Сергей А. Алфёров

Аттракторы и парадоксы распределений

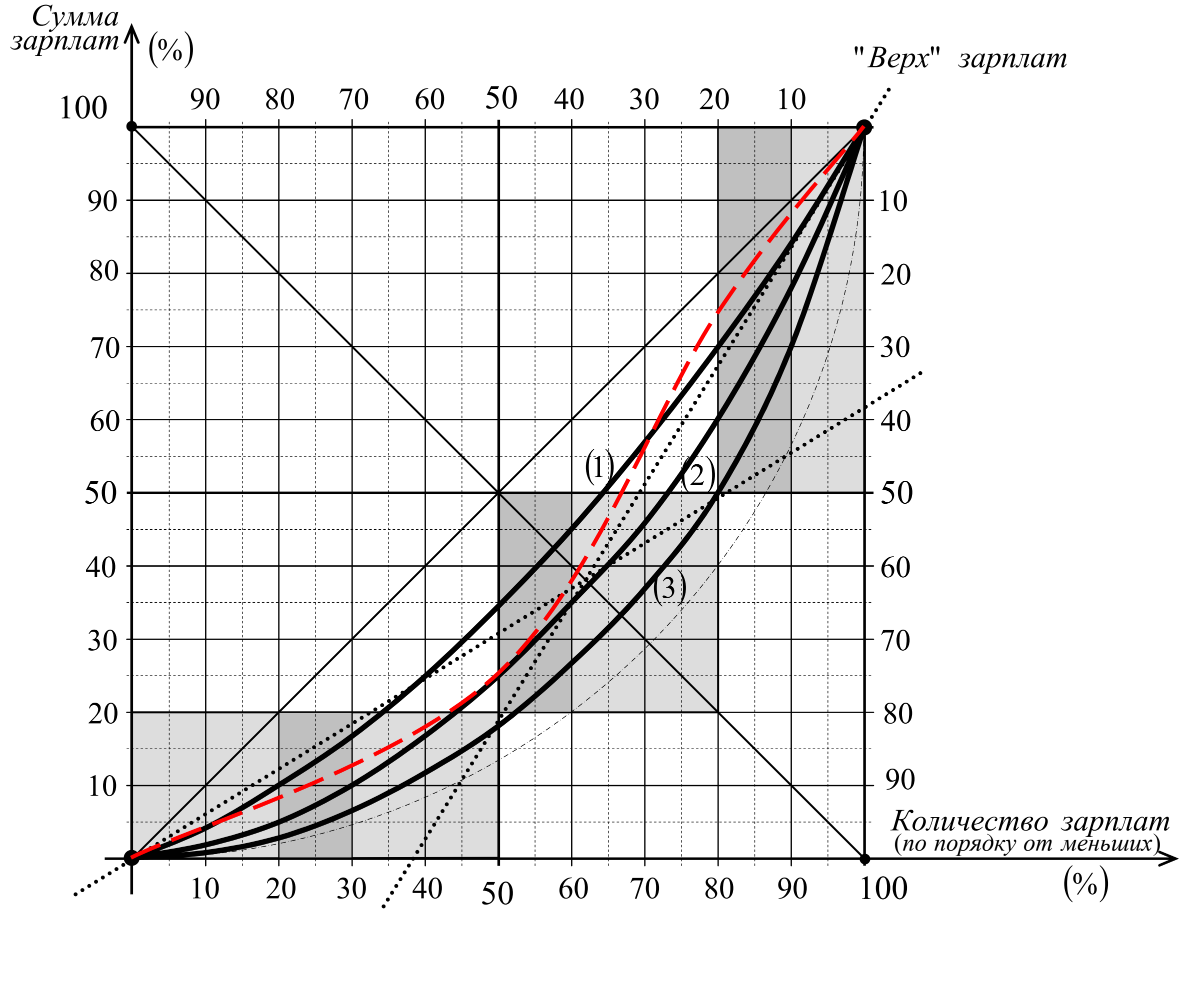
Этот тексте – более вопрос, нежели ответ. Это более – постановка задачи, чем какое-то решение… В добавок ко всему едва ли возможен универсализм в вопросах распределения ресурсов. А начнем его с напоминания некоторых зависимостей по гармоничному распределению зарплаты (доходов), которые приводились в тексте «Гармоничное распределение доходов и Золотая пропорция» (http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm).

1

В результате проведенного социологического эксперимента были определены три эмпирические линии, задающие граничность таких распределений по их социальному эффекту. Выделяются две границы сверху: граница допустимого, являющаяся сигналом внимания к ситуации, и граница опасности, требующая срочных мер. С другого края существует граница эффективности снизу ("граница уравниловки"). Итак, предельные пропорции распределения зарплаты:

По количеству зарплат: (от наибольших)	***От суммы зарплат ($$):***		
	Граница эфф-ти *(кривая-1)*	***"Внимание"*** *(кривая-2)*	***"Опасность"*** *(кривая-3)*
10% от "верха" зарплат	***~15%***	***~25%***	***30%***
20% от "верха" зарплат	***30%***	***40%***	***50%***
30% от "верха" зарплат	***~45%***	***~55%***	***~63%***
50% от "верха" зарплат	***~65%***	***~75%***	***~82%***

Оформим эти данные в системе координат по накоплению суммы, начиная с меньших: «Количество зарплат» - «Величина зарплат».



Как видим на рисунке, в координатной сетке X (количество зарплат) и Y (сумма зарплат) имеется узкий коридор социальной эффективности между первым и вторым столбцами в ~10% (на графике - между 1 и 2 кривыми на участке примерно 40% - 90% от низа зарплат). Уже здесь видно, что данные пропорции имеют связь с Золотой пропорцией; общий коридор зависимостей можно задать двумя прямыми с коэффициентами 0,618 и 1,618 { $y=\varphi_1 \cdot x$ и $y=\varphi_2 \cdot (x-100)$ }, которые пройдут внутри ~10%-ного коридора и пересекутся около линии “внимания” в точке x=61,8% (~40% количества зарплат от верха) и y=38,2% (~60% суммы).

