{t-2}$, $t \geq 2$.

В частности, если $t = 2k$ – четное, представление в цепную дробь имеет вид

$$\Phi = \frac{[F_{2t}; (F_{2t} + F_{2t-2})]}{F_{2t-1}}.$$

Формула (9) может быть расписана также в следующем варианте

$$\Phi = \frac{F_{2k} + \cfrac{1}{a_k + \cfrac{1}{a_k + \cfrac{1}{a_k + \ldots}}}}{F_{2k-1}}, \qquad \frac{F_{2k+1} - \cfrac{1}{b_k - \cfrac{1}{b_k - \cfrac{1}{b_k - \ldots}}}}{F_{2k}} = \Phi .$$

$$a_k = F_{2k} + F_{2k-2} \qquad\qquad b_k = F_{2k+1} + F_{2k-1}$$

Нам остается только доказать уже аналитически справедливость данных соотношений, предварительно полученных эмпирическим путем. Можно было, конечно, академически решать задачу сразу в общих теоретических выкладках, но это бы пошло вразрез с договоренностью побывать на нашей "кухне творчества"

Аналитическое решение. Пусть $t = 2k$ – четное число.

С учетом формулы Бине для чисел Фибоначчи запишем два соотношения:

$$\Phi F_{t-1} - F_t = \frac{\Phi^t + \Phi^{-t+2}}{\sqrt{5}} - \frac{\Phi^t - \Phi^{-t}}{\sqrt{5}} = \Phi^{-t+1}\left(\frac{\Phi + \Phi^{-1}}{\sqrt{5}}\right) = \Phi^{-t+1},$$

$$V = \Phi F_{t-1} + F_{t-2} = \frac{\Phi^t + \Phi^{-t+2}}{\sqrt{5}} + \frac{\Phi^{t-2} - \Phi^{-t+2}}{\sqrt{5}} = \Phi^{t-1}\left(\frac{\Phi + \Phi^{-1}}{\sqrt{5}}\right) = \Phi^{t-1}.$$

Принимая во внимание, что $V^{-1} = \Phi^{-t+1}$, данные соотношения приводят к тожеству

$$\Phi F_{t-1} - F_t = V^{-1} \quad \text{или} \quad \Phi F_{t-1} = F_t + V^{-1}.$$

Введя обозначение $a = F_t + F_{t-2}$ и прибавив к обеим частям F_{t-2}, получаем

$$\Phi F_{t-1} + F_{t-2} = F_t + F_{t-2} + V^{-1} \quad \text{или} \quad V = a + V^{-1}.$$

Последнее равенство легко записывается в виде бесконечной непрерывной дроби

$$V = a + \frac{1}{V} = a + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{V}} = a + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{a + \dots}} = \left[a; (a)\right] \quad \text{или} \quad \Phi F_{t-1} + F_{t-2} = \left[a; (a)\right],$$

Откуда непосредственно следует представление ЗС в виде непрерывной дроби

$$\Phi = \frac{\left[a; (a)\right] - F_{t-2}}{F_{t-1}} = \frac{\left[F_t; (F_t + F_{t-2})\right]}{F_{t-1}},$$

где $a - F_{t-2} = F_t$, что и требовалось доказать.

Аналогичным образом выполняются преобразования и для нечетного значения t.

Представление наших результатов в виде ветвящейся вертикально-горизонтальной структуру цепных дробей ЗС (рис. 1) сразу все ставит на свои места.

Наглядно проявляется логика преобразований.

Высвечивается в явном виде связь с числами Фибоначчи.

Прослеживается теорема Бернулли, согласно которой отношение соседних чисел Фибоначчи стремится к своему аттрактору – ЗС.

Наконец, воочию теперь видно, что "единичное разложение" числа Ф – всего лишь частный случай его представления непрерывной (цепной) дробью.

Заметим, что новые знания (1)–(8) нисколько не затеняются четвертым этапом, поскольку там невероятно "сумасшедшая" сходимость

Однако структурированность и гармоничность все же лучше прослеживается на рис. 1, который к тому же позволяет высказать ряд важных гипотез.

Размышлизмы. В принципе можно уже поставить точку, но не станем нарушать традицию и немного поделимся своими размышлениями, в том числе из-за уважения к группе читателей, которые обычно пропускают математику, но с большим удовольствием знакомятся с философскими выкладками, примеряя их на свое мироощущение.

На что хотелось бы обратить особое внимание...

Можно сказать, что развеян еще один устойчивый миф золотого сечения о его якобы уникальной самой медленной сходимости среди других иррациональных и трансцендентных чисел.

Миф развеян исключительно в позитивном смысле во благо самого же ЗС.