Для примера, в Москве по состоянию на 2007 год соотношение дохода (зар/платы) 10% самых богатых и 10% самых бедных составляло 41:1, а в развитых странах 4÷10:1. Обратите внимание на рисунке, что для такого среза пропорция эффективности составляет 4:1 (16:4), пропорция внимания 11:1 (22:2) и пропорция опасности 30:1. На более показательном срезе по 20% самых богатых и бедных близость к сигнальным границам выявилась бы отчётливее. Здесь не менее важно – какова общая картина распределения, где происходят смещения кривизны; то есть какова доля «среднего слоя» и какой он.

Эти три эмпирические линии были аппроксимированы следующими функциями.

Соотношения _1-ой кривой «А»_ описываются формулой: $y = 0{,}01\varphi_1 x(x+100\varphi_1)$.
Среднее расхождение с «эмпирической линией» - до 0,1%; максимальное – 0,4% (X=90%).

Вторая кривая «А» описывается средней линией
между параболой $y=0{,}01x^2$ и показательной функцией $y = 9{,}9 \cdot \left(\varphi_2^{\,0{,}05x} - 1\right)$.
Расхождение вдоль всей «эмпирической линии» - в среднем до 1% .

Третья кривая «А» описывается показательной функцией: $y = 4{,}1 \cdot \left(\tau^{0{,}2x} - 1\right)$.
Среднее расхождение с «эмпирической линией» - до 1,5%; максимальное – 2,5% (X=60%).

Ограниченные 3-мя кривыми два коридора распределений имеют физический (предметный) и математический смысл:
- 1-ый (верхний) коридор – коридор «нормальных распределений доходов» является *«параболическим»* коридором,
- 2-ой (нижний) коридор – коридор «нарастающей социальной дисгармонии» является *«показательным»* коридором.

В показательных формулах для кривых А-2 и А-3 показатели степени важно видеть общими, как «$0{,}1 \cdot x$» над «$\sqrt{\varphi_2}$» и «τ^2». Первое число – это коэффициент «Золотой спирали». А второе число, равное «$2-\varphi_1$», есть квадрат гипотенузы от катетов «1» и «φ_1». Эти оба числа имеют свое значение и роль в «золотых отношениях».

Можно уточнять значения аппроксимирующих формул, добиваясь все более точного математического смысла. Например, наилучшую аппроксимацию 3-линии «А» дают или средняя линия между показательной и дугой окружности с R=120%-125% , или просто *дуга эллипса с осями a≈210% и b≈280% по формуле в нашей координатной сетке:* $\frac{16}{9}x^2 + \left(y-139\right)^2 = 139^2$. И можно коэффициент «4,1» представить, уточняя аппроксимацию, как $10 \cdot \frac{2}{3} \cdot \varphi_1 = 4{,}120\ldots$, с представлением для кривой А-3: $y = 6,[6] \cdot \varphi_1 \cdot \left(\tau^{0{,}2x} - 1\right)$, $(y)' = 0{,}13330 \cdot \tau^{0{,}2x}$ … (Последний множитель равен 0,1[3] с точностью равенства «$ln\,\tau$» и «φ_2» : $ln\,\tau \overset{0{,}03\%}{\approx} 0{,}1\varphi_2$.) Можно также представить этот коэффициент таким образом: $\frac{1}{\ln\sqrt{\varphi_2}} = \log_{\sqrt{\varphi_2}} e \approx 4{,}15\ldots$ Где «$\ln(\sqrt{\varphi_2})$» – это определяющая величина для угла поворота касательной к Золотой спирали…

Но главное – в другом. Существует, прежде всего, качественный, предметный смысл. В конкретных социальных, этно-психологических, исторических (и т.д.) условиях кривые граничных суммовых распределений, границы устойчивости будут сдвигаться (не пересекая друг друга и сохраняя общий принцип). Просто необходимы мониторинг и исследования в конкретной стране для установления зависимости сдвига общих кривых от различных (прежде всего – культурологических) факторов.

Важен наличествующий общий исходный ***принцип*** четких взаимосвязей состояния социума и характера распределения доходов. Отсюда важность и необходимость для адекватности экономики в социуме - системная последовательность «устроения» экономики, исходя из этих взаимосвязей. Этот, кажущийся частным вопрос (гармоничного распределения доходов) совсем по другому строит систему экономики и отношения в социуме, выдвигая на передний план критерии качества жизни (в том числе экологию), постоянный мониторинг жизненно важных факторов, доступность и достоверность информации.

И еще. Возможный спор о правильности или неправильности исходной «социологии», положенной в основу построения кривых А1-А2-А3 не имеет смысла. Не имеет смысла для сути вскрываемых отношений 2-х коридоров распределений: квадратичного и показательного, – будут ли сдвинуты сами линии выше или ниже на 2-3%. Но удивительно то попадание получившихся кривых, когда уравнения аппроксимации, во-первых, с очень большой точностью выявили их характер, совпали по значениям, а, во-вторых, оказались связаны с параметрами Золотой пропорции.

Давайте далее порассуждаем о характере кривых распределения общего ресурса в суммовых координатах. Как уже говорилось, по смыслу такие линии могут проходить только ниже диагонали «(0,0) – (100,100)». Чисто графически можно видеть 3 варианта таких линий. Это может быть монотонно-изменяющаяся линия с выпуклостью вверху или внизу (относительно диагонали «0,100 – 100,0»). Или волнистая линия, как показано красной пунктирной линией на верхнем рисунке. По смыслу – последней линии быть не может. Напомним почему.

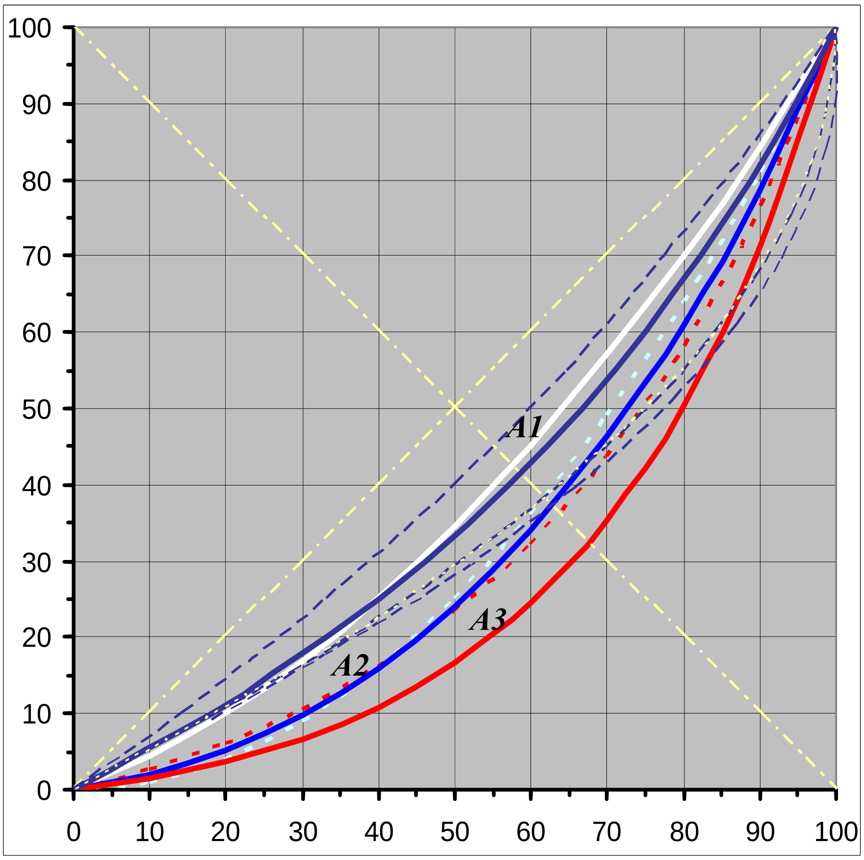
Перелом монотонности возрастания угла наклона линии (появление волны) означает, что уменьшился темп увеличения сумм, то есть далее вдоль осей пошли менее возрастающие суммы. А по оси ординат (Х) должны группироваться данные именно в порядке увеличения самих слагаемых. Так что, как исходные распределения, в суммовых координатах могут быть только 2 типа монотонно возрастающих линий.

Волнистая линия может появиться, как показывалось ранее, в результате применения к исходным распределениям экспрессивно-прогрессивных налогов. В этом случае у верхнего слоя получателей ресурса его количество после налогового изъятия станет меньше, чем у более низкого слоя. То есть не будет желающих заходить в получении ресурса за некоторую границу.

А в чем смысловая разница между распределениями с верхней и нижней выпуклостью при одних и тех же децильных коэффициентах (соотношениях по 10% самым богатым и самым бедным)? В распределениях с нижней выпуклостью (линии А1, А2, А3) быстрейшее возрастание происходит именно в бедных слоях, а дальше становится более равномерным (почти прямо-пропорциональным). При верхней выпуклости – наоборот: чем богаче, тем быстрее возрастает богатство.

2

Давайте посмотрим еще некоторые стороны темы «эксцентриситета кривых «А»». Основу нижнего рисунка составляют кривые А1, А2, А3, построенные в Excel по их формулам. Точечные линии вокруг А2 – это слагаемые ее, как средней между ними.



Вокруг линии А1 (светлой) проходит темная линия, симметричная относительно диагонали «100 – 100». Проходит красиво, но индифферентно по отношению крыльев «бедные-богатые». Вроде бы «гармонично»; но – «равнодушно»… А в данной теме – это вопрос смысла.

Эта симметричная кривая образована множеством точек пересечения 2-х прямых, проходящих через противоположные углы диаграммы: (0, 0) у «левой» и (100, 100) у «правой», - таких, что коэффициент (q) левой в 2 раза меньше «k» правой. То есть это множество находится в диапазоне q=0,5÷1 и, соответственно, β=26,6°÷45°; и k=1÷2 с α=45°÷63,4°. Точка пересечения с «А1» как раз соответствует $q=\varphi_1\approx0{,}618$ и имеет координаты (в долях «1»): $x=\varphi_1^2$, $y=\varphi_1^3$.

Формула этой линии через параметр «q» имеет следующий вид:

$$\begin{cases} x = \dfrac{2q-1}{q}\times100 \\ y = (2q-1)\times100 \end{cases}$$

Кроме того, она имеет интересные (предельные) особенности. Эта симметричная линия – предельная в семействе линий с разным соотношением коэффициентов ***n=k/q*** . Вообще при указанных выше условиях и в координатах данной диаграммы диапазон составляет ***n=1÷2*** : от линии ***y=x*** до сплошной темной линии около «А1».

Общая формула для «x» имеет вид: $x = \dfrac{n\cdot q-1}{(n-1)\cdot q}\times100$.

На рисунке у левой пунктирной линии *n=1,5* . У крайней правой пунктирной линии *n=2,1*. Левее ее показаны 2 почти совпадающие пунктирные линии с *n=2,01* и *n=2,0001*. Все линии *n>2* резко становятся не симметричными и выходят вверху за *x=100.*

Можно заметить еще, что следующий же минимальный шаг за «n=2» дает линию, почти симметричную кривой «А2 относительно диагонали (100-100). И такая линия с «верхним эксцентриситетом» также выходит за «предел нормального». Кстати, ее децильный коэффициент равен примерно 6:1.