Прежние иллюзии не давали возможности вырваться из плена единичного представления во вред расширения и получения новых знаний о действительно широких возможностях ЗС. Взамен этого выявлены иные свойства.

То есть вместо одной теперь имеем неограниченное количество золотых дробей.

Показано, что на самом деле формы разложения и соответствующей сходимости могут быть самыми разными. В связи с этим остановимся несколько подробнее на следующем.

Представляет интерес осмысление наших результатов в условиях, когда верна Фибоначчи-гипотеза о развитии живых систем, то есть живое подчиняется дуальной аддитивно-рекуррентной процедуре типа чисел Фибоначчи.

По предшествующим публикациям можно было заметить, что число ЗС в нашем представлении в виду своей идеальности несет одновременно печать несовершенства и тленности бытия в том смысле, что наряду со свойствами целостности является источником нарушения системности.

Но во всем должна быть постепенность и плавность течения мысли.

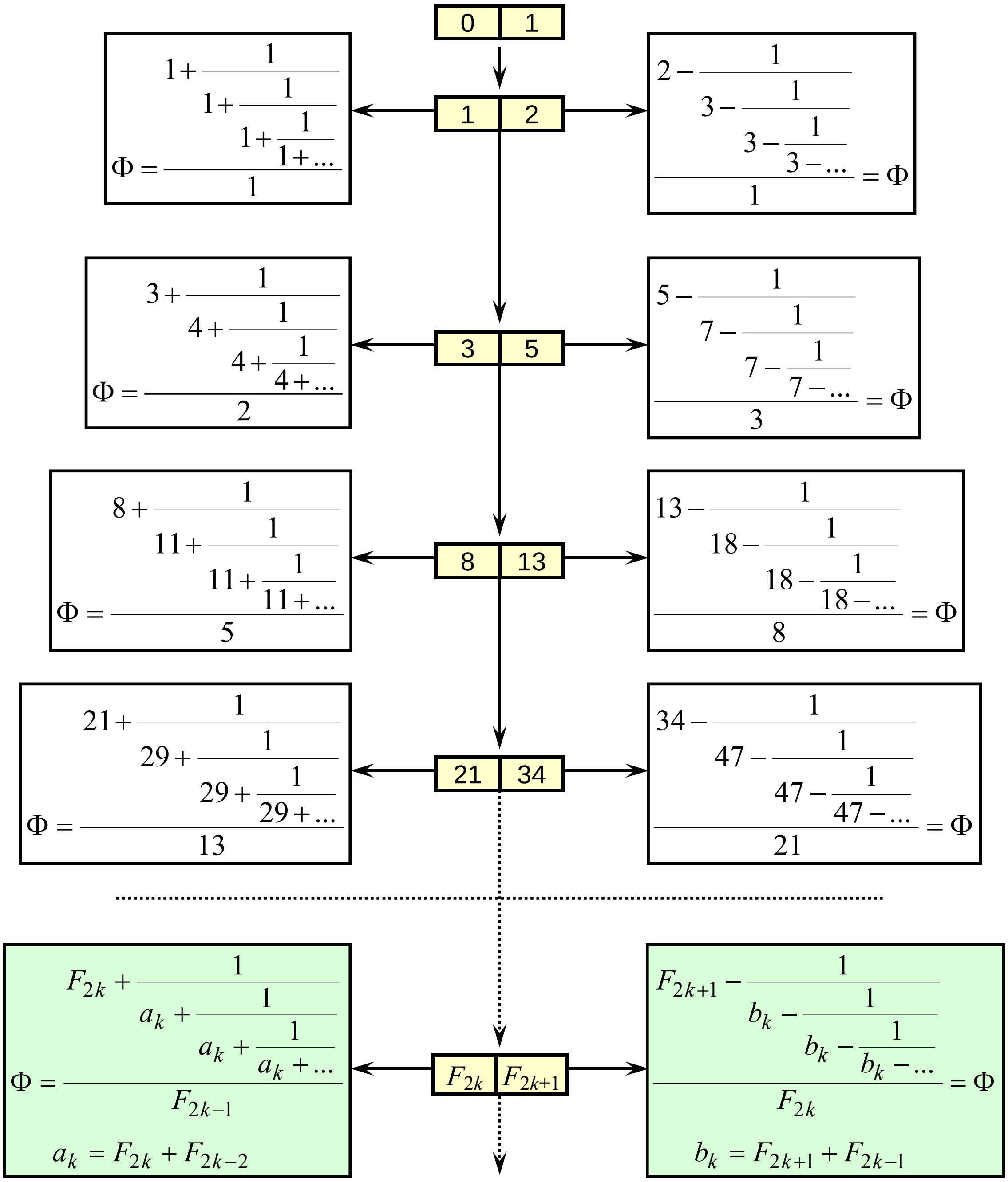

Рис. 1. Ветвящаяся вертикально-горизонтальная структура
представления золотого сечения в виде цепных (непрерывных) дробей

Во всяком случае, примерно так нам порекомендовал в свое время С. Алферов, за что мы ему признательны, поскольку еще сами до конца не осознавали своей гипотезы.