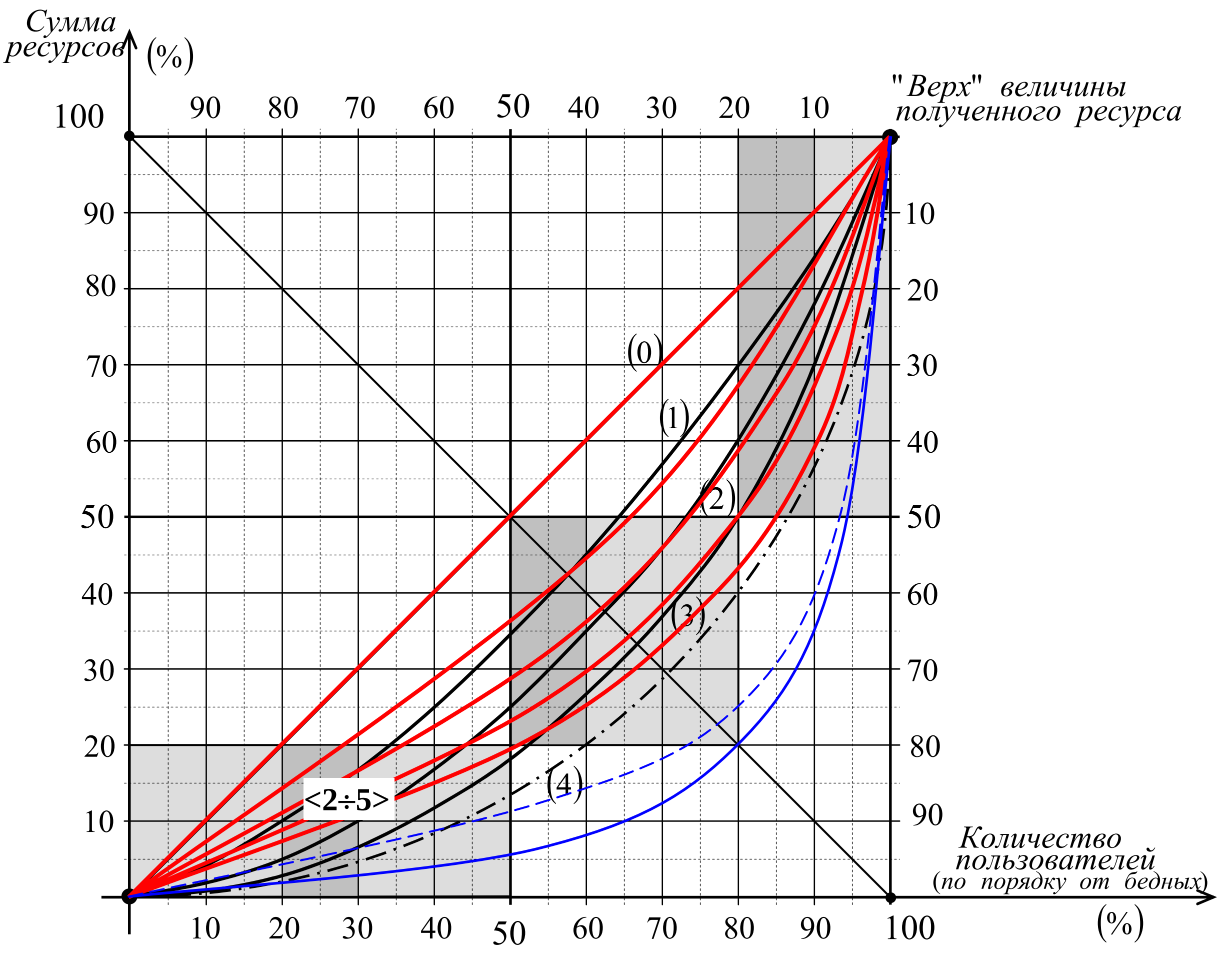
В суммарно-накопительном (***целостно-частном***) координатном пространстве эти линии точек пересечения встречных прямых при разном соотношении их коэффициентов

«n» абстрактно демонстрируют некие свойства, отношения, некие ориентиры. «Континуумный» диапазон ***n=1÷2*** является нормальным диапазоном, в котором точки пересечения прямых не выходят за диапазон x=0÷100; и зона соответствующих линий «n» (с нормальным равенством/пересечением прямых) как бы показывает контуры «зоны уравнительности». А за пределом нормального диапазона «n» результирующая линия скачком переходит в другое качество и своим видом показывает графический принцип неравномерности, болезненной дифференцированности. Линии с n>2 как бы показывают характер предельного неравенства. Линия, зеркальная «скачку», показывает не только характер благоприятных распределений, но и ограничивает область таких распределений справа. То есть линии благоприятных распределений должны располагаться между линией «n=2» и линией, зеркальной «n>2».

Это странная математическая аллюзия, которая прямо не выводит на экономические смыслы кривых с разным расположением выпуклости. Но четко выделяет 2 класса этих кривых, разное качество и смыслы этих кривых, указывая на внесистемный характер правой-верхней выпуклости. И при этом выявляя присутствие здесь параметров Золотой пропорции. Удивительно, что все эти «характерности» выявляет просто математика при последовательном изменении одного параметра заданных отношений 2-х встречных прямых.

3

В связи с кривыми А1, А2, А3 есть ещё странность. В треугольнике Паскаля, в известном в своем смысле «распределителе целостности», построчные суммы образуют ряд степени числа «2»: 1, 2, 4, 8, 16 и т.д. Если считать строки уровнями иерархии со своими количествами пользователей общего ресурса и если общий ресурс распределять по этим уровням поровну, то получится, что при разном количестве уровней получающиеся распределения тяготеют к свои кривым в суммарных координатах (при том, что у всех будет небольшой верхний эксцентриситет). Итак, смотрите красные линии на нижнем рисунке.



При 1 строке треугольника – это будет прямая диагональ (А0); для треугольника с 2-мя уровнями кривая распределения ложится на А1; для треугольника с 3-мя уровнями (1, 2,

4) кривая тяготеет к A2; 4 уровня треугольника дают распределение вдоль кривой A3; 5 уровней (1, 2, 4, 8, 16) – вдоль окружности (A4) с внутренней стороны, а потом – с внешней, удаляясь. Поясним: в силу того, что общая сумма элементов (которая – 100%) ряда от 2^n получается всегда сложением последнего числа и его же, но уменьшенного на «1», первое значение распределения по «X» всегда уходит за 50%. И оно всегда наименее точно и тяготеет к предыдущей кривой. (Я не имею комментариев по всем этим соотношениям треугольника Паскаля и кривым «A».)

Внесем общее понимание такого построения. Ряд чисел мы рассматриваем здесь, как сам ресурс. Его континуум и есть общий ресурс. Но какой континуум – числовой или позиционный: равный сумме чисел или 100% позиций? При числовом континууме общий числовой ресурс делится по оси величин чисел ряда, соотнесенной накопительным 100 процентам. При позиционном континууме – делится равно по позициям, по оси позиций, которая есть 100%. В распределениях линий A1-A3 континуум – числовой (функциональный). А в верхнем примере по треугольнику Паскаля он – позиционный.

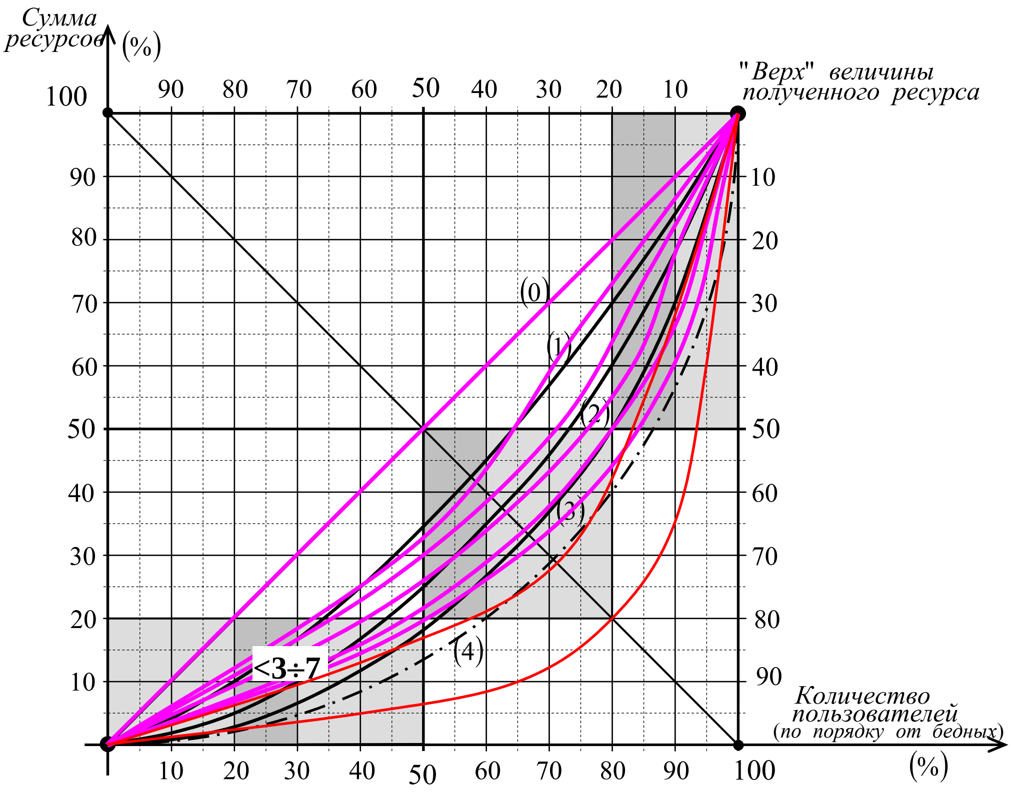
В натуральном ряду положение позиций и членов ряда совпадают, а в других рядах – нет. А вот числовые и позиционные накопления не совпадают нигде. Позиции накапливаются равномерно, а накопление чисел ускоряется от начала.

Кроме того, при позиционном континууме мы можем строить (брать нарастающую сумму, как долю общей суммы) как с начала ряда, так и с конца (здесь – по оси X). В текущих примерах мы делаем с конца, придавая определенный смысл уровням (позициям).

В подписи оси X стоит: «по порядку от бедных». В текущих смыслах «бедные» находятся в нижних уровнях (в больших числах); потом увидим и в малых числах, то есть с начала ряда.

Повторим. По оси X у нас откладываются по порядку от конца ряда доли членов (чисел) по отношению общей суммы чисел накопительным итогом. По оси Y – равные доли по количеству членов в общих 100 процентах количества членов накопительным итогом.

А теперь давайте посмотрим на построенные аналогично кривые, исходя из ряда Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8… Итак, эти числа задают количества получателей ресурса на разных уровнях иерархии при равномерном распределении ресурса по уровням (то есть в позиционном континууме). Первые две лиловые линии на нижнем рисунке проходят по прямой «y=x». Остальные (при количестве уровней от 3 до 7) имеют верхнюю выпуклость.



Но самое интересное то, что построенные таким образом по ряду Фибоначчи линии имеют характер волны. Перелом происходит для линий по уровням от 3 до 7 на координатах по Y, примерно: 50, 60, 70, 80. А по X (по получателям ресурса), примерно: 65, 78, 87, 94 … То есть ряд Фибоначчи сразу «высекает и отсекает олигархов»… Он сразу показывает – какие должны быть распределения после налогообложения (Шутка, конечно.)