Возможно также, что многие пока не готовы к принятию нашей ортодоксальной мысли.

Но определенная проработка уже проведена, и теперь можно попытаться эти мысли высказать уже без обиняков.

По нашему убеждению, число ЗС и сама золотая пропорция являются двойным символом-знаком.

С одной стороны, это жизнеутверждающее начало. Как в числах Фибоначчи на начальном этапе. Когда кроликов немного, и они радуют глаз.

С другой стороны, это символ или носитель тленности, а проще говоря, – смерти.

Попадая на Ф, живое фактически обрекает себя.

Золотое сечение – для живого является пожирателем системности, как раковая опухоль: быстро и безвозвратно.

Обратимся к графику.

Вертикаль – это характеристика спокойного течения времени (дления) для живого.

Идет степенное развитие, становление и в прошествии длительного времени, – медленное увядание.

Однако достаточно внешнему фактору (пока до конца неизвестной для нас природы), нарушить это спокойный ход, система уходит на одну из горизонталей с ее сумасшедшими скоростями приближения к аттрактору Ф, и, в конечном счете – своей быстрой гибели.

То есть более равномерное (спокойно) развитие или жизнь системы по вертикали (рис. 1) сменяется на горизонтальную бифуркацию с ускоренным развитием процесса к своему аттрактору Ф, что фактически означает преждевременное старение и кончину (разрушение) системы.

Вовремя распознать признаки нарушения и попытаться вернуть живое на прежнюю вертикаль – это и есть главная задача современной медицины.

В этой связи, обращаясь к новой книге В. Цветкова [8], можно уверенно сказать, что в ритмике биений сердца ЗС точно не присутствует. Рядом "ходит", возможно.

Но как только сердцебиения попадают точно на ЗС (с некоторой достаточно высокой точностью), то происходит в буквальном и переносном смысле разрыв сердца, как целостной системы организма. ***ЗС для сердца – это резонанс и остановка.***

Поэтому вся эта "золотая гармония" в сердечных делах (по Цветкову) – не более чем предположение, и то, – больше для тумана.

Подобные вещи мы обычно классифицируем "золотыми подвесками".

Чтобы максимально уйти от такой терминологии, здесь нужны серьезнейшие исследования с широким набором переменных, факторов, состояний и начальных условий.

А для чистоты эксперимента нужно изучать не столько живые, сколько переходные фазы "живое – мертвое" сравнительно здоровых людей на основе представительной статистики, что весьма затруднительно в клинических условиях.

Тогда это действительно будет наукой.

Но тогда и красивая сказка о пользе ЗС для сердца, скорее всего, закончится.

Так и подсолнухи, шишки, ананасы – все это интересно и просто замечательно.

Но и существуют они от сезона к сезону. А филлотаксис в целом хорошо описывается несколькими начальными числами Фибоначчи.

Жизнь человека менее скоротечная, но как только в своем бытие он выходит на тропинку (читай горизонталь) подсолнуха, жди неприятностей, а потом беды, поскольку системность организма попадает в жесткие объятья ЗС – "пожирателя системности".

Организм начинает усиленно обновлять клетки для защиты от внешней угрозы.

Но скорость их обновления (по горизонтали) превышает допустимые размеры.

Организм это не понимает и не распознает, поскольку конечная цель в виде общего движения на величину Ф не нарушается. Для него все линии не являются запрещенными, так как сопряжены с одним и тем же аттрактором. Так образуются раковые опухоли.

Вот такая, немного грустная история в размышлизмах.

К счастью, вертикальная линия жизни – очень длинная.

Не случайно по разным источникам говорят о 500–800 и более лет нормальной человеческой жизни, хотя бы у наших прародителей – библейских Адаме и Еве.

Куда вела их вертикаль, было уже известно и предначертано Богом.

Но сам вертикаль тогда была без изъянов, ровная и гладкая.

Никто и ничто не мешало им спокойно плыть по течению к своему исходу.

И совершенно другая картина сегодня, когда человека на каждом шагу подстерегают кочки, норовящие его столкнуть на Фибоначчи-горизонтали, начиная от экологии, и заканчивая генными преобразованиями.

И как знать, может, действительно наделена смыслом "на ладони линия", хотя бы в том контексте, что потеряла свою былую симметрию и гладкость?

Во всяком случае, построенные нами вертикально-горизонтальные линии Фибоначчи, дают новую пищу для ума с проявлениями не только в живой, но и костной материи.

А в том, что мы еще на шаг приблизились к разгадке кода мироздания с необыкновенно широкими возможностями ветвления (рис. 1), у нас не вызывает никакого сомнения.

Весь вопрос, насколько близко нас к этому подпустят. – Ведь кто-то ж за это отвечает?

Автор выражает благодарность к.т.н. Игорю Ерохину, который обратил наше внимание на теорию ветвящихся цепных дробей [7] и ее применение в вычислительной математике.

И хотя наши дроби таковыми не являются, само ветвление дало импульс на поиск альтернативных решений и привело к любопытным и неординарным результатам.

Литература

1. *Арнольд В.И.* Цепные дроби. – М.:МЦНМО, 2000. – 40 с.
2. *Белянин В.С.* К вопросу об исторической теме при изучении золотой пропорции. – 2006. – http://www.a3d.ru/architecture/stat/183.
3. *Воробьев Н.Н.* Числа Фибоначчи: 4-е изд., доп. – М.: Наука, 1978. – 144 с.
4. *Хинчин А.Я.* Цепные дроби: Изд. 4-е, стереотип. – М.: Наука, 1978. – 112 с.
5. *Василенко С.Л.* Идентификация рекуррентных рядов // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15487, 25.08.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161531.htm.
6. *Розин Б.* Обсуждение «Идентификация рекуррентных рядов». Взгляд не эколога // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15500, 30.08.2009. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0556-00.htm.
7. *Скоробогатько В.Я.* Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – М.: Наука. Глав. ред. Физ.-мат. лит., 1983. – 312 с.
8. *Цветков В.Д.* Золотая гармония и сердце. – Пущино: ООО "Фотон-век", 2008. – 202 с.

Некоторые формы подходящих непрерывных дробей для золотого сечения

$$\frac{1+\dfrac{38+\dfrac{1}{76+\dfrac{1}{76+\dfrac{1}{76}}}}{17}}{2}-\Phi\approx 2\cdot 10^{-15}.$$

$$\frac{1+\dfrac{682+\dfrac{1}{1364+\dfrac{1}{1364+\dfrac{1}{1364}}}}{305}}{2}-\Phi\approx 2\cdot 10^{-25}.$$

$$\frac{1+\dfrac{6460+\dfrac{1}{2584+\dfrac{1}{12920+\dfrac{1}{2584}}}}{2889}}{2}-\Phi\approx 2\cdot 10^{-30}.$$

$$\frac{1+\dfrac{12238+\dfrac{1}{24476+\dfrac{1}{24476+\dfrac{1}{24476}}}}{5473}}{2}-\Phi\approx 1{,}74\cdot 10^{-35}.$$

$$\frac{1+\dfrac{115920+\dfrac{1}{46368+\dfrac{1}{231840+\dfrac{1}{46368}}}}{51841}}{2}-\Phi\approx 1{,}67\cdot 10^{-40}.$$

$$\frac{1+\dfrac{219602+\dfrac{1}{439204+\dfrac{1}{439204+\dfrac{1}{439204}}}}{98209}}{2}-\Phi\approx 1{,}61\cdot 10^{-45}.$$

$$\frac{1+\cfrac{2080100+\cfrac{1}{832040+\cfrac{1}{4160200+\cfrac{1}{832040}}}}{930249}}{2}-\Phi\approx 1{,}56\cdot 10^{-50}.$$

$$\frac{1+\cfrac{3940598+\cfrac{1}{7881196}}{1762289}}{2}-\Phi\approx 5{,}80\cdot 10^{-28}.$$

$$\frac{1+\cfrac{3940598+\cfrac{1}{7881196+\cfrac{1}{7881196}}}{1762289}}{2}-\Phi\approx 9{,}33\cdot 10^{-42}.$$

$$\frac{1+\cfrac{3940598+\cfrac{1}{7881196+\cfrac{1}{7881196+\cfrac{1}{7881196}}}}{1762289}}{2}-\Phi\approx 1{,}50\cdot 10^{-55}.$$

$$\frac{1+\cfrac{3940598+\cfrac{1}{7881196+\cfrac{1}{7881196+\cfrac{1}{7881196+\cfrac{1}{7881196}}}}}{1762289}}{2}-\Phi\approx 2{,}42\cdot 10^{-69}.$$