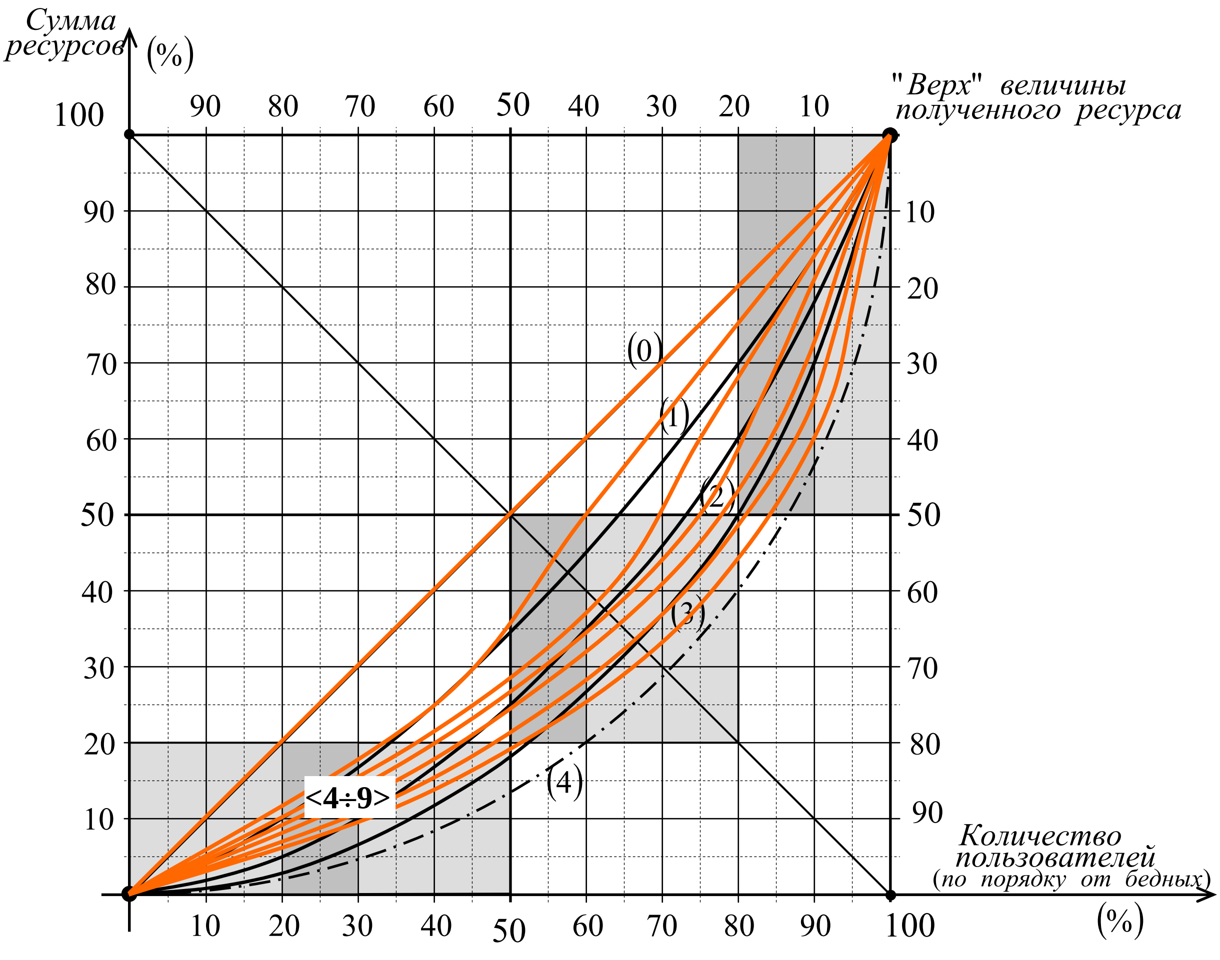
Ну а как эти линии сходятся с линиями А1 – А3, видно из рисунка.

Кстати, при суммировании нарастающим итогом членов аддитивного ряда образуется также аддитивный ряд по такой формуле: $\boldsymbol{S_{n+1} = S_n + S_{n-1} + S_2}$; где $\boldsymbol{S_2}$ – второй суммируемый член ряда. То есть этот второй член передается по всему ряду…

Пойдем далее. Вы, конечно, помните, что ряд Фибоначчи образуется в треугольнике Паскаля (см. Д.Пойа, А.Стахов и др.) при суммировании в строках, когда каждый наклонный ряд (столбец) сдвинут на одну позицию вниз по отношению предыдущего.

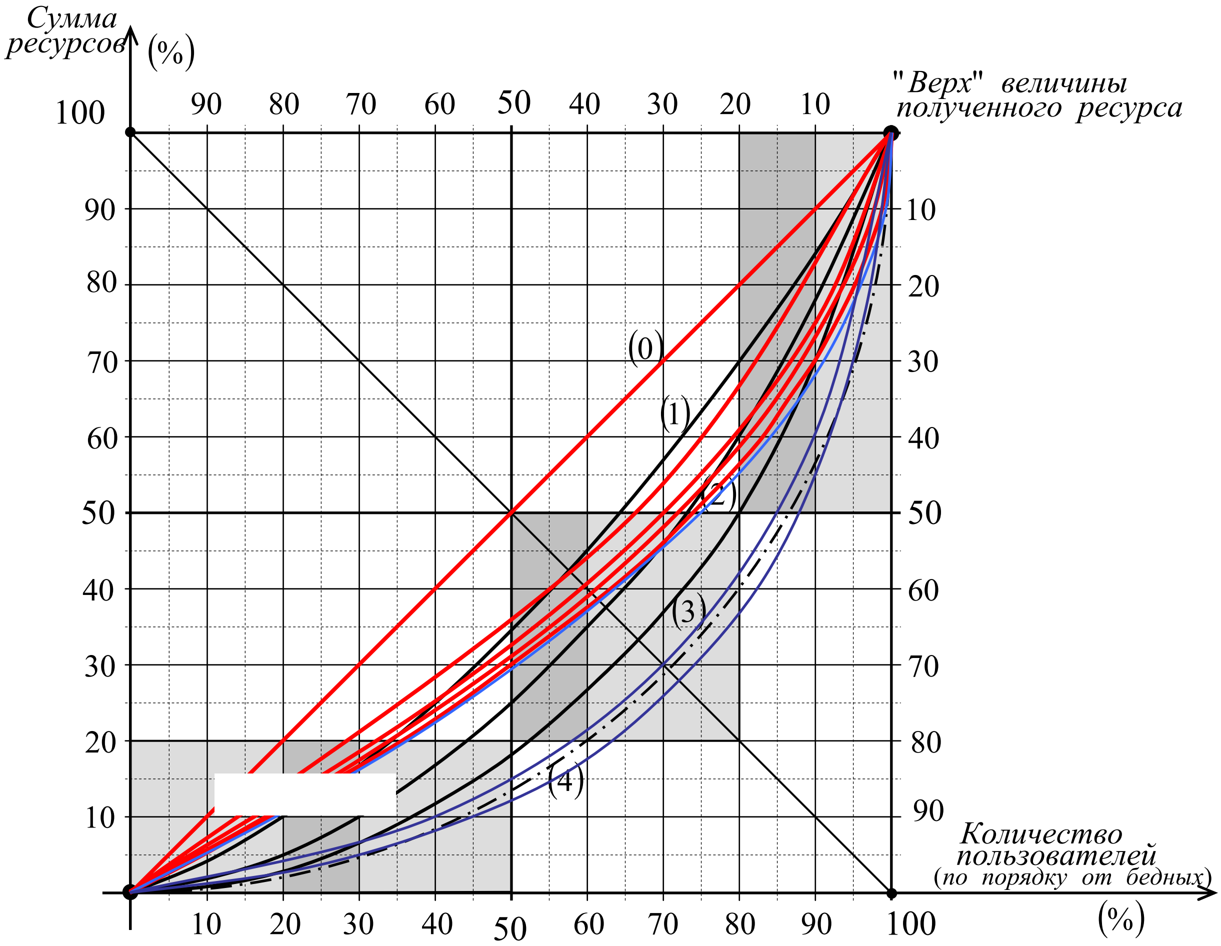
А если сдвинуть ещё на одну позицию, то образуется ряд 1-1-1-2-3-4-6-9-13, образующийся суммированием предыдущих членов через одного. В пределе отношений соседних членов он дает известные р-числа…

Давайте тогда посмотрим – какие образуются распределения в суммовых координатах у этого ряда. Ряд сильно растянут, будем строить до 9 уровней. Смотрите нижний рисунок.



Опять получаются волны. Опять олигархам…, да уже, смотрю, и «среднему классу» выписывается справка. Прямо «пролетарское» распределение…

Что ж. Тогда интересно посмотреть аналогично построенное распределение по натуральному ряду. Ниже показаны соответствующие линии для количеств уровней: 1, 2, 4, 8 и 20.



И здесь есть отличный от других распределений момент. Посмотрите, линии в своем развитии, очевидно, имеют предел справа. По правому контуру линии «20» проходит линия голубого цвета; её данные охватывают уже 500 уровней. И значения по оси «X», соответствующие значениям «Y», кратным 10, явно стремятся к следующим: 19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 99, 100…

Если Вы отнимите эти значения от 100, то получите числа от 1 до 9 в квадрате! Это – парабола с началом координат в верхнем правом углу! $Y=0{,}01X^2$ (для диапазона 0÷100) или $Y=X^2$ (для диапазона в форме 0÷1).

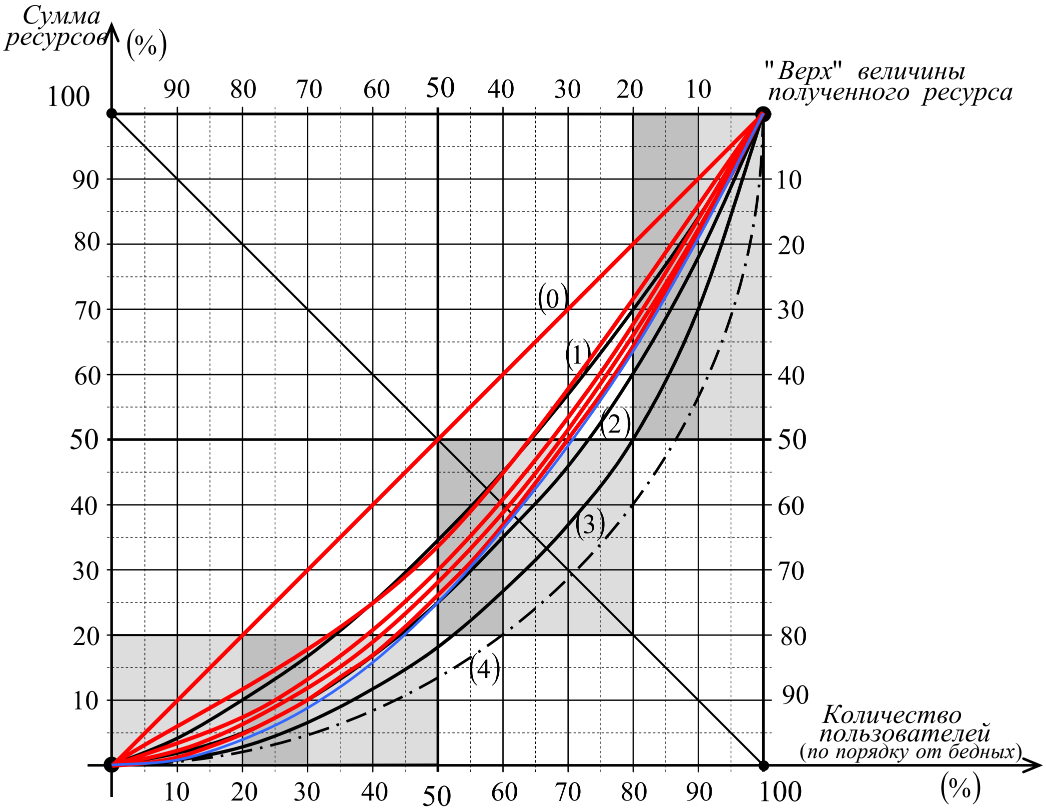
И посмотрите, эта линия (перевернутая парабола) – и есть та линия, к которой в предыдущей главке «отпрыгивает» функция при переходе за n=2 !.. Кстати её формула в нашем диапазоне: $y = 100 - \sqrt{100 - x}$.

Нормальную параболу можно сразу получить, делая чисто математическое построение (без смыслов распределения ресурсов): откладываем по оси «X» значения доли ресурса (доли «1» или «100» или …) нарастающим итогом по каждому числу при равномерном его распределении по всем позициям натурального ряда, то есть, откладываем по «X» доли «ресурса позиций» на всем континууме позиций; «X» - континуум натурального ряда в 100%. Функцией же по каждой позиции является доля всех предшествующих чисел-позиций (от начала) во всем суммарном числовом массиве (в бесконечности). Или по другому: *распределение бесконечного количества чисел натурального ряда от первого и далее, как накопительных сумм их долей во всей сумме чисел, распределение на их континууме, как целостности всех позиций ряда в суммовом накопительном порядке позиций, происходит по квадратичному закону $Y=0{,}01X^2$*. Или лаконичнее. ***Если вдоль 100-процентного континуума позиций натурального ряда, взятого накопительно, расположить значения сумм его чисел, как долей от всей суммы чисел, нарастающим итогом, то образующаяся при этом линия есть парабола $Y=0{,}01X^2$.*** *А 100-процентная накопительность – это всегда континуум. Тогда так.* ***Над позиционным континуумом натурального ряда его числа нарастают по параболе.***

Натуральный ряд, как цело-частное распределение на позиционном континууме, образует параболу. На числовом континууме у любых рядов их «цело-частный образ» при одной зеркально повернутой оси – всегда симметричен. Соответствующие относительно-суммовые, накопительные координаты правильно будет называть ***«цело-частными»***. Они показывают в любом распределенном числовом объекте (последовательности) распределение его частей в целом.

Существует ли аналогичная сходимость в том же ряде Фибоначчи? Похоже, что нет. Но можно посмотреть, кому интересно.

А пока давайте перевернем группу тех линий натурального ряда и просто посмотрим их расположение относительно линий А1-А3.



Как видим, эти перевернутые линии проходят в квадратичном коридоре нормальных распределений ресурса… А первые две задают граничные кривые А0 и А1.

И возникает такой странный вопрос. Каким изменением данных можно повлиять на кривые с верхней выпуклостью (которые выше и образуются у нас повсюду) так, чтобы выпуклость стала внизу, чтобы приблизиться к А-кривым? У нас были приняты равные доли ресурса, раскладываемые по всем уровням рядов. И у нас была определенная структура рядов. Воздействуем отдельно на то и другое.

Были проведены первые небольшие расчеты. На примере распределений натурального ряда можно было увидеть такие общие закономерности (тенденции) приближения к А-распределениям.

1. Если «раздавать» по уровням не поровну, то доли такой раздачи ресурса, начиная от нижних уровней (или больших членов ряда), должны сначала возрастать до 2,5 (до 1,5 для А1) раз в районе ¼ от начала (верха) ряда, а потом резко вернуться к начальному размеру доли (ниже в 2 раза для А1). То есть доля «среднего класса» должна возрасти.

2. Если сохранить равное распределение долей ресурса по уровням (позициям ряда), то эти уровни должны иметь следующее примерное содержание:

- последняя (нижняя) четверть должна иметь половину количеств в уровнях,
- следующая четверть (до трети) – 2/3 оставшегося.

Всё это, конечно, нуждается в продолжении исследований и в конкретном уточнении.

Вернемся к исходному правилу равномерного разложения общего ресурса по позициям (уровням) ряда. Когда мы это делали в отношении натурального ряда, это не противоречило ощущению его «физического смысла», связанного с изменением на одинаковый шаг в «1». А в применении к аддитивным рядам? Позиции то имеют разный шаг, разный вес. Возрастающий шаг требует другое (физическое) качество оси при равномерном делении общего ресурса позиций в 100% по всем позициям. Распределяя таким образом, мы физически получаем не числовую ось, а ось позиций разного веса. И то есть такая ось получает как бы ещё одно измерение. Ось позиций разворачивается в плоскость, по которой уже проходит ось величин, имеющая форму в соответствии с функцией нарастания этих величин, становясь в бесконечности перпендикулярной к оси позиций. В натуральном ряду совпадают числовая ось и ось позиций. В аддитивных рядах эти оси в бесконечности становятся перпендикулярны, как бы вводя второе измерение…

Давайте ось позиций (ось Y) на наших графиках сделаем числовой осью. И на примере отдельных рядов и линий посмотрим, какие получатся изменения. Во-первых, определимся с весами позиций. Вес, соответствующий шагу между позициями, будем присваивать «получателю шага», то есть тому, кого он образует суммированием с предыдущей позицией. Понятно, что эти шаги (веса) образуют аналогичный, но сдвинутый вправо на позицию ряд.

Итак. Берем первый ряд «1-2-4-8» в 4-х уровнях. Строим линию, изменив соответствующим образом расположение меток на оси Y. Делим ось не на 4, а на сумму весов, на 1+1+2+4=8 частей (первая «1» - шаг от «0» до «1»). И строим линию по меткам (позициям) суммовых весов «1», «2», «4» и «8», соответственно: $y_1=12{,}5$ $y_2=25$, $y_4=50$ $y_4=100$ … Можно строить график.

Стоп. Мы не сказали, как будем откладывать эти значения. Ведь высчитывались они, начиная от первого члена ряда. А числовая ось X построена – от последнего. Но если мы зададим направление числовых координатных осей одинаковым, то координаты по ним будут попарно одинаковыми, и линия пойдет по Y=X. А если по одной из осей откладывать значения «зеркально», например, для первого члена брать ординату последнего, но посчитанную с другого конца, нежели абсциссы.

Странное действие, согласен. Но такое построение позволяет образно увидеть разное качество структуры рядов. И понятно, здесь уже не может быть «физических смыслов». Мы смотрим математические свойства самих рядов.

Надо только заметить. Если «X» будет накапливать от конца, а «Y» - от начала, то линия пройдет ниже Y=X. При другом соотношении – выше.

Такую линию для ряда «1-2-4-8» в правилах, как описано выше, можно увидеть на том же (3-м по счету рисунке) пунктирной синей линией. А если мы присвоим вес (шаг) той позиции, к которой он прибавляется для получения следующего числа (то есть как свойство этой позиции), а это значит, что вес (шаг) позиции совпадет с самим числом позиции, что вообще то правильно (сумма при этом будет 1+2+4+8=15), то вид этой линии станет, как изображено сплошной синей линией на том же рисунке. Линия станет симметричной относительно Y=100–X… Такой, что $x_1 + y_{n-1} = 100$ и $y_1 + x_{n-1} = 100$.

Повторим тоже самое для ряда Фибоначчи. Смотрите соответствующий рисунок, первая симметричная красная линия – это по 4 уровням, а более выгнутая – по 6 уровням.

Для натурального ряда для уровней 4 и 8 получились 2 симметричных линии вокруг окружности…

Данные упражнения – это чисто математическая схема… А если просто на основании используемых величин всё же говорить в смыслах распределения общего ресурса, то здесь он делится:

- более массовому (нижнему) уровню – меньше,
- верхнему – пропорционально больше.

Потому и уходят линии за границу опасности…

В данном тексте я только показал поведение некоторых функционалов в суммовых относительных координатах (накопительных до 100%). Приведенные данные и выводы – эмпирические. Доказанных теорем здесь нет. В определенной мере – это гипотезы (разного уровня).